

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, trois réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.

1. La valeur moyenne sur l'intervalle $[-1 ; 2]$ de la fonction f définie par $f(x) = 6x^2 + 3$ est :

- -8
- 0
- 9

2. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{2}{x}\right)$.

La limite de la fonction g en $+\infty$ est égale à :

- $-\infty$
- 0
- 1

3. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(3 - x) \leq 0$ est l'intervalle :

- $[3; +\infty[$
- $[2; 3[$
- $[2; +\infty[$

4. Pour tous réels a et b , strictement positifs, $\ln(ab) - \ln(a^2)$ est égal à :

- $\ln\left(\frac{b}{a}\right)$
- $\ln(b - a)$
- $\frac{\ln b}{\ln a}$

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une ville ne dispose que d'un cinéma de quartier dans le centre et d'un cinéma multiplexe en périphérie. Des films français et des films étrangers sont projetés dans les deux cinémas.

On sait que, parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville :

- 75 % préfèrent le cinéma multiplexe.
- 60 % des personnes qui préfèrent le cinéma de quartier vont voir de préférence les films français.

On choisit au hasard un spectateur parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville.

On note respectivement M, Q, F et E les événements suivants :

M : « le spectateur préfère le cinéma multiplexe » ;

Q : « le spectateur préfère le cinéma de quartier » ;

F : « le spectateur préfère les films français » ;

E : « le spectateur préfère les films étrangers ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondis au centième.

On pourra utiliser un arbre de probabilité ou un tableau.

1. Montrer que la probabilité que le spectateur choisi préfère le cinéma de quartier et préfère les films étrangers est 0,1.
2. 70 % des personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville préfèrent les films étrangers.
Quelle est la probabilité que le spectateur choisi préfère le cinéma multiplexe et préfère les films étrangers ?
3. Le spectateur choisi préfère les films étrangers. Quelle est la probabilité qu'il préfère le cinéma de quartier ?
4. On choisit au hasard et de façon indépendante trois spectateurs parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville. Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux préfère les films étrangers ?

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un ciné-club qui projette des films français et étrangers dispose de deux salles. Les abonnés au ciné-club assistent systématiquement à une projection chaque lundi soir.

- La probabilité qu'un spectateur ayant vu un film français à une séance retourne voir un film français à la séance suivante est égale à 0,6.
- La probabilité qu'un spectateur ayant vu un film étranger à une séance aille voir un film français à la séance suivante est égale à 0,75.

Un lundi soir, un film français est projeté dans chacune des deux salles. Puis les semaines suivantes, le ciné-club propose dans une salle un film français et dans l'autre un film étranger.

On cherche à étudier l'évolution de la répartition des spectateurs entre les deux salles au cours des semaines suivantes, à partir de ce lundi.

1. On note A l'état : « le spectateur voit un film français ».

On note B l'état : « le spectateur voit un film étranger ».

a) Représenter la situation ci-dessus par un graphe probabiliste.

b) On note M la matrice de transition de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique.

Justifier que $M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,75 & 0,25 \end{pmatrix}$

2. Soient A_n l'évènement : « Le spectateur voit un film français à la n -ième séance » et B_n l'évènement : « Le spectateur voit un film étranger à la n -ième séance ».

L'état probabiliste de la répartition des abonnés dans les deux salles lors de la n -ième séance est donné par la matrice ligne $T_n = (a_n \quad b_n)$ ou $a_n = P(A_n)$, $b_n = P(B_n)$ et $a_n + b_n = 1$.

L'état probabiliste initial est donc donné par $T_1 = (1 \quad 0)$.

Déterminer les matrices T_2 et T_3 . En donner une interprétation en termes de répartition des abonnés dans les deux salles.

3. Déterminer la valeur arrondie au centième des réels x et y définissant l'état limite $T = (x \quad y)$ vers lequel converge la suite (T_n) . Interpréter le résultat.

EXERCICE 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de rugby de 2001 à 2006.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'adhérents y_i	70	90	115	140	170	220

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'adhérents en fonction du rang x de l'année.

PARTIE A : Un ajustement affine.

- Dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 20 adhérents sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série $(x_i; y_i)$.
- Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés et la tracer sur le graphique précédent (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis à l'unité*).
- En supposant que cet ajustement reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2007.

PARTIE B : Un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$.

- Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième.

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i	4,248					

- Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis au millième*).
- En déduire une approximation du nombre d'adhérents y en fonction du rang x de l'année.
- En prenant l'approximation $y \approx 57,1e^{0,224x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2007.

PARTIE C : Comparaison des ajustements.

