I POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

1 – DÉFINITION

Une fonction polynôme de degré 2 est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ où a, b, c sont des réels et $a\neq 0$.

EXEMPLES

- La fonction f définie pour tout réel x par $f(x)=-\dfrac{x^2}{3}+\sqrt{2}$ est une fonction polynôme du second degré avec $a=-\dfrac{1}{3}$, $b=0$ et $c=\sqrt{2}$.
- La fonction g définie pour tout réel x par $g(x)=(2x+1)^2-3x$ est une fonction polynôme du second degré car, pour tout réel x, $g(x)=4x^2+x+1$ ($a=4$, $b=1$ et $c=1$)
- La fonction h définie pour tout réel x par $h(x)=\dfrac{3}{x^2+1}$ n'est pas une fonction polynôme.

2 – FORME CANONIQUE

Toute fonction polynôme f de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$, peut s'écrire sous la forme :

$$f(x)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right].$$

✻ DÉMONSTRATION

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$.
Comme $a\neq 0$, pour tout réel x, $f(x)=a\left(x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}\right)$
Or $x^2+\dfrac{b}{a}x$ est le début du développement de $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$. En effet, $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=x^2+\dfrac{b}{a}x+\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$.
On en déduit que pour tout réel x,

$$\begin{aligned}
f(x)&=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}\right]\\
&=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}\right]\\
&=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]
\end{aligned}$$

EXEMPLE

Cherchons la forme canonique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x^2-3x+2$.
Pour tout réel x,

$$\begin{aligned}
f(x)&=-2\times\left[x^2+\frac{3}{2}x-1\right]\\
&=-2\times\left[\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{9}{16}-1\right]
\end{aligned}$$

Soit pour tout réel x, $f(x)=-2\times\left[\left(x+\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{25}{16}\right]$

3 – VARIATIONS

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$.
Les variations de f dépendent du signe de a :

$\boxed{\text{cas } a<0}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$\searrow$	

$\boxed{\text{cas } a>0}$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$	$\nearrow$	

EXEMPLE

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par par $f(x)=-3x^2-2x+1$. Ici $a=-3$, $b=-2$ et $c=1$. Ainsi, $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{3}$ et $f\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{3}$. Comme $a<0$, on en déduit le tableau des variations de f :

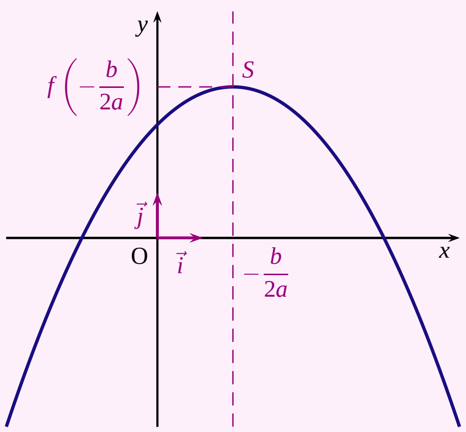
x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	$\dfrac{4}{3}$	$\searrow$	

4 – COURBE REPRÉSENTATIVE

Dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ du plan, la courbe représentative d'une fonction polynôme f de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$ est une parabole.
On dit que la parabole a pour équation $y=ax^2+bx+c$

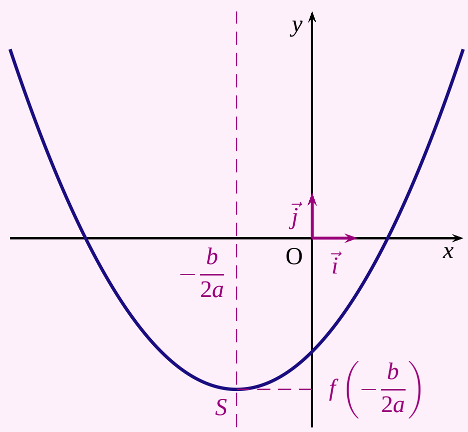
- Le sommet S de la parabole a pour abscisse $-\dfrac{b}{2a}$. Il correspond au maximum ou au minimum sur $\mathbb{R}$ de la fonction f.
- La parabole a pour axe de symétrie la droite d'équation $x=-\dfrac{b}{2a}$

$\boxed{\text{cas } a<0}$



La parabole est tournée vers le bas

$\boxed{\text{cas } a>0}$



La parabole est tournée vers le haut

II ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Une équation du second degré à une inconnue x, est une équation qui peut s'écrire sous la forme $ax^2+bx+c=0$ où a, b, c sont des réels et $a\neq 0$.

