

EXERCICE 1 (6 points)

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous indique, pour une année donnée, l'évolution de l'indice de consommation des produits des Technologies de l'Information et de la Communication (T. I. C.) des années 2000 à 2009.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Indice : y_i	100	114,14	131,17	147,06	166,56	189,63	219,38	251,01	268,14

Source : Insee comptes nationaux - base 2000

PARTIE A : ajustement exponentiel

1. Pour i entier variant de 0 à 8, construire le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ associé à la série statistique dans le plan rapporté à un repère orthogonal fourni en annexe 1 à rendre avec la copie.
2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = 101e^{0,13x}$. On suppose que la fonction f modélise un ajustement exponentiel de la série statistique $(x_i; y_i)$. Sa courbe représentative est tracée dans l'annexe 1.
 - a) Déterminer les variations de la fonction f .
 - b) Résoudre dans l'intervalle $[0; +\infty[$ l'inéquation $f(x) \geq 350$. Interpréter le résultat obtenu.

PARTIE B : ajustement affine

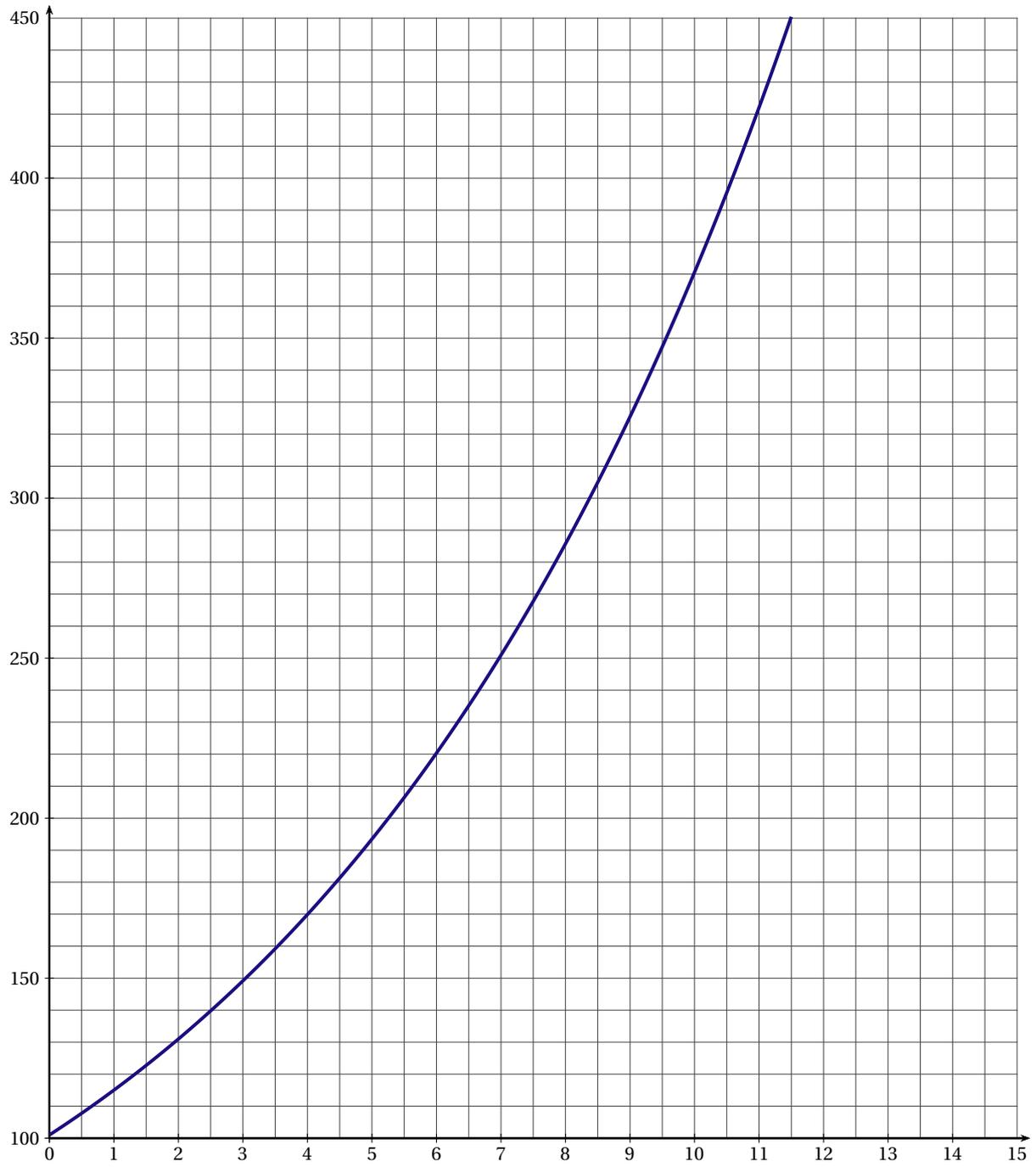
1. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ (i entier variant de 0 à 8) puis le placer dans le graphique de l'annexe 1.
2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite \mathcal{D} de ce nuage par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-2} .
Tracer cette droite dans le graphique de l'annexe 1.
3. On suppose que le modèle affine reste valable jusqu'en 2014.
Déterminer à partir de quelle année, l'indice de consommation des produits des T. I. C. sera supérieur à 350. Justifier votre réponse.

