EXERCICE 1 (4 *points*) *Commun à tous les candidats*

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par : $u(x) = 3\ln(x) - 2x + 1$.
   Soit $\mathscr{C}_u$ la courbe représentative de la fonction u dans un repère.

   AFFIRMATION 1 : $y = x - 2$ est l'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}_u$ au point d'abscisse 1.

2. Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left[\mathrm{e}\,;\mathrm{e}^2\right]$ par $f(x) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^2}\ln(x)$.
   On admet que la fonction $x \longmapsto x\ln(x) - x$ est une primitive de la fonction $x \longmapsto \ln(x)$ sur l'intervalle $\left[\mathrm{e}\,;\mathrm{e}^2\right]$.

   AFFIRMATION 2 : f est une fonction de densité sur $\left[\mathrm{e}\,;\mathrm{e}^2\right]$.

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 3\mathrm{e}^{-2x+1}$.

   AFFIRMATION 3 : La fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = -6\mathrm{e}^{-2x+1} + 6$ est la primitive de g qui s'annule en $\dfrac{1}{2}$.

4. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[-8\,;-0{,}5]$ par : $h(x) = \dfrac{4x+1}{x^2}$.

   AFFIRMATION 4 : La fonction h est concave sur l'intervalle $[-8\,;-0{,}75]$.

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

La Pyrale du buis est une espèce de lépidoptères de la famille des Crambidæ, originaire d'Extrême-Orient. Introduite accidentellement en Europe dans les années 2000, elle y est devenue invasive. Une étude décomptant le nombre de chenilles de Pyrale dans un camping d'Ardèche donne les estimations suivantes :

Date	01/06/18	02/06/18	03/06/18
n	0	1	2
Nombre de chenilles en centaines	97	181	258

L'exercice étudie et compare deux modélisations de l'évolution du nombre de chenilles.

PARTIE 1 : Modèle 1

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n-ième jour après le 1er juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite géométrique (u_n) de raison $q = 1{,}63$. Ainsi $u_0 = 97$.

1. Calculer u_2. Arrondir à l'unité.
2. Exprimer u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.
3. Justifier que la suite (u_n) est croissante.
4. Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018 ? Arrondir à la centaine.

PARTIE 2 : Modèle 2

Dans cette partie, on modélise le nombre de chenilles le n-ième jour après le 1er juin 2018 (nombre exprimé en centaines) par une suite (v_n) telle que :

$$v_0 = 97 \text{ et, pour tout entier naturel } n,\ v_{n+1} = 0{,}91\,v_n + 93.$$

1. On admet que, pour tout entier naturel n : $v_n = \dfrac{1}{3}\left(-2\,809 \times 0{,}91^n + 3\,100\right)$.
   Selon ce modèle, quel sera le nombre de chenilles le 13 juin 2018 ? Arrondir à la centaine.
2. En étudiant le signe de $v_{n+1} - v_n$, montrer que la suite (v_n) est croissante.

PARTIE 3 : Comparaison des différents modèles

La valeur relevée dans le camping le 13 juin 2018 est de 745 centaines de chenilles.

1. À partir de ce relevé, quel modèle paraît le plus adapté ?
2. On reprend l'étude du deuxième modèle.
   a) Résoudre l'inéquation : $v_n \geqslant 1\,000$.
   b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

EXERCICE 2 (5 *points*) *Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité*

PARTIE 1

Les clients d'un restaurant sont des habitués qui y déjeunent tous les jours. En septembre 2018, le restaurateur propose trois nouveaux plats : plat A, plat B et plat C.

D'un jour à l'autre, il constate que :

— Parmi les clients ayant choisi le plat A : 30 % reprennent le plat A le lendemain, 50 % prennent le plat B le lendemain.

— Parmi les clients ayant choisi le plat B : 30 % reprennent le plat B le lendemain, 60 % prennent le plat A le lendemain.

— Parmi les clients ayant choisi le plat C : 35 % reprennent le plat A le lendemain, 45 % prennent le plat B le lendemain.

On note pour tout entier n non nul :

— a_n la proportion de clients ayant choisi le plat A le n-ième jour ;

— b_n la proportion de clients ayant choisi le plat B le n-ième jour ;

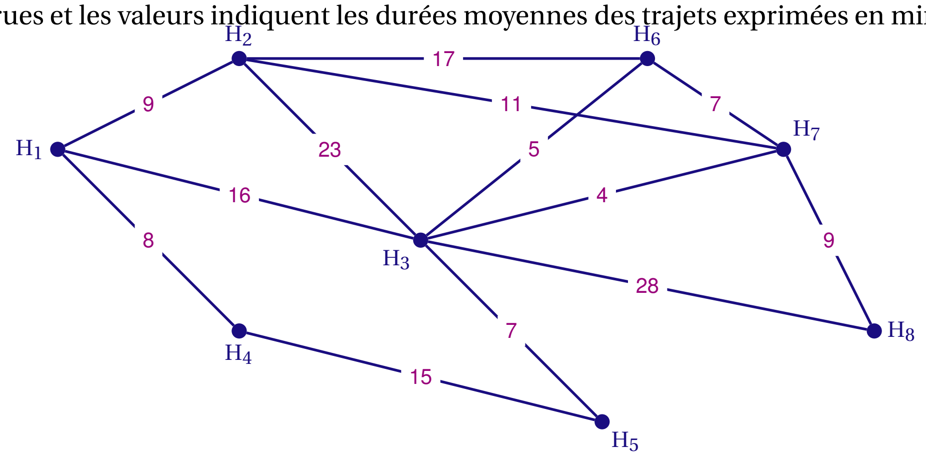
— c_n la proportion de clients ayant choisi le plat C le n-ième jour.