L'équation $ax^2+bx+c=0$ avec $a\neq 0$ peut s'écrire sous la forme $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}\right]=0$

On pose $\Delta=b^2-4ac$, l'équation $ax^2+bx+c=0$ avec $a\neq 0$ équivaut à l'équation $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}\right]=0$, soit encore $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}=0$.

- Si $\Delta<0$ alors $\dfrac{\Delta}{4a^2}<0$ et $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4a^2}>0$. Donc l'équation du second degré n'a pas de solution.
- Si $\Delta=0$ alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ avec $a\neq 0$ équivaut à l'équation $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=0$. Donc l'équation du second degré a pour unique solution $x=-\dfrac{b}{2a}$.
- Si $\Delta>0$ alors :

$$\begin{aligned}
\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}=0 &\Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2=0\\
&\Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=0\\
&\Leftrightarrow \left(x+\frac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\frac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)=0
\end{aligned}$$

Donc l'équation du second degré a deux solutions $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

1 – PROPRIÉTÉ

Soit S l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation du second degré $ax^2+bx+c=0$ où a, b et c sont des réels fixés avec $a\neq 0$ et $\Delta=b^2-4ac$ le discriminant du trinôme.
- Si $\Delta<0$ alors l'équation n'a pas de solution ; $S=\emptyset$.
- Si $\Delta=0$ alors l'équation a une seule solution ; $S=\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$.
- Si $\Delta>0$ alors l'équation a deux solutions ; $S=\left\{\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a};\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$

EXEMPLE

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $6x^2-3=7x$

Pour tout réel x, $6x^2-3=7x \Leftrightarrow 6x^2-7x-3=0$. Il s'agit de résoudre une équation du second degré avec $a=6$, $b=-7$ et $c=-3$

Le discriminant du trinôme est $\Delta=b^2-4ac$ soit $\Delta=(-7)^2-4\times 6\times(-3)=49+72=121$.

Comme $\Delta>0$, l'équation admet deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\qquad \text{Soit}\qquad x_1=\frac{7-11}{12}=-\frac{1}{3}$$

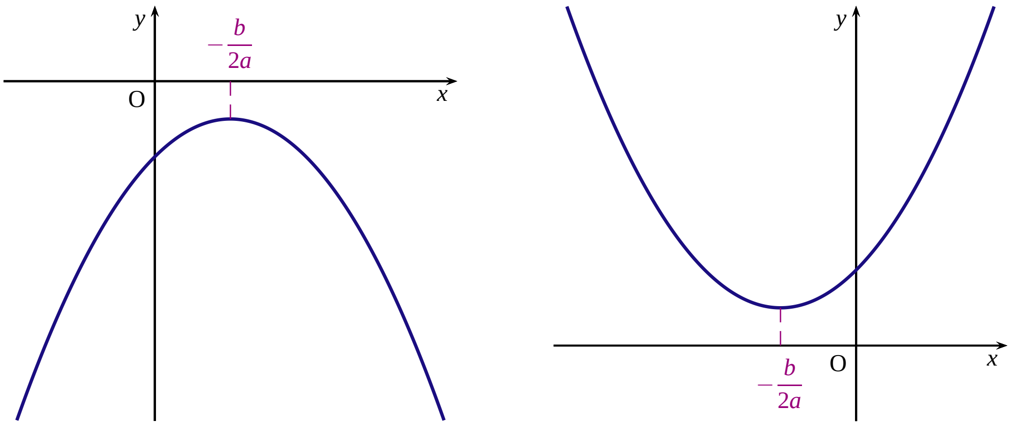
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\qquad \text{Soit}\qquad x_2=\frac{7+11}{12}=\frac{3}{2}$$

L'ensemble des solutions de l'équation $6x^2-3=7x$ est $S=\left\{-\dfrac{1}{3};\dfrac{3}{2}\right\}$

