EXERCICE 1 (5 *points*) *Commun à tous les candidats*

DOCUMENT 1 : « *En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles.* »
(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Edition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse.
On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.

PARTIE B

Les étudiants des CPGE se répartissent en 3 filières :

— la filière scientifique (S) accueille 61,5 % des étudiants ;

— la série économique et commerciale (C) accueille 24 % des étudiants ;

— les autres étudiants suivent une filière littéraire (L).

DOCUMENT 2 : « *En classes littéraires, la prépondérance des femmes semble bien implantée : avec trois inscrites sur quatre, elles y sont largement majoritaires. Inversement, dans les préparations scientifiques, les filles sont présentes en faible proportion* (30 %) *alors qu'on est proche de la parité dans les classes économiques et commerciales.* »
(Même source)

On considère que parmi tous les inscrits en CPGE en 2009-2010, la proportion de fille est 42,7 %. On interroge au hasard un étudiant en CPGE. On considère les événements suivants :

— F : l'étudiant interrogé est une fille ;

— S : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière scientifique ;

— C : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière économique et commerciale ;

— L : l'étudiant interrogé est inscrit dans la filière littéraire.

1. Donner les probabilités $P(S)$, $P(C)$, $P_L(F)$, $P_S(F)$ et $P(F)$.
   Construire un arbre pondéré traduisant cette situation. Cet arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
2. a) Calculer la probabilité que l'étudiant interrogé au hasard soit une fille inscrite en L.
   b) Calculer la probabilité de l'événement $F \cap S$.
   c) En déduire que la probabilité de l'événement $F \cap C$ est 0,133 75.
3. Sachant que l'étudiant interrogé suit la filière économique et commerciale, quelle est la probabilité qu'il soit une fille ? On arrondira le résultat au millième.
   Confronter ce résultat avec les informations du document 2.
4. Sachant que l'étudiant interrogé est une fille, quelle est la probabilité qu'elle soit inscrite dans la filière littéraire L ? On arrondira le résultat au millième.

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Cette production ne peut dépasser 700 objets par jour.
On modélise le coût total de production par une fonction C.
Lorsque x désigne le nombre d'objets fabriqués, exprimé en centaines, $C(x)$, le coût total correspondant, est exprimé en centaines d'euros.
La courbe représentative de la fonction C est donnée en annexe.

PARTIE A

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes en arrondissant au mieux. On laissera apparents les traits de construction sur la figure donnée en annexe.

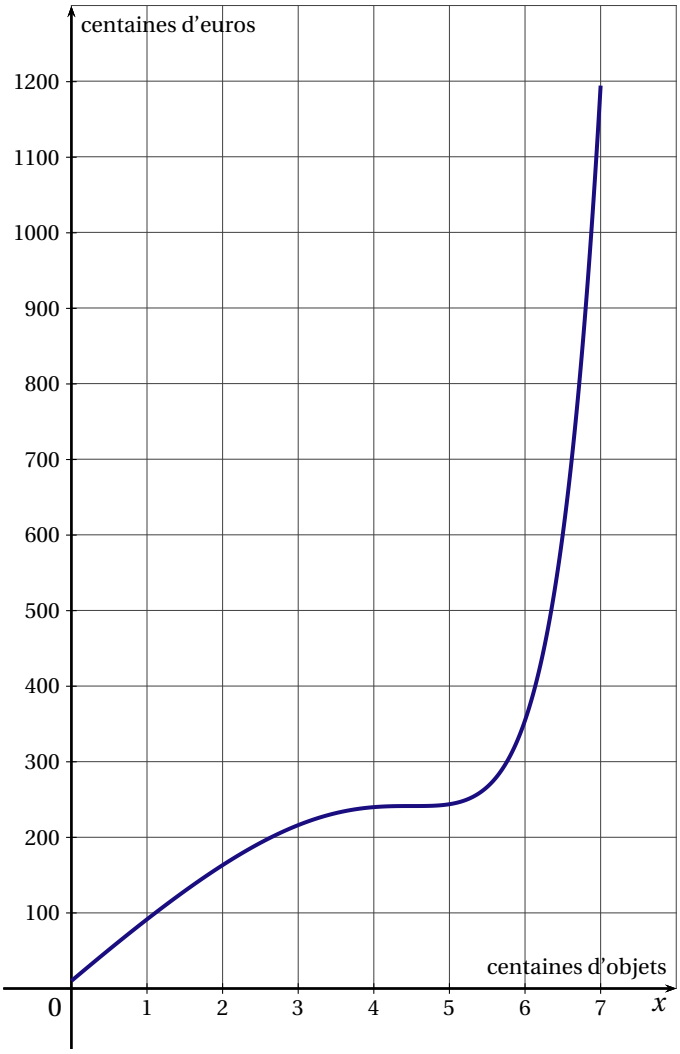
1. Quel est le coût total de production pour 450 objets ?
2. Combien d'objets sont produits pour un coût total de 60 000 euros ? On considère que le coût marginal est donné par la fonction C' dérivée de la fonction C.
   a) Estimer le coût marginal pour une production de 450 objets puis de 600 objets.
   b) Que pensez-vous de l'affirmation : « le coût marginal est croissant sur l'intervalle $[0;7]$ » ?

