

EXERCICE 1 (3 points)

Commun à tous les candidats

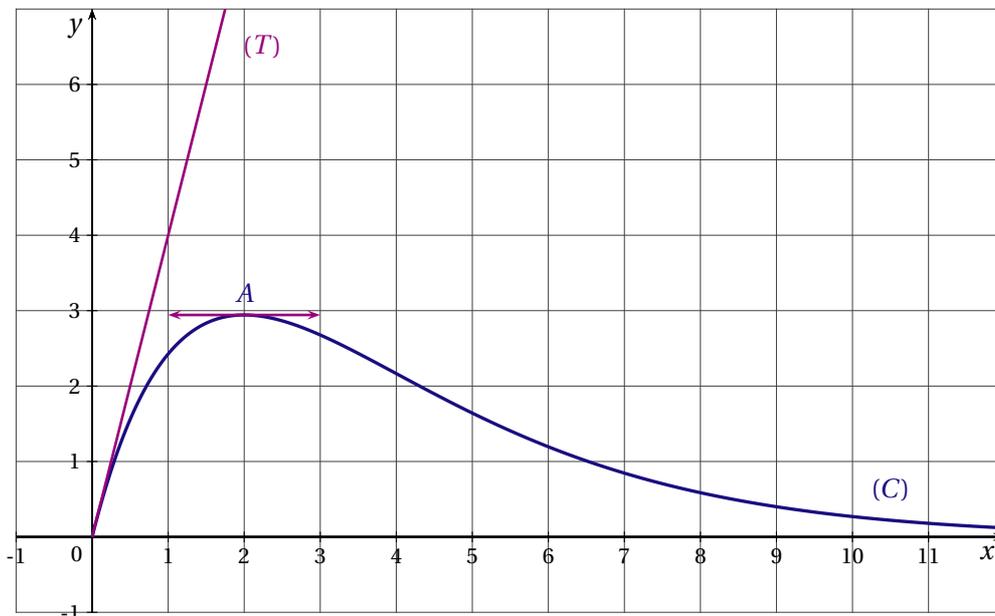
QCM : Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Le candidat portera sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse inexacte ou l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.

Les parties A et B sont indépendantes

PARTIE A

On donne ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative (C) d'une fonction définie et dérivable sur $[0; +\infty[$. On sait que :

- la courbe (C) passe par les points $O(0;0)$ et $A\left(2; \frac{8}{e}\right)$,
- la tangente à (C) en O est la droite (T) qui passe par le point de coordonnées $(1; 4)$,
- la tangente à (C) en A est parallèle à l'axe des abscisses,
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.



1. La limite de f en $+\infty$ est :
 - a. 0
 - b. $-\infty$
 - c. $+\infty$
2. Le nombre $f'(0)$ vaut :
 - a. -1
 - b. 0
 - c. 4
3. L'inéquation $f'(x) \geq 0$ a pour ensemble de solutions :
 - a. $[0; +\infty[$
 - b. $[0; 2]$
 - c. $[0; 2[$

PARTIE B

1. Soit g la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} , par $g(x) = xe^{-2x}$. La dérivée de la fonction g est :
 - a. $g'(x) = -2e^{-2x}$
 - b. $g'(x) = (1 - 2x)e^{-2x}$
 - c. $g'(x) = e^{-2x}$

2. La valeur exacte de $\int_0^1 e^{-2x} dx$ est :

a. $\frac{1}{2}(1 - e^{-2})$

b. $e^{-2} - 1$

c. $-\frac{1}{2}(1 + e^{-2})$

3. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[1;3]$ par $h(x) = \frac{1}{x}$. La valeur moyenne de la fonction h sur $[1;3]$ est :

a. $\ln 3$

b. $\frac{2}{3}$

c. $\ln(\sqrt{3})$

EXERCICE 2 (5 points)

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne le nombre de licenciés à la fédération française de badminton.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de licenciés (y_i)	70 589	79 049	85 712	91 782	96 706	108 762	114 725	115 643	124 894	134 886

Sources : Fédération Française de Badminton

- Déterminer le pourcentage d'augmentation, arrondi à l'unité, du nombre de licenciés entre les années 2000 et 2009.
- Construire le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan (P) muni du repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, défini de la façon suivante :
 - Sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on prendra 2 cm comme unité.
 - Sur l'axe des ordonnées, on placera 70 000 à l'origine et on prendra 1 cm pour 5 000 licenciés.
- À l'aide de la calculatrice, déterminer l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à l'unité.
 - En utilisant cet ajustement, calculer le nombre de licenciés que l'on peut prévoir en 2012.
- On décide d'utiliser comme ajustement la courbe d'équation $y = ke^{px}$. On suppose que cette courbe passe par les points $M(0; 70589)$ et $N(9; 134886)$.
Déterminer les réels k et p (on arrondira p au millième).
- On utilise comme ajustement dans cette question, la courbe d'équation $y = 70589e^{0,072x}$.
Utiliser cet ajustement pour estimer le nombre de licenciés en 2012 que l'on donnera arrondi à l'unité.