Pour tout entier $n \geqslant 1$, on note $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n & c_n \end{pmatrix}$ l'état probabiliste le n-ième jour.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. Donner la matrice de transition M de ce graphe, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. Le restaurateur a noté que le premier jour 35,5 % des clients ont pris le plat A, 40,5 % ont pris le plat B et 24 % ont pris le plat C.
   Calculer P_2.
4. Le restaurateur affirme que le douzième jour, la proportion de clients qui choisiront le plat C sera à peu près la même que le treizième jour, soit environ 15,9 %.
   A-t-il raison ? Justifier.

PARTIE 2

Pour le dîner, le restaurateur décide de proposer des livraisons à domicile. Il fait un essai avec huit clients. Sur le graphe ci-dessous, les sommets représentent les différents lieux d'habitation de ces huit clients. Les arêtes représentent les rues et les valeurs indiquent les durées moyennes des trajets exprimées en minutes.



1. Répondre aux questions suivantes en justifiant.
   a) Existe-t-il un parcours qui emprunte toutes les rues une et une seule fois ?
   b) Un tel parcours peut-il partir de H_1 et y revenir ?
2. En utilisant l'algorithme de Dijkstra, déterminer le temps minimal pour aller de H_4 vers H_8. Préciser le trajet correspondant.

EXERCICE 3 (6 *points*) *Commun à tous les candidats*

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-4; 10]$ par :

$$f(x) = 1 + \left(-4x^2 - 10x + 8\right) \mathrm{e}^{-0,5x}.$$

1. On note f' la fonction dérivée de f.
   Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-4; 10]$:

$$f'(x) = \left(2x^2 - 3x - 14\right) \mathrm{e}^{-0,5x}.$$

2. Dresser, en justifiant, le tableau des variations de f sur l'intervalle $[-4; 10]$.
   On donnera les valeurs exactes des éléments du tableau.
3. a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[-4; -2]$.

   b) On considère l'algorithme ci-contre.

$a \leftarrow -4$
$b \leftarrow -2$
Tant que $(b - a) > 10^{-1}$
    $m \leftarrow \dfrac{a+b}{2}$
    $p \leftarrow f(a) \times f(m)$
    Si $p > 0$ alors
        $a \leftarrow m$
    Sinon
        $b \leftarrow m$
    Fin Si
Fin Tant que

   Recopier et compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous correspondant au deuxième passage dans la boucle.

	m	signe de p	a	b	$b-a$	$b-a > 10^{-1}$
Initialisation			-4	-2	2	VRAI
Après le 1er passage dans la boucle	-3	Négatif	-4	-3	1	VRAI
Après le 2e passage dans la boucle	...	...	...	...	...	...

   c) À la fin de l'exécution de l'algorithme, les variables a et b contiennent les valeurs $-3,1875$ et $-3,125$.
   Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.
4. On admet qu'une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 10]$ est la fonction F définie par $F(x) = x + \left(8x^2 + 52x + 8\right.$
   Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 10]$. Arrondir au centième.

EXERCICE 4 (5 *points*) *Commun à tous les candidats*

Cet exercice est composé de trois parties indépendantes.

PARTIE 1

D'après un sondage sur la fréquence de rejet de produits polluants dans les canalisations, on estime que 72 % de la population est respectueuse de son environnement.
On interroge 300 personnes choisies au hasard pour savoir si elles jettent régulièrement des produits polluants dans les canalisations, ce qui permet de repérer des personnes respectueuses de leur environnement. On estime que la population est suffisamment grande pour que ce choix de 300 personnes soit assimilable à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes respectueuses de leur environnement dans un échantillon de 300 personnes choisies au hasard.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
2. Calculer la probabilité que 190 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.
3. Calculer la probabilité qu'au moins 220 personnes soient respectueuses de leur environnement. Arrondir à 10^{-4}.

PARTIE 2

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 - 7x - 4 \geqslant 0$.
2. On choisit un nombre au hasard dans l'intervalle $[0 ; 10]$. Calculer la probabilité que ce nombre soit solution de l'inéquation précédente.

PARTIE 3

1. Soit Z une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type 0,11.
   a) Calculer $P(2{,}18 \leqslant Z \leqslant 2{,}42)$. Arrondir à 10^{-2}.
   b) Calculer $P(Z \geqslant 2{,}25)$. Arrondir à 10^{-2}.
2. On suppose maintenant que Z suit une loi normale d'espérance 2,3 et d'écart-type σ.
   Donner une valeur approchée de σ pour que $P(2{,}18 \leqslant Z \leqslant 2{,}42) \approx 0{,}95$. Justifier.