2 – INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

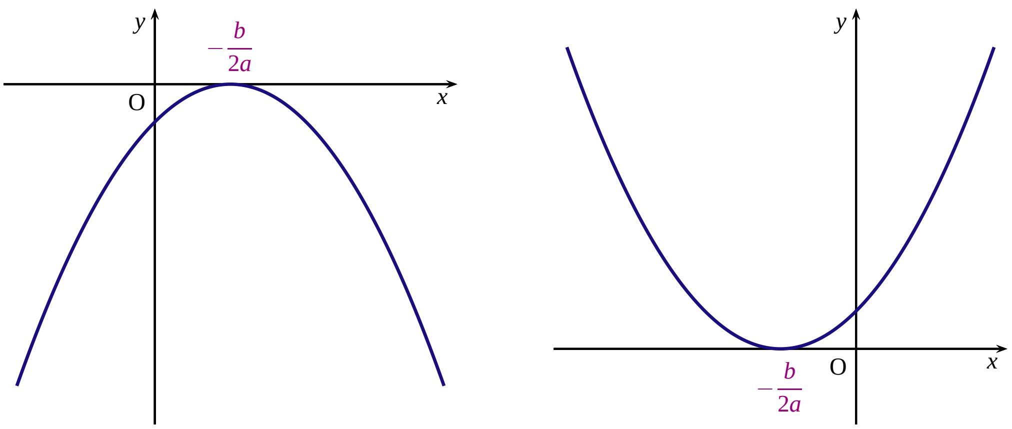
	cas $a < 0$	cas $a > 0$

$\Delta < 0$



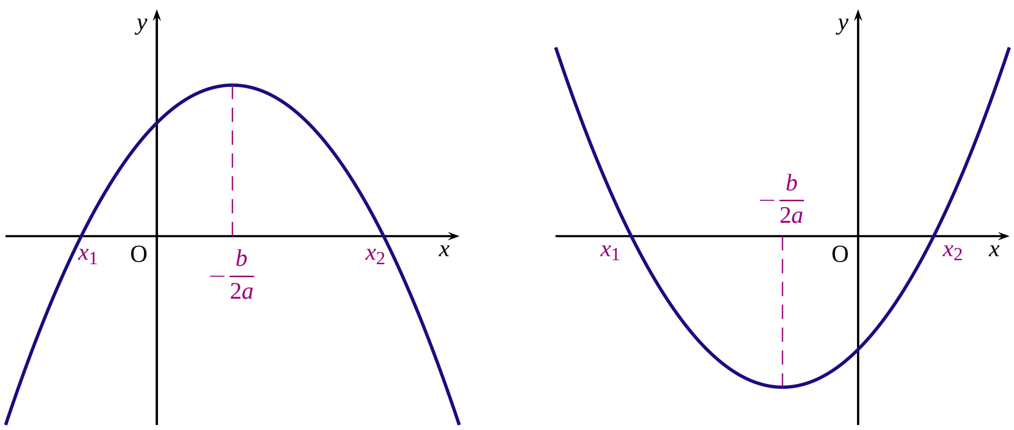
La parabole ne coupe pas l'axe des abscisses

$\Delta = 0$



La parabole est tangente à l'axe des abscisses

$\Delta > 0$



La parabole coupe l'axe des abscisses en deux points

REMARQUE

Les solutions éventuelles de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ sont aussi appelées les racines du trinôme $ax^2 + bx + c$.

III SIGNE DU TRINÔME

1 – FACTORISATION

Factorisation du trinôme ax^2+bx+c avec $a \neq 0$:
- Si $\Delta < 0$ alors le trinôme ne se factorise pas.
- Si $\Delta = 0$ en notant x_0 l'unique racine : $f(x)=a(x-x_0)^2$.
- Si $\Delta > 0$ en notant x_1 et x_2 les deux racines : $f(x)=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$.

❊ DÉMONSTRATION

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a \neq 0$ et $\Delta = b^2-4ac$ le discriminant du trinôme.

$$f(x)=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right].$$

- Si $\Delta < 0$ alors $f(x)$ est le produit par a d'une somme de deux nombres positifs ; le trinôme ne se factorise pas.
- Si $\Delta = 0$ alors $f(x)=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$. Soit en notant $x_0=-\dfrac{b}{2a}$ l'unique racine on a :
$$f(x)=a(x-x_0)^2$$
- Si $\Delta > 0$ alors $f(x)=a\left(x+\dfrac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x+\dfrac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right)$. Soit en notant $x_1=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ les deux racines on a :
$$f(x)=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$$

PROPRIÉTÉ

Soit f un polynôme du second degré défini sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a \neq 0$ et $\Delta = b^2-4ac$ le discriminant du trinôme.
- Si $\Delta < 0$ alors pour tout réel x, $f(x)$ est du signe de a.
- Si $\Delta = 0$ alors $f(x)$ est du signe de a pour tout réel $x \neq -\dfrac{b}{2a}$.
- Si $\Delta > 0$, x_1 et x_2 désignant les deux racines du trinôme avec $x_1 < x_2$ alors $f(x)$ est du signe de a pour tout réel $x \in \left]-\infty;x_1\right[\cup\left]x_2;+\infty\right[$ et $f(x)$ est du signe contraire de celui de a pour tout réel $x \in \left]x_1;x_2\right[$.