En 2007, il y a eu 280 adhérents. Lequel des deux ajustements semble le plus pertinent ? Justifier la réponse. *Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

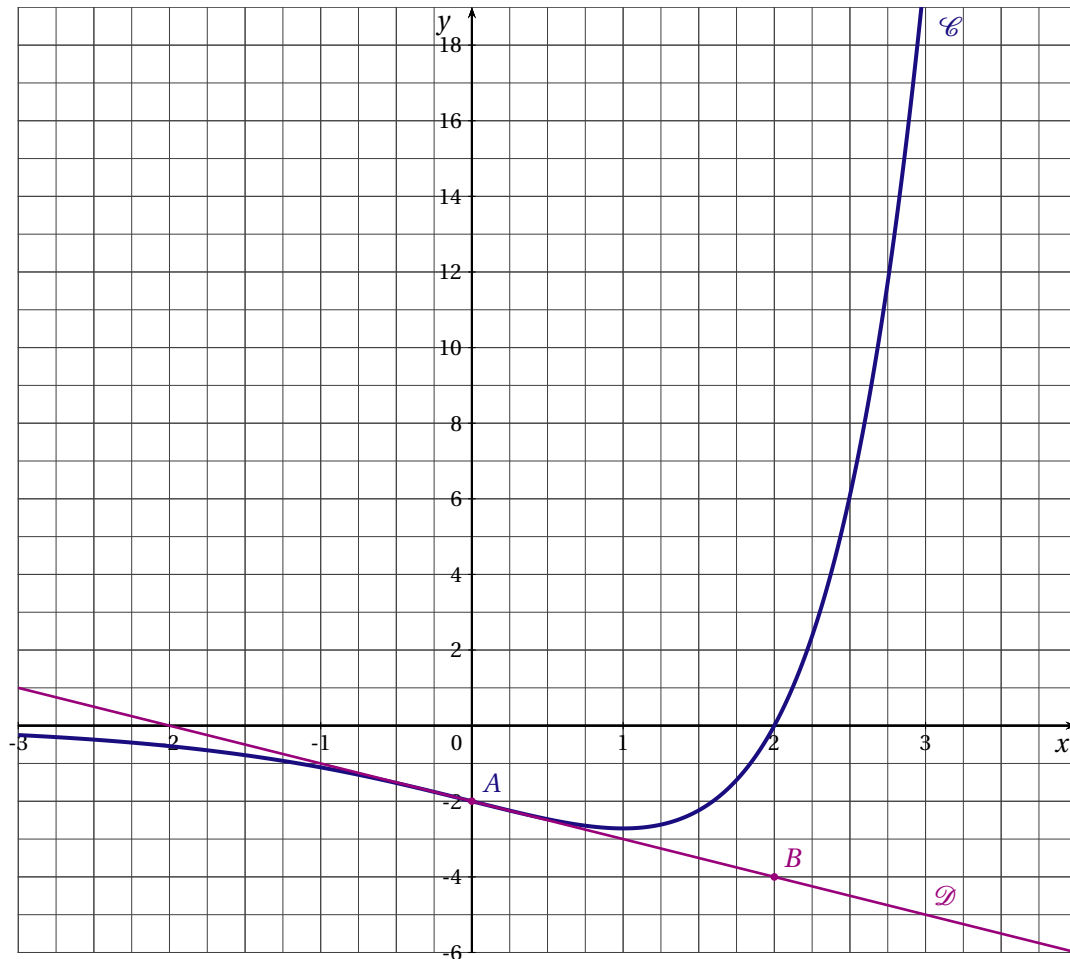
EXERCICE 4 (6 points)

Commun à tous les candidats

PARTIE A

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

La tangente $\mathcal{D}$ à la courbe $\mathcal{C}$ au point $A(0; -2)$ passe par le point $B(2; 4)$.



On désigne par f' la fonction dérivée de f .

1. a) Donner la valeur de $f(0)$.
b) Justifier que : $f'(0) = -1$.
2. a) On admet qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout réel x , $f(x) = (x + a)e^{bx}$.
Vérifier que pour tout réel x , $f'(x) = (bx + ab + 1)e^{bx}$.
b) Utiliser les résultats précédents pour déterminer les valeurs exactes des réels a et b .

PARTIE B

On considère maintenant la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = (x - 2)e^x$.

1. Donner l'expression de $f'(x)$ pour tout réel x ; en déduire le sens de variation de la fonction f sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.
2. a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (on rappelle que $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$).
Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
3. a) Montrer que la fonction g définie par $g(x) = (x - 3)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer $\int_2^3 f(x) \, dx$.

c) Préciser le signe de $f(x)$ pour tout x de l'intervalle $[2;3]$.

Déterminer la valeur, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.

Donner le résultat sous forme décimale, arrondi au dixième.