EXERCICE 1 (4 *points*) *Commun à tous les candidats*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

1. L'équation $\ln 5 + \ln(x+1) = 1$ a pour solution :

   a) $x = \text{e} - 6$ b) $x = -1$ c) $x = \dfrac{1}{5}\text{e} - 1$ d) $x = -0,5$

2. Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2\ln(x) - x$. Le nombre $f'(2)$ est égal à :

   a) -1 b) 0 c) $2\ln 2 - 2$ d) $2\ln 2 - 1$

3. Le plus petit entier naturel n solution de l'inéquation $2^n > 175$ est :

   a) $n = \ln\left(\dfrac{175}{2}\right)$ b) $n = 7$ c) $n = 8$ d) $n = \ln 175 - \ln 2$

4. Soit une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\,;-1]$. On note f' sa dérivée et F une de ses primitives.
   On sait que pour tout x de l'intervalle $[-3\,;-1]$, $f'(x) > 0$.
   On peut affirmer que, sur l'intervalle $[-3\,;-1]$, la fonction F est :

   a) décroissante;

   b) strictement croissante;

   c) convexe;

   d) négative.

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

Un grossiste en flacons de parfum souhaite étudier la qualité des flacons qu'il reçoit.
Il a reçu 1 500 flacons d'un certain modèle provenant de deux sites de production différents, le site A et le site B. Sur les 1 500 flacons de ce modèle reçus, 900 proviennent du site A, les autres du site B.

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.
Si nécessaire, les résultats seront arrondis au millième.

PARTIE A

Le grossiste s'intéresse à l'aspect du flacon.
Parmi les flacons provenant du site A, 95 % ont un aspect conforme au cahier des charges tandis que 92 % des flacons provenant du site B ont un aspect conforme.
Il prélève au hasard un des flacons qu'il a reçus lors de la dernière livraison.
On note :

— A l'évènement « Le flacon provient du site A » ;
— B l'évènement « Le flacon provient du site B » ;
— C l'évènement « Le flacon a un aspect conforme au cahier des charges ».

1. Déterminer la probabilité que le flacon provienne du site A et ait un aspect conforme au cahier des charges.
2. Montrer que la probabilité que le flacon ait un aspect conforme au cahier des charges est 0,938.
3. Le flacon prélevé se trouve avoir un aspect non conforme. Déterminer la probabilité qu'il provienne du site B.

PARTIE B

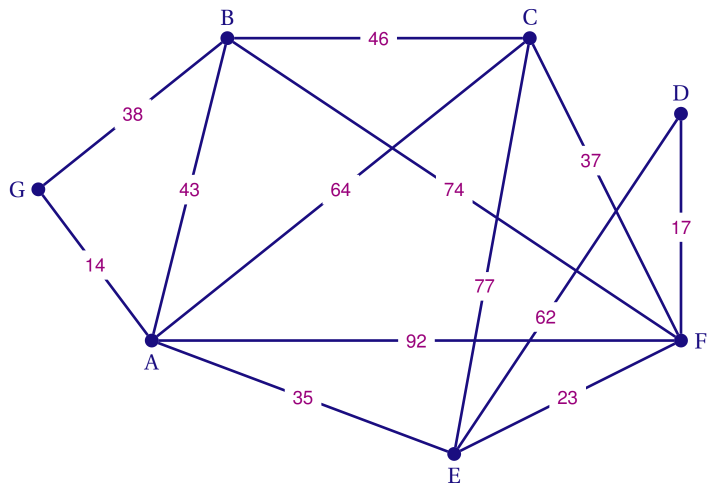
Le grossiste souhaite également étudier le volume de parfum contenu dans les flacons qu'il a reçus lors de la dernière livraison.
On considère qu'un flacon est correctement rempli s'il contient plus de 98 ml de parfum.
On admet que le volume de parfum, exprimé en millilitre, contenu dans un flacon prélevé au hasard peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 100$ et d'écart type $\sigma = 1$.
Déterminer la probabilité qu'un flacon prélevé au hasard soit correctement rempli.