❊ DÉMONSTRATION

Soit f une fonction polynôme de degré 2 définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a \neq 0$ et $\Delta = b^2-4ac$ le discriminant du trinôme.
- Si $\Delta < 0$ alors $f(x)$ est le produit par a d'une somme de deux nombres positifs donc le signe du trinôme est le signe de a pour tout réel x.
- Si $\Delta = 0$ alors $f(x)=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$ donc $f(x)$ est nul pour $x=-\dfrac{b}{2a}$; pour les autres valeurs de x le signe du trinôme est le signe de a.
- Si $\Delta > 0$, x_1 et x_2 désignant les deux racines du trinôme avec $x_1 < x_2$ alors $f(x)=a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$. Étudions le signe du produit $a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$ à l'aide d'un tableau de signe.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$x-x_1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-x_2$		$-$		$-$	0	$+$	
$a\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)$		signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a	

REMARQUE

On retiendra la règle « Un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire de a entre les racines.

EXEMPLES

1. Résoudre l'inéquation $-\dfrac{x^2}{4}-x+3\leqslant 0$.

   Étudions le signe du trinôme $-\dfrac{x^2}{4}-x+3$ avec $a=-\dfrac{1}{4}$, $b=-1$ et $c=3$

   Le discriminant du trinôme est $\Delta=b^2-4ac$ soit $\Delta=(-1)^2-4\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)\times 3=1+3=4$.

   Comme $\Delta>0$, le trinôme admet deux racines :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\qquad\text{Soit}\qquad x_1=\frac{1-2}{-\dfrac{1}{2}}=2$$

$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\qquad\text{Soit}\qquad x_2=\frac{1+2}{-\dfrac{1}{2}}=-6$$

   Un polynôme du second degré est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe contraire de a entre les racines. Ainsi :

x	$-\infty$		-6		2		$+\infty$
Signe du trinôme $-\dfrac{x^2}{4}-x+3$		$-$	0	$+$	0	$-$	

   L'ensemble des solutions de l'inéquation $-\dfrac{x^2}{4}-x+3\leqslant 0$ est $S=\left]-\infty;-6\right]\cup\left[2;+\infty\right[$.

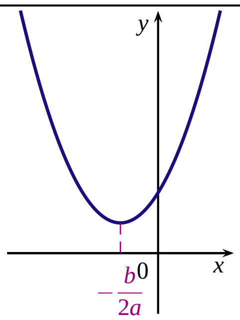
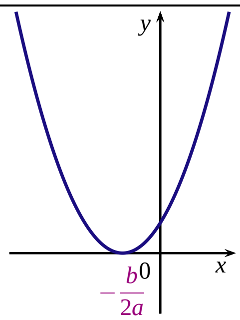
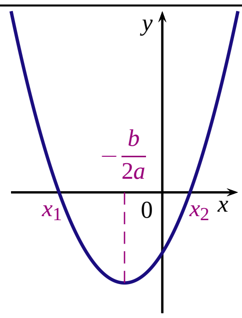
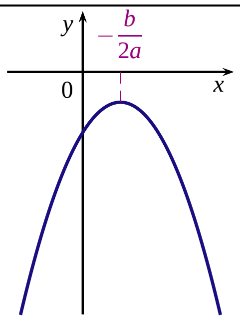
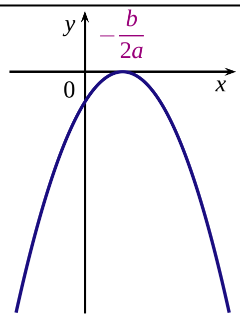
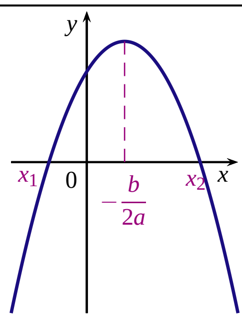
2. Étudier les positions relatives de la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y=x^2$ avec la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y=2x-3$
   Les positions relatives de la parabole et de la droite se déduisent du signe de

$$x^2-(2x-3)=x^2-2x+3$$

   Le discriminant du trinôme est $\Delta=b^2-4ac$ soit $\Delta=(-2)^2-4\times 1\times 3=4-12=-8$.
   Comme $\Delta<0$, le trinôme est du signe de a donc pour tout réel x, $x^2-2x+3>0$.

