

EXERCICE 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Le conservatoire du littoral créé en 1976 acquiert des terrains sur le littoral français (métropole, Antilles-Guyane). Voici les superficies en milliers d'hectares du patrimoine cumulé depuis sa création :

Année	1976	1981	1986	1991	1996	2001
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Superficie y_i (en milliers d'hectares)	2	16	28	38	50	65

1. Calculer le pourcentage d'augmentation de la superficie possédée par le conservatoire du littoral entre 1991 et 2001. On donnera le résultat arrondi à l'unité.
2. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal :
 - Sur l'axe des abscisses, on prendra 2 cm pour unité ;
 - Sur l'axe des ordonnées, on prendra 1 cm pour 5 milliers d'hectares.
3. *Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.*

Le nuage de points permet de penser qu'un ajustement affine est justifié.

 - a) Donner une équation de la droite de régression D de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au dixième)
 - b) Représenter cette droite dans le repère précédent.
4. Avec cet ajustement, calculer l'estimation de la superficie du patrimoine possédé par le conservatoire du littoral en 2006 (en milliers d'hectares).
5.
 - a) Le conservatoire du littoral a pour objectif de posséder une superficie de 200 milliers d'hectares. En quelle année ce chiffre sera-t-il atteint en utilisant cet ajustement ?
 - b) Sachant que 200 milliers d'hectares représentent 22 % de bande côtière française, quelle est la superficie totale, en hectares de la bande côtière française.

EXERCICE 2 (5 points) Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Tous les résultats seront arrondis au millième si nécessaire

Dans une auto-école, il y a deux filières possibles : l'apprentissage anticipé de la conduite (AAC) et la filière traditionnelle.

Afin d'inciter les candidats à préparer l'examen du permis de conduire avec la filière « apprentissage anticipé de la conduite » (AAC), une auto-école fournit les résultats suivants aux futurs candidats :

- Il y a 40 % des candidats qui choisissent la formule AAC ;
- Un candidat préparant son permis la filière AAC obtient son permis lors de la première présentation dans 79 % des cas ;
- Un candidat préparant son permis avec la filière traditionnelle obtient son permis lors de la première présentation dans 49 % des cas.

On interroge au hasard un candidat **après l'obtention du résultat** de sa première présentation.

On note A l'évènement : « le candidat a préparé son examen avec la filière AAC ».

On note S l'évènement : « le candidat a obtenu son permis de conduire ».

1. Traduire les données par un arbre pondéré.
2. a) Calculer la probabilité de l'évènement : « le candidat a obtenu le permis lors de la première présentation et il l'a préparé avec la filière AAC ».
b) Calculer la probabilité d'obtenir le permis de conduire lors de la première présentation.
3. Le candidat interrogé a échoué lors de la première présentation. Quelle est la probabilité qu'il ait préparé l'examen avec la filière AAC ?
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois candidats après l'obtention du résultat de leur première présentation.
Calculer la probabilité d'interroger au moins un candidat ayant échoué.
5. Cette auto-école pratique les tarifs suivants :
 - 1 200 € le forfait 20 heures avec la filière AAC ;
 - 1 050 € le forfait 20 heures avec la filière traditionnelle.

Sachant que le nombre d'inscrits est de 200 candidats pour l'année, quel est le chiffre d'affaires annuel de cette auto-école pour l'année 2006 ?

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un jardinier doit décorer un jardin privatif en répartissant 10 variétés de fleurs notées V_1 à V_{10} dans différents parterres.

Certaines de ces variétés ne peuvent pas être plantées ensemble pour des raisons diverses (tailles, couleurs, conditions climatiques, ...) et ces incompatibilités sont résumées dans le tableau ci-dessous (une croix indique qu'il y a incompatibilité entre deux variétés).

Fleur	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}
V_1			×			×				×
V_2			×	×	×			×		
V_3	×	×		×		×				
V_4		×	×		×			×	×	
V_5		×		×			×	×		
V_6	×		×				×			
V_7					×	×				
V_8		×		×	×					
V_9				×						×
V_{10}	×								×	

1. Représenter par son graphe G la situation
2. a) Trouver un sous-graphe complet d'ordre 4 et le dessiner.
b) Que peut-on en déduire pour la coloration du graphe G ?
Quel est le nombre minimum de parterres que le jardinier doit décorer?
3. a) Classer les sommets de G par ordre de degré décroissant.
b) En déduire un encadrement de C , nombre chromatique de G .
4. a) Procéder à la coloration du graphe G .
b) Que peut-on en déduire pour le nombre C ? Justifier avec soin.
c) Proposer un ensemble de parterres avec une répartition adaptée des variétés de fleurs.

