EXERCICE 1 (5 *points*) *Commun à tous les candidats*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point.*
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. On lance une pièce de monnaie bien équilibrée 10 fois de suite. X est la variable aléatoire qui compte le nombre de « pile » obtenus.

   La probabilité d'obtenir exactement 5 « pile » est, arrondie au centième :

   a) 0,13 b) 0,19 c) 0,25 d) 0,5

2. X est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 3 et d'écart-type 2; alors une valeur approchée au centième de la probabilité $p(X \geqslant 5)$ est :

   a) 0,14 b) 0,16 c) 0,32 d) 0,84

3. Dans une ville donnée, pour estimer le pourcentage de personnes ayant une voiture rouge, on effectue un sondage.

   L'amplitude de l'intervalle de confiance au seuil de 0,95 étant inférieure ou égale à 0,04 la taille de l'échantillon choisi est :

   a) 400 b) 1000 c) 2000 d) 2500

4. Une entreprise vendant des parquets flottants s'approvisionne auprès de deux fournisseurs A et B. Le fournisseur A livre 70 % du stock de l'entreprise. On sait que 2 % des pièces livrées par A présentent un défaut et 3 % des pièces livrées par B présentent un défaut.

   On prélève au hasard une pièce du stock de l'entreprise, quelle est la probabilité, que cette pièce soit sans défaut ?

   a) 0,023 b) 0,05 c) 0,97 d) 0,977

5. Pour une puissance électrique donnée, le tarif réglementé du kilowattheure est passé de 0,1140 € au 01/07/2007 à 0,1372 € au 01/07/2014.

   Cette augmentation correspond à un taux d'évolution arrondi au centième, chaque année, de :

   a) 1,72 % b) 1,67 % c) 2,68 % d) 1,33 %

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

Valentine place un capital c_0 dans une banque le 1er janvier 2014 au taux annuel de 2 %. À la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital, mais les frais de gestion s'élèvent à 25 € par an.
On note c_n la valeur du capital au 1er janvier de l'année $2014+n$.

PARTIE A

On considère l'algorithme ci-dessous :

```
INITIALISATION
Affecter à N la valeur 0
TRAITEMENT
Saisir une valeur pour C
   Tant que C < 2000 faire
      Affecter à N la valeur N + 1
      Affecter à C la valeur 1,02C − 25
   Fin Tant que
SORTIE
Afficher N
```

1. a) On saisit la valeur 1 900 pour C. Pour cette valeur de C, recopier le tableau ci-dessous et le compléter, en suivant pas à pas l'algorithme précédent et en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de N	0		
Valeur de C	1 900		

   b) Quel est le résultat affiché par l'algorithme? Dans le contexte de l'exercice, interpréter ce résultat.

2. Que se passerait-il si on affectait la valeur 1 250 à C?

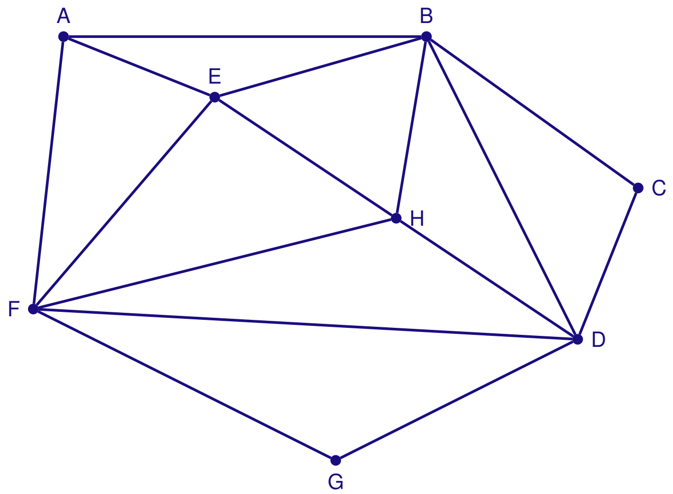
PARTIE B

Valentine a placé 1 900 € à la banque au 1er janvier 2014. On a donc $c_0 = 1900$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n, on a : $c_{n+1} = 1{,}02c_n - 25$.
2. Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n, par $u_n = c_n - 1250$.
   a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Soit n un nombre entier naturel; exprimer u_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout nombre entier naturel n, on a : $c_n = 650 \times 1{,}02^n + 1250$.
3. Montrer que la suite (c_n) est croissante.
4. Déterminer, par la méthode de votre choix, le nombre d'années nécessaires pour que la valeur du capital dépasse 2 100 €.

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité*

La coopérative LAFRUITIERE collecte le lait de 7 exploitations de montagne. La situation géographique est représentée par le graphe ci-dessous, noté G_L. La coopérative est située au sommet A, les autres sommets B, C, D, E, F, G et H représentent les différentes exploitations; les arêtes représentent le réseau routier reliant ces exploitations.



PARTIE A

1. a) Le graphe G_L est-il complet? Justifier.
   b) Le graphe G_L est-il connexe? Justifier.
2. Est-il possible d'organiser une tournée de toutes les exploitations en partant de A et en terminant en A et en passant au moins une fois par chaque client, tout en empruntant une fois et une seule chaque route? Justifier la réponse.
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe G_L (les sommets étant pris dans l'ordre alphabétique).

