

EXERCICE 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent, ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. Soit la fonction f définie sur $[1; 100]$ par $f(x) = 200 \ln x + 10x$, $f'(x)$ désigne la fonction dérivée de f . On a :

a) $f'(x) = 200 + \frac{1}{x}$ b) $f'(x) = \frac{200}{x} + 10$ c) $f'(x) = 200 + 10x$ d) $f'(x) = \frac{200}{x} + 10x$

2. On note L une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $\ln$. Cette fonction L est :

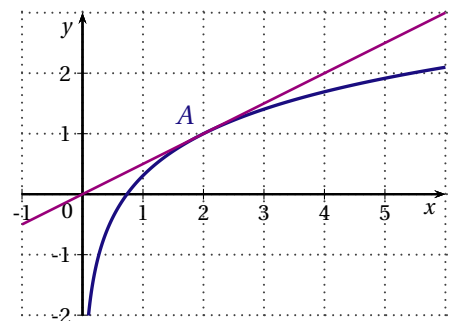
- a) croissante puis décroissante
b) décroissante sur $]0; +\infty[$
c) croissante sur $]0; +\infty[$
d) décroissante puis croissante

3. La fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = x - \ln x$ est :

- a) convexe sur $]0; +\infty[$
b) concave sur $]0; +\infty[$
c) ni convexe ni concave sur $]0; +\infty[$
d) change de convexité sur $]0; +\infty[$

4. On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction h définie et dérivable sur $]0; +\infty[$ ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2. Par lecture graphique, on peut conjecturer que :

- a) $h'(2) = 2$
b) $h'(2) = \frac{1}{2}$
c) $h'(2) = 0$
d) $h'(2) = 1$



5. La variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance $\mu = 0$ et d'écart type σ inconnu mais on sait que $P(-10 < X < 10) = 0,8$. On peut en déduire :

- a) $P(X < 10) = 0,1$
b) $P(X < 10) = 0,2$
c) $P(X < 10) = 0,5$
d) $P(X < 10) = 0,9$

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES

Un supermarché dispose d'un stock de pommes. On sait que 40 % des pommes proviennent d'un fournisseur A et le reste d'un fournisseur B.

Il a été constaté que 85 % des pommes provenant du fournisseur A sont commercialisables. La proportion de pommes commercialisables est de 95 % pour le fournisseur B.

Le responsable des achats prend au hasard une pomme dans le stock. On considère les événements suivants :

A : « La pomme provient du fournisseur A ».

B : « La pomme provient du fournisseur B ».

C : « La pomme est commercialisable ».

PARTIE A

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Montrer que la probabilité que la pomme ne soit pas commercialisable est 0,09.
3. La pomme choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois plus de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Pour les parties B et C, on admet que la proportion de pommes non commercialisables est 0,09 et, quand nécessaire, on arrondira les résultats au millièème.

PARTIE B

On prend au hasard 15 pommes dans le stock. Le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

1. Quelle est la probabilité que les 15 pommes soient toutes commercialisables ?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 14 pommes soient commercialisables ?

PARTIE C

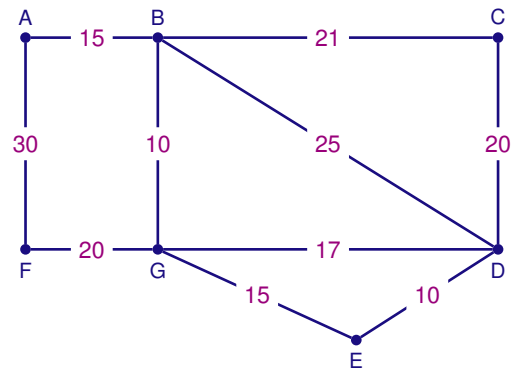
Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 200 pommes. Il s'aperçoit que 22 pommes sont non commercialisables.

Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ?