PARTIE B

Le prix de vente de chacun de ces objets est de 75 euros.

1. On note r la fonction « recette ». Pour tout nombre réel x dans l'intervalle $[0;7]$, $r(x)$ est le prix de vente, en centaines d'euros, de x centaines d'objets.
   Représenter la fonction r dans le repère donné en annexe.
2. En utilisant les représentations graphiques portées sur l'annexe, répondre aux questions qui suivent.
   a) En supposant que tous les objets produits sont vendus, quelle est, pour l'entreprise, la fourchette maximale de rentabilité ? Justifier la réponse.
   b) Que penser de l'affirmation : « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 500 objets plutôt que 600 objets » ?

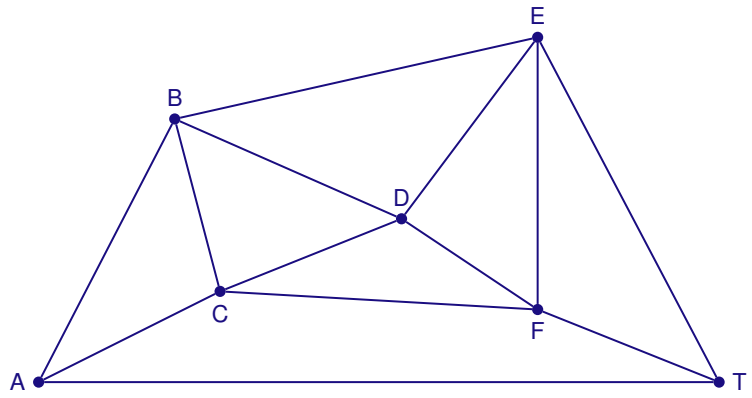
ANNEXE


centaines d'euros
1200
1100
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
1
2
3
4
5
6
7
x
centaines d'objets

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité*

PARTIE A

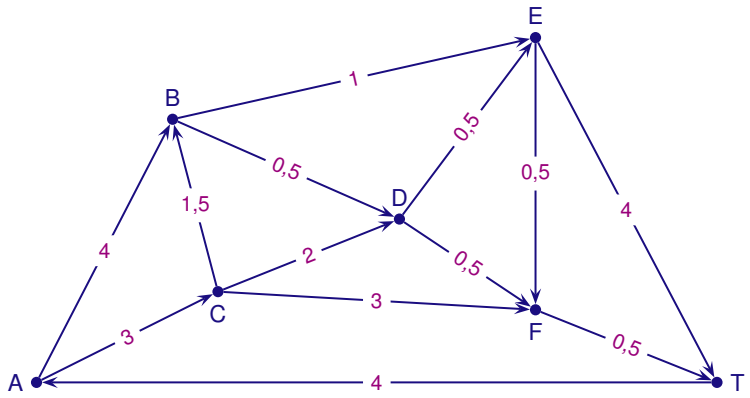
Le graphe ci-dessous représente, dans un aéroport donné, toutes les voies empruntées par les avions au roulage. Ces voies, sur lesquelles circulent les avions avant ou après atterrissage, sont appelées *taxiways*.
Les arêtes du graphe représentent les voies de circulation (les « taxiways ») et les sommets du graphe sont les intersections.



1. Déterminer le nombre de voies de circulation au total.
2. Afin que l'aéroport soit déneigé le plus rapidement possible, est-il possible de planifier un parcours pour que les chasse-neige passent par toutes les voies sans emprunter plusieurs fois la même route ? Justifier la réponse et donner un tel parcours.

PARTIE B

Dans le graphe ci-dessous, on a indiqué le sens de circulation pour les avions dans les différentes voies ainsi que le temps de parcours pour chacune en minute(s).



1. a) Écrire la matrice M associée à ce graphe (ranger les sommets dans l'ordre alphabétique).
   b) Citer tous les chemins de longueur 3 reliant A à T.
2. L'avion qui a atterri est en bout de piste en A et doit se rendre le plus rapidement possible au terminal situé au point T.
   Déterminer l'itinéraire le plus rapide et en donner la durée.

EXERCICE 3 (5 *points*) *Commun à tous les candidats*

La suite (u_n) est définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$\begin{cases} u_0 & = & 5 \\ u_{n+1} & = & \dfrac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

PARTIE A

1. On souhaite écrire un algorithme affichant, pour un entier naturel n non nul donné, tous les termes de la suite, du rang 0 au rang n.

   Parmi les trois algorithmes suivants, un seul convient.
   Indiquer lequel et justifier pourquoi les deux autres ne peuvent donner le résultat attendu.