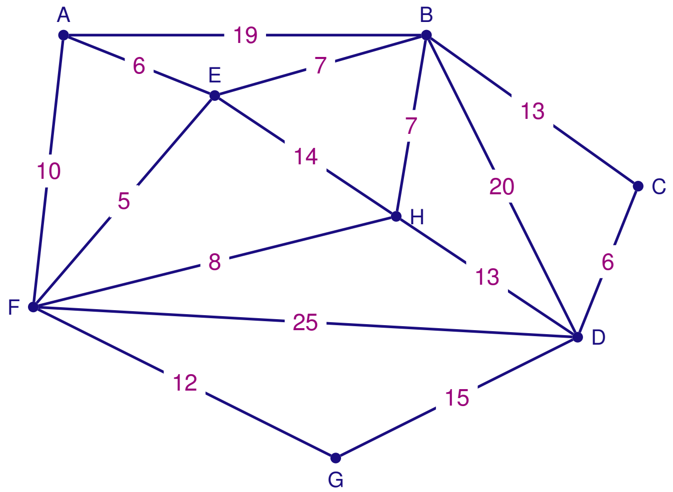
   On donne la matrice $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 & 7 & 8 & 11 & 3 & 6 \\ 11 & 8 & 7 & 13 & 12 & 8 & 6 & 13 \\ 3 & 7 & 2 & 7 & 5 & 6 & 2 & 4 \\ 7 & 13 & 7 & 8 & 8 & 13 & 7 & 12 \\ 8 & 12 & 5 & 8 & 8 & 12 & 5 & 11 \\ 11 & 8 & 6 & 13 & 12 & 8 & 7 & 13 \\ 3 & 6 & 2 & 7 & 5 & 7 & 2 & 4 \\ 6 & 13 & 4 & 12 & 11 & 13 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

   Déterminer, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant A à H.

   Indiquer ces chemins.

PARTIE B

Les arêtes sont pondérées par les distances entre les exploitations, exprimées en kilomètres. La coopérative doit collecter du lait provenant de l'exploitation D; quel est le plus court parcours pour se rendre de A à D? Justifier.


A
B
E
C
H
F
D
G
19
6
7
13
7
10
14
20
5
8
6
13
25
12
15

EXERCICE 3 (7 *points*) *Commun à tous les candidats*

PARTIE A

Soit f la fonction définie sur $[0;10]$ par $f(x) = x + \mathrm{e}^{-x+1}$.
Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-dessous :

1	`f(x) : = x + exp(- x + 1)`
	`// Interprète f` `// Succès lors de la compilation f`
	`x ⟼ x + exp(- x + 1)`
2	`derive (f(x))`
	`- exp(-x + 1) + 1`
3	`solve (-exp(-x + 1) + 1 > 0)`
	`[x > 1]`
4	`derive (-exp(-x + 1) + 1)`
	`exp(- x + 1)`

1. Étude des variations de la fonction f
   a) En s'appuyant sur les résultats ci-dessus, déterminer les variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation.
   b) En déduire que la fonction f admet un minimum dont on précisera la valeur.
2. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

PARTIE B

Une entreprise fabrique des objets. Sa capacité de production est limitée, compte tenu de l'outil de production utilisé, à mille objets par semaine.
Le coût de revient est modélisé par la fonction f où x est le nombre d'objets fabriqués exprimé en centaines d'objets et $f(x)$ le coût de revient exprimé en milliers d'euros.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût de revient soit minimum ?
2. Un objet fabriqué par cette entreprise est vendu 12 €. On appelle marge brute pour x centaines d'objets, la différence entre le montant obtenu par la vente de ces objets et leur coût de revient.
   a) Justifier que le montant obtenu par la vente de x centaines d'objets est $1{,}2x$ milliers d'euros.
   b) Montrer que la marge brute pour x centaines d'objets, notée $g(x)$, en milliers d'euros, est donnée par : $g(x) = 0{,}2x - \mathrm{e}^{-x+1}$.
   c) Montrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[0;10]$.
3. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ possède une unique solution α sur l'intervalle $[0;10]$.
   b) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,01.
4. En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise une marge brute positive sur la vente de ces objets.

EXERCICE 4 (3 *points*) *Commun à tous les candidats*

Soit f la fonction définie sur $[0;1]$ par : $f(x) = 2 - 2x$.
On a tracé ci-dessous la droite D_f, représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; I, J)$ du plan.
Le point C a pour coordonnées $(0;2)$.
Δ est la partie du plan intérieure au triangle OIC.
Soit a un nombre réel compris entre 0 et 1 ; on note A le point de coordonnées $(a;0)$ et B le point de D_f de coordonnées $(a; f(a))$.
Le but de cet exercice est de trouver la valeur de a, telle que le segment $[AB]$ partage Δ en deux parties de même aire.
Déterminer la valeur exacte de a, puis une valeur approchée au centième.