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Un cycliste désire visiter plusieurs villages notés A, B, C, D, E, F et G reliés entre eux par un réseau de pistes cyclables. Le graphe ci-contre schématise son plan; les arêtes représentent les pistes cyclables et les distances sont en kilomètre.



PARTIE A

Pour faire son parcours, le cycliste décide qu'il procèdera selon l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	Marquer sur le plan tous les villages comme non « visités »
ligne 2	Choisir un village de départ
ligne 3	Visiter le village et le marquer « visité »
ligne 4	Rouler vers le village le plus proche
ligne 5	Tant que le village où il arrive n'est pas un village déjà visité
ligne 6	visiter le village et le marquer « visité »
ligne 7	rouler vers le village le plus proche sans revenir en arrière
ligne 8	Fin Tant que
ligne 9	afficher la liste des villages visités

1. Quelle propriété du graphe permet à la ligne 4 d'être toujours exécutable?
2. En partant du village noté G, quelle sera la liste des villages visités?
3. Existe-t-il un village de départ qui permette, en suivant cet algorithme, de visiter tous les villages?
4. Le cycliste abandonne l'idée de suivre l'algorithme. Il souhaite maintenant, partant d'un village, y revenir après avoir emprunté toutes les pistes cyclables une et une seule fois. Cela sera-t-il possible?

PARTIE B

1. Écrire la matrice M de transition de ce graphe (dans l'ordre $A, B, C, \dots, G$).
2. On donne la matrice M^4 :

$$M^4 = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{matrix} & \begin{pmatrix} 10 & 5 & 9 & 11 & 4 & \mathbf{1} & 16 \\ 5 & 30 & 12 & 23 & 18 & 16 & 16 \\ 9 & 12 & 12 & 14 & 9 & 4 & 18 \\ 11 & 23 & 14 & 28 & 14 & 11 & 23 \\ 4 & 18 & 9 & 14 & 12 & 9 & 12 \\ 1 & 16 & 4 & 11 & 9 & 10 & 5 \\ 16 & 16 & 18 & 23 & 12 & 5 & 30 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

Interpréter le terme en gras, ligne A, colonne F (valant 1) dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 3 (4 points)

Commun à tous les candidats

Un couple fait un placement au taux annuel de 2 % dont les intérêts sont capitalisés tous les ans. Son objectif est de constituer un capital de 18 000 euros.

Le couple a placé le montant de 1 000 euros à l'ouverture le 1^{er} janvier 2010 puis, tous les ans à chaque 1^{er} janvier, verse 2 400 euros.

1. Déterminer le capital présent sur le compte le 1^{er} janvier 2011 après le versement annuel.
2. On veut déterminer la somme présente sur le compte après un certain nombre d'années.

On donne ci-dessous trois algorithmes :

Variables :
 U est un nombre réel
 i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
 Affecter $1,02 \times U + 2\,400$ à U
Fin pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 1

Variables :
 U est un nombre réel
 i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Pour i de 1 à N faire
 Affecter 1 000 à U
 Affecter $1,02 \times U + 2\,400$ à U
Fin pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 2

Variables :
 U est un nombre réel
 i et N sont des nombres entiers
Entrée
Saisir une valeur pour N
Début traitement
Affecter 1 000 à U
Pour i de 1 à N faire
 Affecter $1,02 \times U + 2\,400$ à U
 Affecter $N + 1$ à N
Fin pour
Afficher U
Fin traitement

algorithme 3

- a) Pour la valeur 5 de N saisie dans l'algorithme 1, recopier puis compléter, en le prolongeant avec autant de colonnes que nécessaire, le tableau ci-dessous (arrondir les valeurs calculées au centième).

valeur de i	xxx	1	...
valeur de U	1 000		...