PARTIE C : Comparaison des modèles

On sait que pour l'année 2009, l'indice de consommation des produits des Technologies de l'Information et de la Communication (T. I. C.) est de 284,24.

Des deux ajustements précédents, lequel donne l'estimation la plus proche de la réalité? Justifier votre réponse.

ANNEXE 1 : À RENDRE AVEC LA COPIE



EXERCICE 2 (5 points)

Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère une fonction f :

- définie, continue et dérivable sur l'intervalle $[-1; +\infty[$;
- strictement croissante sur l'intervalle $[0; 2]$;
- strictement décroissante sur les intervalles $[-1; 0]$ et $[2; +\infty[$.

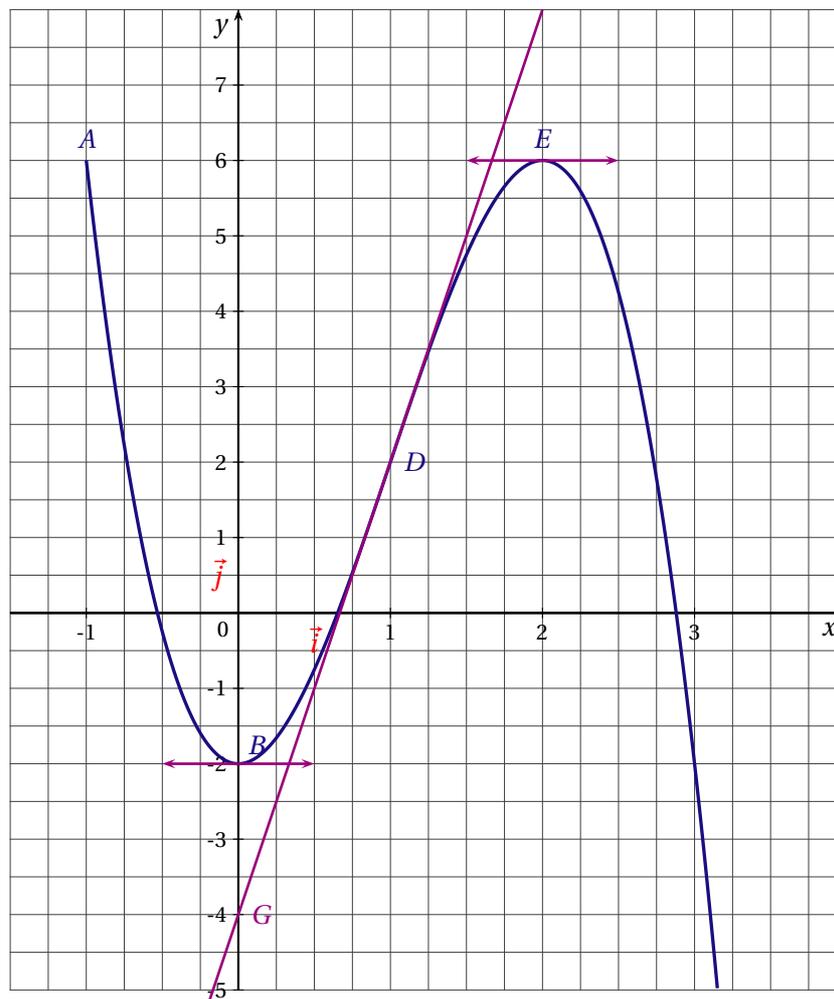
On note f' la fonction dérivée de f et F la primitive de f sur l'intervalle $[-1; +\infty[$ qui s'annule en 0.