EXERCICE 3 (4 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des huit questions, trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la réponse que vous jugez convenir, sans justifier votre choix.

Barème : Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

QUESTIONS	RÉPONSES
<p>1. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'affirmer que la fonction exponentielle admet pour asymptote la droite d'équation $y = 0$?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ • $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
<p>2. Parmi les propositions suivantes, quelle est celle qui permet d'affirmer que l'inéquation $\ln(2x+1) \geq \ln(x+3)$ admet l'intervalle $[2; +\infty[$ comme ensemble de solution ?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • la fonction \ln est positive sur $[1; +\infty[$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$ • la fonction \ln est croissante sur $]0; +\infty[$
<p>3. Parmi les propositions suivantes quelle est celle qui permet d'affirmer qu'une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto (x+1)e^x$ est la fonction $g: x \mapsto xe^x$?</p>	<ul style="list-style-type: none"> • pour tout réel x, $f'(x) = g(x)$ • pour tout réel x, $g'(x) = f(x)$ • pour tout réel x, $g(x) = f'(x) + k$, k réel quelconque.
<p>4. L'équation $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ admet pour ensemble solution :</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $\left\{ \frac{1}{2}; 1 \right\}$ • $\left\{ 0; \ln \frac{1}{2} \right\}$ • $\{0; \ln 2\}$
<p>5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = 1$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = 0$
<p>6. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - 3x + 4$. Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $y = -x + 2$ • $y = x + 2$ • $y = -x - 2$
<p>7. La valeur moyenne sur $[1; 3]$ de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2x$ est :</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $\frac{50}{3}$ • $\frac{25}{3}$ • 3
<p>8. $\exp(\ln x) = x$ pour tout x appartenant à :</p>	<ul style="list-style-type: none"> • \mathbb{R} • $]0; +\infty[$ • $[0; +\infty[$

EXERCICE 4 (6 points)

Commun à tous les candidats

Une nouvelle console de jeux est mise sur le marché. Soit x le prix unitaire en centaines d'euros de cette console. La fonction d'offre des fournisseurs (en milliers de console) est la fonction f définie sur $]0;6]$ par :

$$f(x) = 0,7e^{0,5x+2}$$

où $f(x)$ est la quantité proposée par les fournisseurs pour un prix unitaire de x .

La fonction de demande des consommateurs (en milliers de console) est la fonction g définie sur $]0;6]$ par

$$g(x) = 10 \ln \left(\frac{20}{x} \right)$$

où $g(x)$ est la quantité demandée par les consommateurs pour un prix unitaire de x .

1. Les courbes représentatives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g des fonctions f et g sont tracées dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ orthogonal fourni en annexe.

a) Identifier les courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sur la feuille annexe. Expliquez votre choix.

b) Que représente le point A d'un point de vue économique ? Lire ses coordonnées $(x_0; y_0)$ sur le graphique.

2. Pour déterminer les coordonnées de A de façon précise, on est amené à résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

On pose, pour tout x appartenant à $]0;6]$, $h(x) = f(x) - g(x)$.

a) Montrer que $h'(x) = 0,35e^{0,5x+2} + \frac{10}{x}$.

b) Étudier le signe de la dérivée h' et en déduire le sens de variations de h .

c) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique x_0 sur l'intervalle $[2;3]$.

Déterminer alors la valeur arrondie au dixième de x_0 à l'aide de la calculatrice.

d) En déduire le prix unitaire d'équilibre de cette console en euros et le nombre de consoles disponibles à ce prix (arrondir à la centaine).

La question 3 est indépendante de la question 2.

3. Surplus des fournisseurs.

On prendra dans cette question $x_0 = 2,7$ et $y_0 = 20$.

a) Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle $]0;6]$.

b) On appelle surplus des fournisseurs le nombre $S = x_0 y_0 - \int_0^{x_0} f(x) dx$.

Ce nombre représente une aire.

Représenter cette aire sur le graphique de la feuille annexe.

Calculer S .