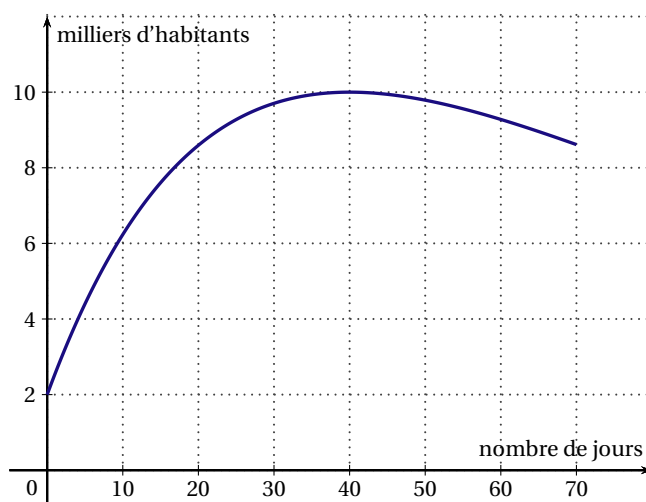
- b) Pour la valeur 5 de N saisie, quel affichage obtient-on en sortie de cet algorithme ?
Comment s'interprète cet affichage ?
- c) En quoi les algorithmes 2 et 3 ne fournissent pas la réponse attendue ?
3. À partir de la naissance de son premier enfant en 2016, le couple décide de ne pas effectuer le versement du premier janvier 2017 et de cesser les versements annuels tout en laissant le capital sur ce compte rémunéré à 2 %.

Au premier janvier de quelle année l'objectif de 18 000 euros est-il atteint ?

EXERCICE 4 (6 points)

Commun à tous les candidats

L'évolution de la population d'une station balnéaire pour l'été 2015 a été modélisée par une fonction f , définie sur l'intervalle $[0; 70]$, dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.



Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1^{er} juillet, $f(x)$ désigne la population en milliers d'habitants. Ainsi $x = 30$ correspond au 31 juillet et $f(30)$ représente la population qu'il est prévu d'accueillir le 31 juillet. On estime qu'un habitant utilisera chaque jour entre 45 et 55 litres d'eau par jour.

PARTIE A

Dans cette partie, les réponses sont à fournir par lecture graphique

1. a) Estimer le nombre maximal d'habitants présents dans la station balnéaire selon ce modèle durant l'été 2015 et préciser à quelle date ce maximum serait atteint.
b) La commune est en capacité de fournir 600 000 litres d'eau par jour, est-ce suffisant?
2. Estimer le nombre de jours durant lesquels le nombre d'habitants de la station balnéaire devrait rester supérieur à 80 % du nombre maximal prévu.

PARTIE B

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0; 70]$ par $f(x) = 2 + 0,2xe^{-0,025x+1}$.

1. Calculer $f(9)$ puis vérifier que la consommation d'eau le 10 juillet serait, selon ce modèle, au plus de 324 890 litres.
2. a) Démontrer que $f'(x) = (0,2 - 0,005x)e^{-0,025x+1}$ où f' est la fonction dérivée de f .
b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 70]$.
c) En déduire la date de la consommation d'eau maximale.

PARTIE C

On note g la fonction définie sur l'intervalle $[0; 70]$ par $g(x) = 55f(x) = 110 + 11xe^{-0,025x+1}$.

Lorsque x est le nombre de jours écoulés après le 1^{er} juillet, $g(x)$ représente alors la consommation maximale d'eau prévue ce jour là et exprimée en m^3 .

Soit la fonction G définie sur l'intervalle $[0; 70]$ par $G(x) = 110x - (440x + 17\,600)e^{-0,025x+1}$.

On admet que la fonction G est une primitive de la fonction g .

La somme $S = g(10) + g(11) + g(12) + \dots + g(20)$ représente la consommation maximale d'eau du 10^e au 20^e jour exprimée en m^3 .

1. En l'illustrant sur la courbe $\mathcal{C}_g$ de l'annexe à rendre avec la copie, donner une interprétation graphique en termes d'aires de la somme S .

2. En déduire une valeur approximative de cette quantité d'eau consommée du 10^e au 20^e jour.

Annexe à l'exercice 4 à rendre avec la copie