La courbe \mathcal{C} , tracée ci-dessous, représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Elle passe par les points $A(-1; 6)$, $B(0; -2)$, $D(1; 2)$ et $E(2; 6)$.

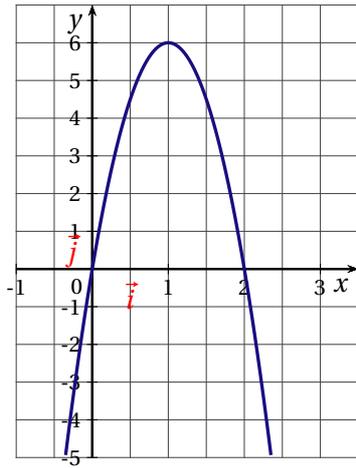
Elle admet au point D une tangente passant par le point $G(0; -4)$.

Elle admet au point B et au point E une tangente horizontale.

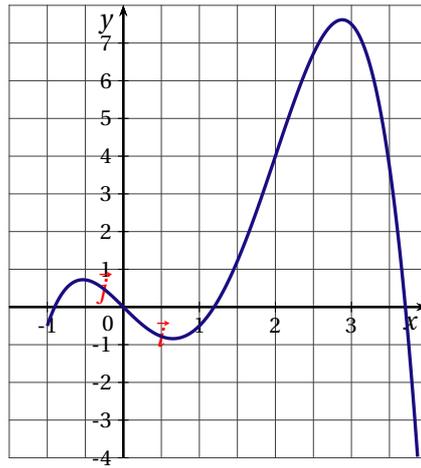


1. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$. Justifier les réponses.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point D .
3. Montrer que sur l'intervalle $[-1; 0]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution que l'on notera x_1 .
4. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet, sur l'intervalle $[-1; +\infty[$, deux autres solutions que l'on notera x_2 et x_3 , avec $x_2 < x_3$. Dresser le tableau de signes de la fonction f .
5. Parmi les trois courbes suivantes, \mathcal{C}_1 , \mathcal{C}_2 , \mathcal{C}_3 , préciser, en justifiant la réponse, celle qui représente F , et celle qui représente f' .

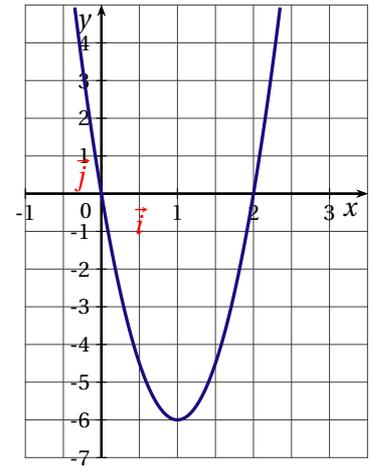
SUJET ASIE



Courbe \mathcal{C}_1



Courbe \mathcal{C}_2



Courbe \mathcal{C}_3

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

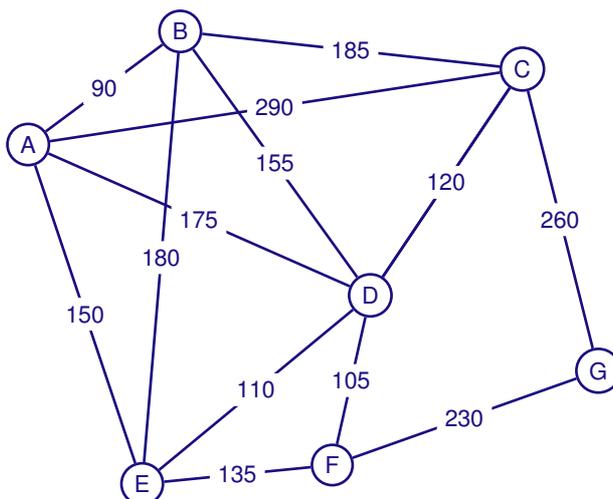
Les parties I et II sont indépendantes

Le graphe Γ suivant représente le plan d'un zoo.

Le sommet A représente son accès. Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les différents secteurs animaliers de ce zoo.

Une arête représente l'allée reliant deux secteurs et est pondérée par la distance de parcours, exprimée en mètres, entre ces deux secteurs.

