

**EXERCICE 1** (5 points)

Commun à tous les candidats

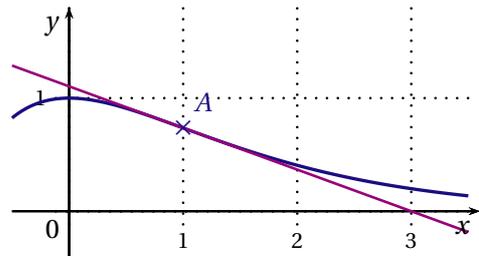
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse ou l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.

1. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $[0;3]$  ainsi que la tangente au point  $A$  d'abscisse 1.

En  $x = 1$ , le nombre dérivé de  $f$  est :

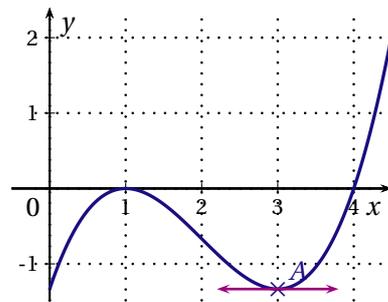
- a)  $-2e$
- b)  $3$
- c)  $\frac{1}{e}$
- d)  $-\frac{1}{e}$



2. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction  $g$  définie et dérivable sur  $[0;5]$  ainsi que sa tangente horizontale au point  $A$  d'abscisse 3.

Le signe de la fonction dérivée de  $g$  est :

- a) négatif sur  $[0; 1]$
- b) positif sur  $[3; 4]$
- c) négatif sur  $[1; 4]$
- d) change en  $x = 4$



3. La fonction  $H$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $H(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$  est une primitive de la fonction  $h$  définie par :

- a)  $e^{-\frac{x^2}{2}}$
- b)  $-e^{-\frac{x^2}{2}}$
- c)  $-xe^{-\frac{x^2}{2}}$
- d)  $-2xe^{-\frac{x^2}{2}}$

4. Soit  $j$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $j(x) = 1 + \ln x$ .

L'équation  $j(x) = 0$  a pour solution :

- a)  $e$
- b)  $-1$
- c)  $\frac{1}{e}$
- d)  $1$

5. On considère la fonction  $k$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $k(x) = 3x + 5$ .

L'aire, en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe représentative de  $k$ , l'axe des abscisses, et les droites d'équation  $x = 0$  et  $x = 1$  est :

- a) 6,5
- b) 8
- c) 4,5
- d) 8,5

**EXERCICE 2** (5 points)

*Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

Une enquête a été réalisée auprès des élèves inscrits à la demi-pension d'un lycée.

Les résultats révèlent que :

95 % des élèves déclarent manger régulièrement à la cantine et parmi ceux-ci 70 % sont satisfaits de la qualité des repas;

20 % des élèves qui ne mangent pas régulièrement sont satisfaits de la qualité des repas.

On choisit un élève au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.

On note les évènements suivants :

$R$  l'évènement : « l'élève mange régulièrement à la cantine »;

$S$  l'évènement : « l'élève est satisfait ».

On notera  $\bar{R}$  et  $\bar{S}$  les évènements contraires de  $R$  et  $S$ .

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'élève mange régulièrement à la cantine et soit satisfait de la qualité des repas.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement  $S$  est égale à 0,675.
4. Sachant que l'élève n'est pas satisfait de la qualité des repas, calculer la probabilité qu'il mange régulièrement à la cantine. Donner le résultat arrondi à  $10^{-3}$ .
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre élèves pris au hasard parmi les élèves inscrits à la demi-pension.

On note  $X$  la variable aléatoire égale au nombre d'élèves déclarant être satisfaits de la qualité des repas. Le nombre d'élèves étant suffisamment grand, on considère que  $X$  suit une loi binomiale.

Les résultats seront arrondis au millième.

- a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
- b) Calculer la probabilité de l'évènement  $A$  : « les quatre élèves sont satisfaits de la qualité des repas ».
- c) Décrire à l'aide d'une phrase l'évènement  $\bar{A}$  et calculer sa probabilité.

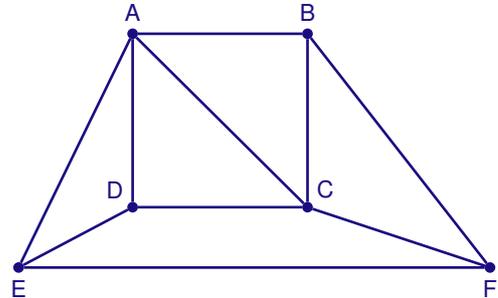
**EXERCICE 2** (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

**PARTIE A**

Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent les principales avenues et les sommets du graphe les carrefours entre ces avenues.

