CONTRÔLE N° 8

EXERCICE 1

Un grossiste propose des perles de culture pour fabriquer des bijoux.
Ces perles peuvent présenter deux sortes d'irrégularité (couleur ou forme). Les perles qui présentent les deux sortes d'irrégularité sont déclassées. Une étude statistique a permis d'établir que :

— 18 % des perles sont déclassées ;

— 24 % des perles présentent une irrégularité de couleur ;

— 16 % des perles présentent une irrégularité de forme.

On choisit au hasard dans le stock une perle et on note :

— C l'évènement « la perle présente une irrégularité de couleur » ;

— F l'évènement « la perle présente une irrégularité de forme ».

PARTIE A

1. Traduire par une phrase l'évènement $C \cup F$. Calculer $P(C \cup F)$.
2. Quelle est la probabilité que la perle choisie ne présente aucune irrégularité ?

PARTIE B

On prélève au hasard un lot de 50 perles dans le stock, pour vérification.
Le stock est suffisamment important pour assimiler le lot de 50 perles à un tirage avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 perles dans ce stock, associe le nombre de perles déclassées.

1. a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.
   b) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$. Interpréter le résultat.
2. a) Déterminer la probabilité de trouver 9 perles déclassées dans ce lot.
   b) Déterminer la probabilité qu'au moins deux perles du lot soient déclassées.
   c) Déterminer la probabilité de trouver dans ce lot entre 7 et 10 perles déclassées.
3. Déterminer un intervalle de fluctuation au seuil de 95% de la fréquence de perles déclassées dans un échantillon de taille 50.

EXERCICE 2

1. a) Vérifier que $z^2+2z+4=\left(z+1+\mathrm{i}\sqrt{3}\right)\left(z+1-\mathrm{i}\sqrt{3}\right)$.
   b) En déduire les solutions complexes de l'équation $z^2+2z+4=0$.
2. a) Déterminer les nombres complexes z_1 et z_2 solutions du système suivant $\begin{cases} -2z_1+z_2=3\sqrt{3}-\mathrm{i} \\ z_1-z_2=-2\sqrt{3} \end{cases}$.
   b) Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(\mathrm{O};\vec{u},\vec{v})$ d'unité graphique 2 cm placer les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et $\overline{z_1}$.
   c) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2+2}$. On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. On note f' la dérivée de la fonction f, calculer $f'(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction f.
3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse -2.