Variables :
U est un nombre réel
i et N sont des nombres entiers
Début
Saisir une valeur pour N
U prend la valeur 5
Pour i de 0 à N faire
  Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$
Fin Pour
Afficher U
Fin
	Variables :
	U est un nombre réel
	i et N sont des nombres entiers
	Début
	Saisir une valeur pour N
	Pour i de 0 à N faire
	  U prend la valeur 5
	  Afficher U
	  Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$
	Fin Pour
	Fin
		Variables :
		U est un nombre réel
		i et N sont des nombres entiers
		Début
		Saisir une valeur pour N
		U prend la valeur 5
		Pour i de 0 à N faire
		  Afficher U
		  Affecter à U la valeur $\frac{1}{2} \times U + 1$
		Fin Pour
		Fin

algorithme 1	**algorithme 2**	**algorithme 3**

2. On saisit la valeur 9 pour N, l'affichage est le suivant :

5	3,5	2,75	2,375	2,185	2,0938	2,0469	2,0234	2,0117	2,0059

   Quelle conjecture peut-on émettre sur le sens de variation de cette suite ?

PARTIE B

On introduit une suite auxiliaire (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 2$.

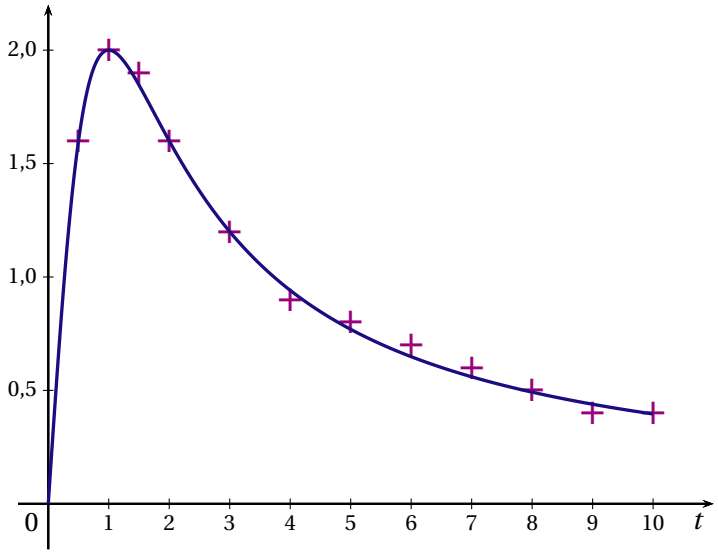
1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison q et son premier terme v_0.
2. Montrer que, pour tout nombre entier naturel n, on a $u_n = 2 + 3\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.
3. Étudier les variations de la suite (u_n).
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. À partir de quel rang a-t-on : $u_n - 2 \leqslant 10^{-6}$?

EXERCICE 4 (5 *points*) *Commun à tous les candidats*

Les antibiotiques sont des molécules possédant la propriété de tuer des bactéries ou d'en limiter la propagation. Le tableau ci-dessous donne la concentration dans le sang en fonction du temps d'un antibiotique injecté en une seule prise à un patient.

Temps en heure	0,5	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Concentration en mg/l	1,6	2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4

Ces données conduisent à la modélisation de la concentration en fonction du temps par la fonction g définie sur l'intervalle $[0;10]$ par $g(t) = \dfrac{4t}{t^2+1}$.
Lorsque t représente le temps écoulé, en heures, depuis l'injection de l'antibiotique, $g(t)$ représente la concentration en mg/l de l'antibiotique.
Le graphique suivant représente les données du tableau et la courbe représentative de la fonction g.



1. Par lecture graphique donner sans justification :
   a) les variations de la fonction g sur $[0;10]$;
   b) la concentration maximale d'antibiotique lors des 10 premières heures ;
   c) l'intervalle de temps pendant lequel la concentration de l'antibiotique dans le sang est supérieure à 1,2 mg/l.
2. a) La fonction g est dérivable sur l'intervalle $[0;10]$ et sa dérivée est g'.
   Montrer que $g'(t) = \dfrac{4\left(1-t^2\right)}{\left(t^2+1\right)^2}$.
   b) En utilisant l'expression de $g'(t)$, montrer que la concentration maximale serait, avec cette modélisation, atteinte exactement 1 heure après l'injection.
3. On admet que G définie sur $[0;10]$ par $G(t) = 2\ln\left(t^2+1\right)$ est une primitive de g sur cet intervalle.
   Quelle est la concentration moyenne de l'antibiotique pendant les 10 premières heures ? Donner la valeur exacte et la valeur arrondie au millième.
   Rappel : la valeur moyenne d'une fonction f sur $[a;b]$ est donnée par $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.
4. On définit la CMI (Concentration Minimale Inhibitrice) d'un antibiotique comme étant la concentration au dessus de laquelle les bactéries ne peuvent plus se multiplier.
   La CMI de l'antibiotique injecté est 1,2 mg/l.
   Déterminer, par le calcul, le temps d'antibiotique utile c'est-à-dire la durée pendant laquelle la concentration de l'antibiotique étudié est supérieure à sa CMI.