   La parabole $\mathscr{P}$ est au dessus de la droite $\mathscr{D}$.

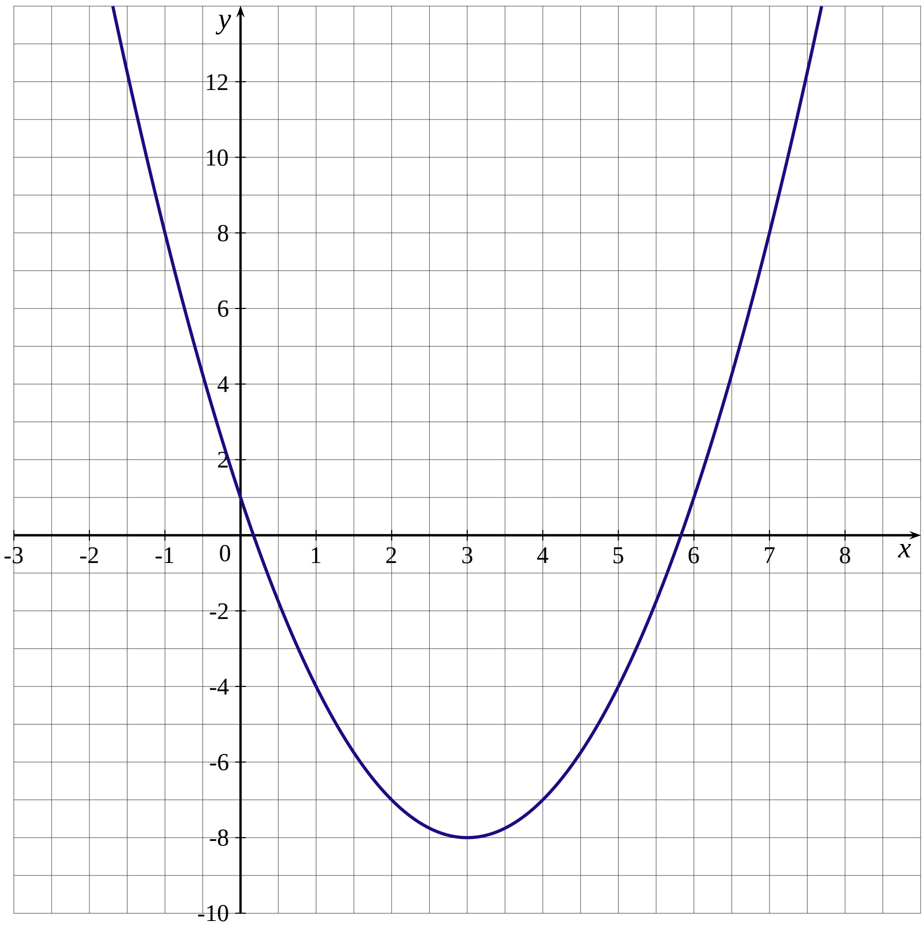
$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ avec } a \neq 0$$

	Discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a > 0$	Variations	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -\frac{b}{2a} & & +\infty \\ \hline f(x) & & \searrow & f\left(-\frac{b}{2a}\right) & \nearrow & \end{array}$		
	Courbe			
	Solutions de $ax^2+bx+c=0$	Pas de solution	Une solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	Deux solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
	Signe de ax^2+bx+c	Strictement positif sur $\mathbb{R}$	Positif sur $\mathbb{R}$	Positif sur $]-\infty;x_1] \cup [x_2;+\infty[$ Négatif sur $[x_1;x_2]$
$a < 0$	Variations	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -\frac{b}{2a} & & +\infty \\ \hline f(x) & & \nearrow & f\left(-\frac{b}{2a}\right) & \searrow & \end{array}$		
	Courbe			
	Solutions de $ax^2+bx+c=0$	Pas de solution	Une solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$	Deux solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
	Signe de ax^2+bx+c	Strictement négatif sur $\mathbb{R}$	Négatif sur $\mathbb{R}$	Négatif sur $]-\infty;x_1] \cup [x_2;+\infty[$ Positif sur $[x_1;x_2]$

EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 1$.
On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. a) Le point $A\left(-\frac{3}{2};12\right)$ appartient-il à la courbe C_f ?
   b) Donner le tableau des variations de la fonction f.
2. Soit g la fonction affine telle que $g(-2) = 10$ et $g(6) = -6$.
   a) Déterminer l'expression de g en fonction de x.
   b) Tracer la courbe D représentative de la fonction g dans le repère orthogonal donné en annexe.
3. a) Montrer que pour tout réel x, $f(x) - g(x) = (x-2)^2 - 9$
   b) Calculer les coordonnées des points d'intersection de la parabole C_f et de la droite D.
   c) Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
   d) En déduire les positions relatives de la parabole C_f et de la droite D.