PARTIE C

Le producteur du site A indique que le pourcentage de flacons « correctement remplis » est de 96 %.
Le grossiste contrôle un échantillon de 120 flacons prélevés au hasard dans la livraison du producteur du site A et compte 18 flacons qui ne sont pas correctement remplis. Le grossiste met alors en doute l'affirmation du producteur. Comment peut-il justifier sa contestation ?

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité*

Suite à des intempéries, un chasse-neige doit déblayer toutes les routes reliant les stations de son secteur. On modélise ce secteur par le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les différentes stations désignées par des lettres. Les poids des arêtes sont les durées moyennes de parcours, en minute, du chasse-neige entre deux stations.



1. Le chasse-neige part de la station G. Peut-il partir de cette station et y revenir en parcourant une et une seule fois chacune des routes, matérialisées par les arêtes de ce graphe ?
2. Une saleuse doit de même parcourir l'ensemble des routes du secteur après déblaiement de la neige. Elle est garée à la station A et, après son travail, peut se garer dans n'importe quelle station.

   Peut-elle parcourir une et une seule fois chacune des routes pour traiter l'ensemble du secteur ?
3. On appelle M la matrice d'adjacence associée au graphe, les sommets étant rangés dans l'ordre alphabétique

   et on donne : $M^4 = \begin{pmatrix} 61 & 48 & 52 & 28 & 45 & 55 & 24 \\ 48 & 44 & 41 & 21 & 42 & 45 & 20 \\ 52 & 41 & 50 & 25 & 41 & 52 & 25 \\ 28 & 21 & 25 & 15 & 20 & 24 & 10 \\ 45 & 42 & 41 & 20 & 44 & 48 & 21 \\ 55 & 45 & 52 & 24 & 48 & 61 & 28 \\ 24 & 20 & 25 & \mathbf{10} & 21 & 28 & 15 \end{pmatrix}$.

   Interpréter dans le contexte de l'exercice le nombre 10 figurant en caractère gras dans la matrice.
4. Déterminer, pour le chasse-neige, le chemin le plus rapide pour aller de la station G à la station D. On donnera le parcours trouvé ainsi que sa durée totale.
5. Le conducteur du chasse-neige part de la station G et va directement à la station A.

   Il apprend alors que la route allant de la station E à la station F est barrée.

   Comment peut-il terminer son parcours au plus vite jusqu'à la station D ? Préciser le temps qu'il mettrait alors pour finir son parcours.

   Aucune justification n'est attendue ici.

EXERCICE 3 (5 *points*) *Commun à tous les candidats*

Un particulier souhaite réaménager l'espace paysager de sa parcelle boisée comptant 10 000 arbres en 2018. Pour cela, il se fixe un plan progressif qui consiste à couper chaque année 20 % des arbres et à planter 600 nouveaux pieds d'arbre.
On modélise l'évolution du nombre d'arbres de cette parcelle par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n, u_n est le nombre d'arbres de la parcelle en $2018+n$, ainsi $u_0 = 10000$.

PARTIE A

1. a) Calculer u_1 et u_2.
   b) Justifier, pour tout entier naturel n, l'égalité $u_{n+1} = 0{,}8 \times u_n + 600$.
2. On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 3000$ pour tout entier naturel n.
   a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0.
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   c) En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 7000 \times 0{,}8^n + 3000$.
   d) Si le réaménagement de cette parcelle se poursuit selon ce même modèle, que peut-on conjecturer à long terme concernant le nombre d'arbres de celle-ci ?

PARTIE B

Le propriétaire de la parcelle souhaite conserver au moins 4 000 arbres sur sa parcelle. Il cherche à déterminer l'année où il devra cesser son plan de réaménagement progressif.