EXERCICE 3 (5 points) *Candidats de la série ES n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Pierre pratique la course à pied plusieurs fois par semaine. Il a trois parcours différents, notés A, B et C et deux types de séances d'entraînement : Endurance, notée E et Vitesse, notée V.

Chaque fois que Pierre va courir, il choisit un parcours (A, B ou C), puis un type d'entraînement (E ou V).

Si A et B désignent deux évènements d'une même expérience aléatoire, alors on notera \bar{A} l'évènement contraire de A , $p(A)$ la probabilité de l'évènement A , et $p_A(B)$ la probabilité de l'évènement B sachant que A est réalisé, avec $p(A) \neq 0$.

Pierre va courir aujourd'hui. On considère les évènements suivants :

A : « Pierre choisit le parcours A »

B : « Pierre choisit le parcours B »

C : « Pierre choisit le parcours C »

E : « Pierre fait une séance d'endurance »

V : « Pierre fait une séance de vitesse »

On sait que :

- Pierre choisit le parcours A dans 30 % des cas et le parcours B dans 20 % des cas ;
- si Pierre choisit le parcours A, alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas ;
- si Pierre choisit le parcours B, alors il fait une séance d'endurance dans 80 % des cas.

1. Faire un arbre de probabilité décrivant la situation ci-dessus.
2. a) Donner la valeur de $p_A(E)$.
b) Calculer $p_B(V)$.
3. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours C.
4. Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours A et une séance de vitesse.
5. On sait que $p(E) = 0,7$. Montrer que : $p(E \cap C) = 0,42$.
6. On sait que Pierre a choisi le parcours C. Quelle est la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance ?

EXERCICE 3 (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un employé se rend à son travail en bus et, soit il n'est pas en retard, c'est-à-dire qu'il est à l'heure ou en avance, soit il est en retard.

Le 1^{er} jour, la probabilité que cet employé arrive en retard est de 0,2.

Pour les jours suivants :

S'il est en retard un jour donné, alors la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de 0,05.

Si l'employé n'est pas en retard un jour donné, alors la probabilité qu'il soit en retard le lendemain est de 0,2.

Pour tout entier naturel n non nul, on note

R_n l'évènement « l'employé est en retard à son travail le n -ième jour ».

H_n l'évènement « l'employé n'est pas en retard à son travail le n -ième jour ».

On note également, pour tout entier naturel n non nul :

- r_n la probabilité que l'employé soit en retard le n -ième jour,
- h_n la probabilité que l'employé ne soit pas en retard le n -ième jour,
- $P_n = \begin{pmatrix} r_n & h_n \end{pmatrix}$ la matrice qui traduit l'état probabiliste au n -ième jour.

1. Déterminer l'état initial P_1 .
2. a) Tracer un graphe probabiliste traduisant les données de l'énoncé.
b) Donner la matrice de transition M associée à ce graphe.
3. Quelle est la probabilité que cet employé soit en retard le 3^e jour. On donnera le résultat avec une valeur arrondie au centième.
4. Soit $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ l'état probabiliste stable.
 - a) Montrer que x et y vérifient la relation $y = 0,95x + 0,8y$.
 - b) Déterminer l'état stable du système en arrondissant les valeurs au millièm. Interpréter ces résultats.

EXERCICE 4 (7 points)

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 10]$ par $f(x) = 10\ln(x+1) - x$.

PARTIE A

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 10]$.

x	0	9	10	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			$f(9)$	
	0			$f(10)$

- Justifier le sens de variation de f sur l'intervalle $[0; 10]$.
- Donner les valeurs de $f(9)$ et de $f(10)$ arrondies au centième.
- Montrer que l'équation $f(x) = 10$ admet dans l'intervalle $[0; 9]$ une unique solution α . Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.
- On considère la fonction F définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$F(x) = (10x + 10) \times \ln(x + 1) - 10x - \frac{x^2}{2}.$$

Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0; 10]$.

PARTIE B

Une entreprise fabrique des puces pour des téléphones portables. Le coût marginal pour une production de x centaines de puces ($0 \leq x \leq 10$) est donné en centaines d'euros par $f(x) = 10\ln(x+1) - x$.

- En utilisant la partie A, déterminer le nombre de puces que l'entreprise doit fabriquer pour que le coût marginal soit maximum.
- Pour tout réel x de l'intervalle $[0; 10]$, on note $C(x)$ le coût total de production, en centaines d'euros, de x centaines de puces.

On assimile le coût marginal à la dérivée du coût total, c'est-à-dire que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; 10]$, $C'(x) = f(x)$.

Les coûts fixes s'élèvent à 1500 euros, c'est-à-dire que $C(0) = 15$.

Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0; 10]$, $C(x) = (10x + 10) \times \ln(x + 1) - 10x - \frac{x^2}{2} + 15$.

- Étudier le sens de variation de la fonction C sur l'intervalle $[0; 10]$.