EXERCICE 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 12$.

1. a) Déterminer les images respectives par f de $\frac{1}{2}$ et $\sqrt{3}$.
   b) Déterminer les antécédents par f de -12.
2. Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$. En déduire une factorisation de $f(x)$.

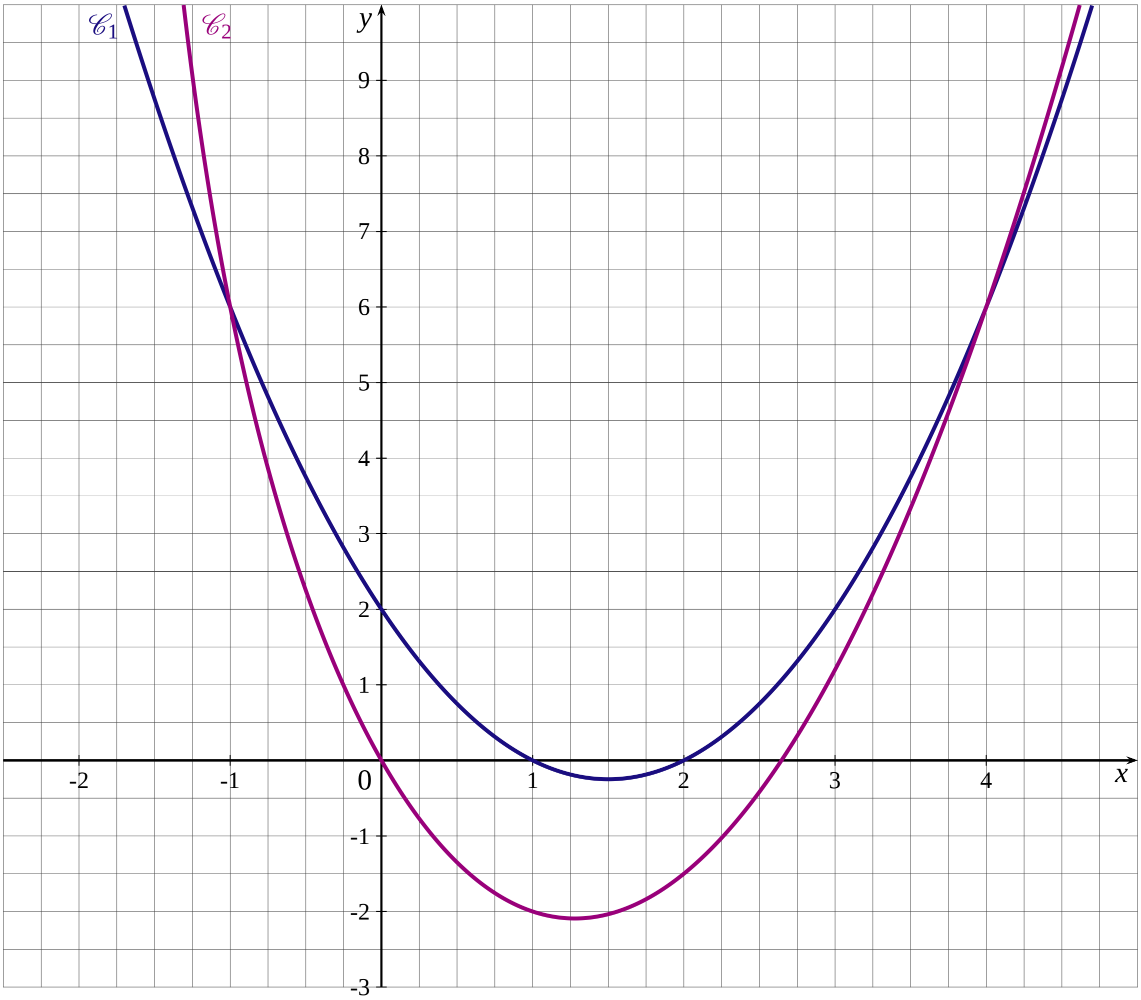
3. a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction f avec l'axe des abscisses.
   b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.
   c) Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 3

PARTIE A

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = x^2 - 3x + 2$

1. Donner le tableau des variations de la fonction f.
2. La proposition « Si $0 \leqslant x \leqslant 3$ alors $f(0) \leqslant f(x) \leqslant f(3)$ » est-elle vraie ou fausse ?
3. La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal. Laquelle des deux courbes $\mathscr{C}_1$ ou $\mathscr{C}_2$ est la courbe $\mathscr{C}_f$?