$AB = 90$, $AC = 290$, $AD = 175$, $AE = 150$, $BC = 185$, $BD = 155$, $BE = 180$, $CD = 120$, $CG = 260$, $DE = 110$, $DF = 105$, $EF = 135$, $FG = 230$.



PARTIE I :

Pour mieux visualiser sur le plan les différents secteurs du zoo, on veut les colorier de telle sorte que deux secteurs adjacents ne soient pas de la même couleur.

1. Quel est le nombre minimum de couleurs nécessaires à la réalisation de ce plan ? Justifier la réponse,
2. Donner un encadrement du nombre chromatique du graphe Γ .
Justifier la réponse.
3. Proposer alors une telle coloration.

PARTIE II :

1. Pour nettoyer les allées, les services techniques du zoo utilisent une balayeuse automobile.
Est-il possible que cette balayeuse n'emprunte chaque allée qu'une fois et une seule ? Si oui, proposer un tel chemin, sinon justifier votre réponse.
2. Les services de sécurité basés au point A doivent intervenir dans le secteur G. Déterminer, à l'aide d'un algorithme, l'itinéraire le plus court.

EXERCICE 3 (4 points)

Commun à tous les candidats

Une entreprise financière est divisée en deux secteurs; 65 % de son personnel travaille dans le secteur A et 35 % dans le secteur B.

Cette entreprise s'intéresse au niveau de stress de son personnel.

Une enquête, menée sous la forme d'un questionnaire informatisé, est réalisée au sein de l'entreprise. Le questionnaire est proposé de manière anonyme aux salariés des deux secteurs. Cette enquête révèle que pour le secteur A, 20 % du personnel se dit stressé, tandis que, dans le secteur B, ce taux est de 30 %.

On choisit au hasard le questionnaire d'un employé de l'entreprise, chacun ayant la même probabilité d'être choisi.

On note :

- A : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur A ».
- B : « le questionnaire est celui d'un employé du secteur B ».
- S : « le questionnaire est celui d'un employé stressé ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le questionnaire choisi soit celui d'un employé qui travaille dans le secteur B et qui est stressé.
3. *Toute trace de recherche même incomplète, d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'entreprise examine l'opportunité d'installer une salle de relaxation. Si le taux d'employés stressés est strictement supérieur à 25 %, cette salle sera installée.

L'entreprise plantera-t-elle la salle de relaxation? Justifier la réponse.

4. Sachant que le questionnaire choisi est celui d'un employé stressé, quelle est la probabilité qu'il travaille dans le secteur A? (le résultat sera arrondi à 10^{-2})

EXERCICE 4 (5 points)

Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est de déterminer le bénéfice maximum réalisable pour la vente d'un produit « alpha » fabriqué par une entreprise. Toute l'étude porte sur un mois complet de production.
Le coût marginal de fabrication du produit « alpha » par l'entreprise est modélisé par la fonction C_m définie sur l'intervalle $[1;20]$ par

$$C_m(q) = 4 + (0,2q^2 - 2q)e^{-0,2q},$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $C_m(q)$ son coût exprimé en milliers d'euros.

1. La fonction coût total est modélisée par la fonction C_T définie sur l'intervalle $[1;20]$ par :

$$C_T(q) = 4q - q^2 e^{-0,2q}.$$

Vérifier que cette fonction C_T est une primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[1;20]$.

2. La fonction coût moyen, notée C_M , est la fonction définie sur l'intervalle $[1;20]$ par :

$$C_M(q) = \frac{C_T(q)}{q}.$$

a) Vérifier que $C_M(q) = 4 - qe^{-0,2q}$.

b) Déterminer la fonction dérivée C_M' de la fonction C_M .

c) Pour quelle production mensuelle q_0 (exprimée en tonnes) l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal?
Quel est ce coût? Pour cette production q_0 , quelle est la valeur du coût marginal?

3. *Toute trace de recherche même incomplète, d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

On suppose que l'entreprise vend toute sa production mensuelle.

Chaque tonne du produit « alpha » est vendu 4000 euros.

On désigne par $R(q)$ la recette mensuelle obtenue pour la vente de q tonnes du produit « alpha » et par $B(q)$ le bénéfice mensuel en millier d'euros ainsi réalisé.

Les représentations graphiques des fonctions recette et coût total sont données dans l'annexe 2 à rendre avec la copie.

Estimer graphiquement, en précisant votre démarche, le bénéfice maximal que l'on peut espérer sur le mois étudié.

ANNEXE 2 : À RENDRE AVEC LA COPIE