1. On admet que la suite (u_n) est décroissante. Dans les algorithmes ci-dessous, U est un nombre réel et N est un nombre entier.
   Parmi ces algorithmes ci-dessous, un seul donne le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'arbres devienne inférieur ou égal à 4 000.

algorithme 1	algorithme 2	algorithme 3

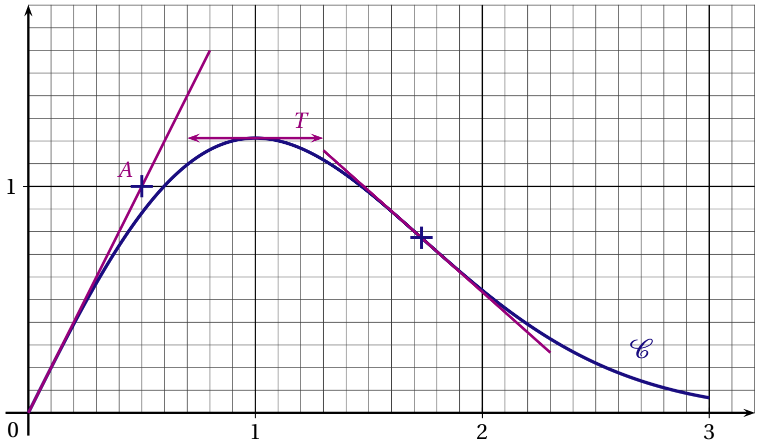
$U \leftarrow 10000$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U \leqslant 4000$
    $N \leftarrow N+1$
    $U \leftarrow 0{,}8 \times U + 600$
Fin Tant Que
	$U \leftarrow 10000$
	$N \leftarrow 0$
	Tant que $U > 4000$
	    $N \leftarrow N+1$
	    $U \leftarrow 0{,}8^N \times U + 600$
	Fin Tant Que
		$U \leftarrow 10000$
		$N \leftarrow 0$
		Tant que $U > 4000$
		    $N \leftarrow N+1$
		    $U \leftarrow 0{,}8 \times U + 600$
		Fin Tant Que

   Indiquer pourquoi les algorithmes 1 et 2 ne conviennent pas.
2. Déterminer l'année au cours de laquelle le propriétaire devra cesser son plan de réaménagement.

EXERCICE 4 (6 *points*) *Commun à tous les candidats*

Cet exercice comporte trois parties.

On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0;3]$.
On note f' la fonction dérivée de f.
La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0; elle passe par le point A de coordonnées $(0{,}5;1)$.
La tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



PARTIE A

Dans cette partie les réponses seront obtenues par lecture graphique.

1. Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$.
2. Donner la valeur de $f'(1)$.
3. Proposer un intervalle sur lequel la fonction semble concave.

PARTIE B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0;3]$ par $f(x) = 2x\mathrm{e}^{-0,5x^2}$.

1. On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0;3]$.
   a) Montrer que $f'(x) = \left(2-2x^2\right)\mathrm{e}^{-0,5x^2}$.
   b) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;3]$ et dresser son tableau de variation.
2. On admet que la fonction F, définie par $F(x) = -2\mathrm{e}^{-0,5x^2}$, est une primitive de f sur l'intervalle $[0;3]$.
   En déduire la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[0;3]$ et en donner une valeur approchée au millième.

PARTIE C

En Europe, les observateurs d'une maladie nécessitant une hospitalisation considèrent qu'ils peuvent modéliser par cette fonction f l'évolution du nombre de lits occupés par des malades pendant les trois mois d'hiver.
Pour tout x appartenant à l'intervalle $[0;3]$, $f(x)$ représente le nombre de lits occupés, exprimé en million, à l'instant x, exprimé en mois.
Un journal affirme que cet hiver :

— le nombre de lits occupés lors du pic de la maladie a dépassé le million;

— le nombre moyen de lits occupés sur les trois mois a été d'environ 400 000.

Que dire de ces deux affirmations ?