PARTIE B

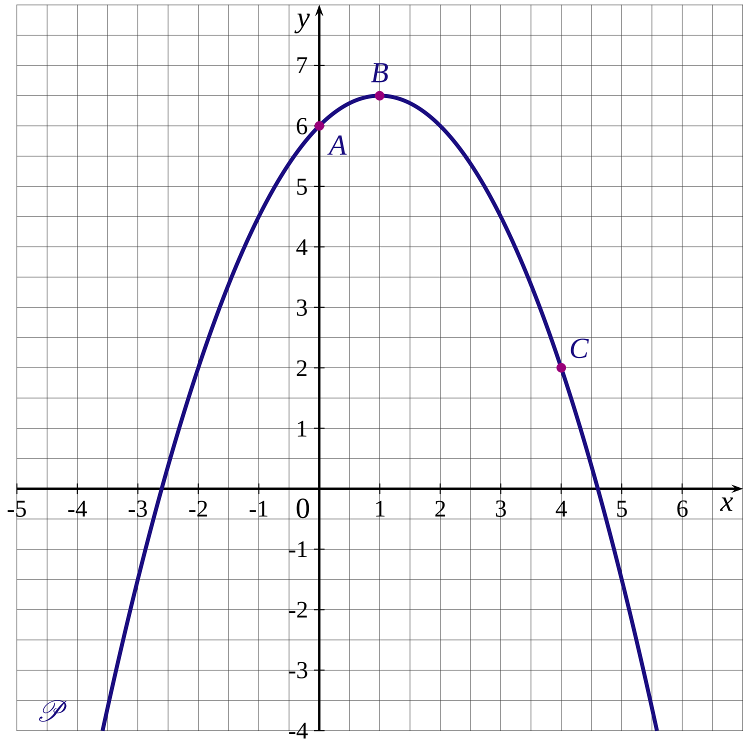
La deuxième courbe, est la courbe $\mathscr{C}_g$ représentative de la fonction g définie sur l'intervalle $]-2;+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x^3 - 7x}{x+2}$.

1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_g$ avec l'axe des abscisses.
2. Montrer que pour tout réel $x > -2$, $g(x) - f(x) = \dfrac{(x+1)(x-4)}{x+2}$
3. Étudier les positions relatives de la parabole $\mathscr{C}_f$ et de la courbe $\mathscr{C}_g$.

EXERCICE 4

La parabole $\mathscr{P}$ tracée ci-dessous, dans le plan muni d'un repère orthonormé, est la courbe représentative de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

La parabole passe par les points $A(0;6)$, $B\left(1;\frac{13}{2}\right)$ et $C(4;2)$



1. Par lecture graphique, donner le tableau des variations de la fonction f.
2. Justifier que $\alpha = 1$ et $\beta = \frac{13}{2}$
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

EXERCICE 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. • $8x^2 + 10x - 3 = 0$ • $1 - 3x + 2x^2 = 0$ • $3x^2 + x = 2x^2 - x + 2$
2. • $\frac{5x}{x^2+1} = 2$ • $\frac{10x}{1-2x} = x - 2$ • $\frac{2x+1}{3x} = 1 - 2x$

EXERCICE 6

Dans chacun des cas suivants, donner le tableau des variations de la fonction f et étudier son signe :

1. f est définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$
2. f est définie pour tout réel x par $f(x) = (1-2x)(x+3)$
3. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$
4. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+3)(1-x)$

EXERCICE 7

f est une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ (avec $a \neq 0$)
Dans chacun des cas suivants, répondre aux questions suivantes :
Quel est le signe de a ? Quel est le signe de c ? Quelle est la valeur de $-\frac{b}{2a}$? Quel est le signe du discriminant Δ ?