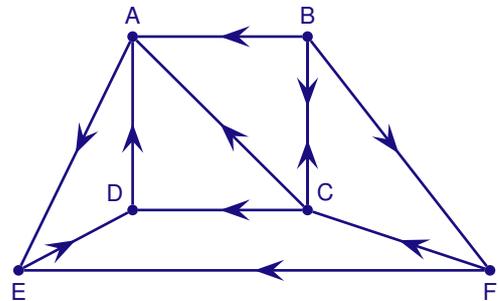
1. Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue :
  - a) en partant d'un carrefour et en revenant à son point de départ? Justifier la réponse.
  - b) en partant d'un carrefour et en arrivant à un carrefour différent? Justifier la réponse.



**PARTIE B**

Dans le graphe ci-contre, on a indiqué, pour cette même ville, le sens de circulation pour les véhicules sur les différentes avenues.

1. Peut-on trouver un trajet de longueur quelconque qui permet d'aller de D à B en respectant les sens de circulation? Justifier la réponse.
2. Écrire la matrice  $M$  associée à ce graphe (on rangera les sommets dans l'ordre alphabétique)
3. On donne la matrice



$$M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Que représentent les coefficients de cette matrice?
- b) Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 partant du carrefour B et arrivant en A? Écrire tous ces chemins.
- c) Combien y-a-t-il de chemins de longueur 3 arrivant au point E? Expliquer la démarche.

**EXERCICE 3** (4 points)

*Commun à tous les candidats*

Une entreprise produit à la chaîne des jouets pesant en moyenne 400 g. Suite à une étude statistique, on considère que la masse d'un jouet est une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale d'espérance  $\mu = 400$  et d'écart-type  $\sigma = 11$ .

*Dans tout l'exercice les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$ .*

1. Déterminer  $P(385 \leq X \leq 415)$ . Interpréter ce résultat.
2. Justifier, en utilisant des propriétés du cours, que  $P(X \geq 411) \approx 0,16$ .
3. Un jouet est commercialisable s'il pèse au maximum 420 g.  
Quelle est la probabilité que le jouet soit commercialisable?
4. On cherche à contrôler la qualité des jouets. Pour cela on choisit de façon aléatoire un échantillon de 300 jouets.
  - a) Vérifier que les conditions de détermination de l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence de jouets commercialisables sont vérifiées.
  - b) Déterminer cet intervalle.
  - c) On constate que 280 jouets de l'échantillon sont commercialisables.  
Ce résultat remet-il en question la modélisation effectuée par l'entreprise?

**EXERCICE 4** (6 points)

Commun à tous les candidats

Une personne décide d'ouvrir un compte épargne le premier janvier 2014 et d'y placer 2 000 euros. Le placement à intérêts composés est au taux annuel de 3 %. Elle verse 150 euros sur ce compte tous les 1<sup>er</sup> janvier suivants.

Pour tout entier naturel  $n$ , on note  $u_n$  le montant présent sur ce compte au premier janvier de l'année 2014 +  $n$  après le versement de 150 euros. On a  $u_0 = 2000$ .

Dans tout l'exercice, les résultats seront arrondis à  $10^{-2}$  près.

**PARTIE A**

1. Calculer les termes  $u_1$  et  $u_2$  de la suite  $(u_n)$ .
2. Justifier que pour tout entier naturel  $n$  on a :  $u_{n+1} = 1,03u_n + 150$ .
3. Pour tout entier  $n$ , on pose  $v_n = u_n + 5000$ .  
Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 1,03.
4. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  et en déduire que pour tout nombre entier  $n$  on a :  $u_n = 7000 \times 1,03^n - 5000$ .
5. À partir de quelle année, cette personne aura-t-elle au moins 4 000 euros sur son compte épargne?  
Indiquer la façon dont la réponse a été trouvée.

**PARTIE B**

L'algorithme ci-dessous modélise l'évolution d'un autre compte épargne, ouvert le premier janvier 2014, par une seconde personne.

<b>Variables :</b>	C et D sont des nombres réels N est un nombre entier
<b>Entrée :</b>	Saisir une valeur pour C
<b>Traitement :</b>	Affecter à N la valeur 0 Affecter à D la valeur $2 \times C$ Tant que $C < D$ faire   affecter à C la valeur $1,03 \times C + 600$   affecter à N la valeur $N + 1$ Fin du Tant que
<b>Sortie :</b>	Afficher N

1. a) Que représente la variable C dans cet algorithme?  
b) Quel est le taux de ce placement?  
c) Quel est le versement annuel fait par cette personne?
2. On saisit, pour la variable C, la valeur 3 000.  
a) Pour cette valeur de C, en suivant pas à pas l'algorithme précédent, recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de C	3 000				...
Valeur de N	0				...
Valeur de D	6 000				...
Test $C < D$	vrai				...

- b) Qu'affiche l'algorithme? Interpréter ce résultat.