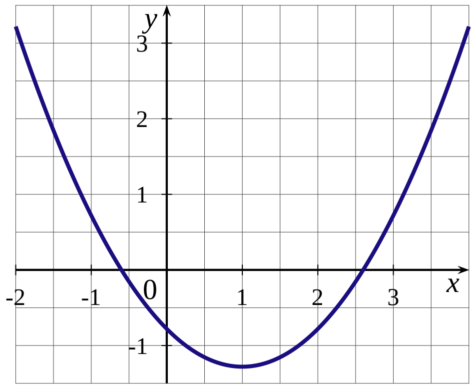
1. Le tableau des variations de f est :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	

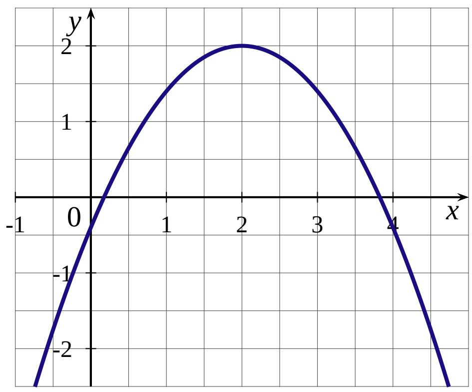
2. Le tableau des variations de f est :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	-2	$\searrow$	

3. La parabole ci-contre est la courbe représentative de la fonction f.



4. La parabole ci-contre est la courbe représentative de la fonction f.



EXERCICE 8

1. La proposition « Si a et c sont de même signe alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ n'a pas de solution » est-elle vraie ou fausse ?
2. Soit l'équation $ax^2+bx+c=0$ avec $a \neq 0$. Démontrer l'implication :
« Si a et c sont de signes contraires alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux de solutions. »

EXERCICE 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. • $-4x^2+4x+15 \geqslant 0$ • $x^2+2x \leqslant 1$ • $3x-x^2 \leqslant x^2+4$
2. • $1-2x \leqslant \dfrac{3}{x+2}$ • $\dfrac{1}{x+1} > \dfrac{2}{x+2}$ • $\dfrac{x}{x^2-2x+1} \geqslant 2$

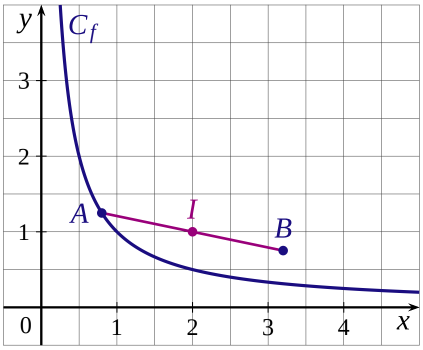
EXERCICE 10

On dispose d'une ficelle de longueur 1 mètre que l'on coupe en deux. Avec un des morceaux on forme un carré, et avec l'autre on forme un rectangle dont la longueur est le double de sa largeur.

Peut-on couper la ficelle de telle sorte que la somme des aires du carré et du rectangle soit minimale ?

EXERCICE 11

C_f est la courbe représentative de la fonction f définie pour tout réel $x > 0$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$. I est le point de coordonnées $I(2;1)$.

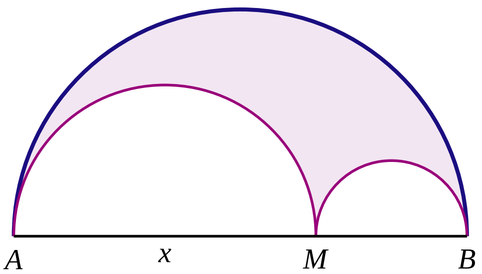


On veut montrer qu'il existe deux points de la courbe C_f symétriques par rapport au point I.

1. Soit $A\left(a;\dfrac{1}{a}\right)$ un point de la courbe C_f. Calculer les coordonnées du point B symétrique du point A par rapport au point I.
2. Montrer que $B \in C_f \Leftrightarrow -2a^2+8a-4=0$. Conclure.

EXERCICE 12

Sur un segment $[AB]$ de longueur 10 cm on place un point M et on note x la longueur du segment $[AM]$.
D'un même côté du segment, on construit les demi-cercles de diamètre $[AB]$, $[AM]$ et $[MB]$.

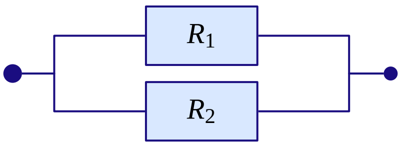


Déterminer la valeur de x pour que l'aire de la partie coloriée soit maximale.

EXERCICE 13

Pour deux résistances R_1 et R_2 montées en série, la résistance du dipôle est $R = R_1 + R_2$

Pour deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle, la résistance R du dipôle vérifie $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$



On donne $R_1 = 6\,\Omega$, déterminer la résistance X pour que la résistance R du montage ci-dessous soit $16\,\Omega$.