

**EXERCICE 1** (6 points)

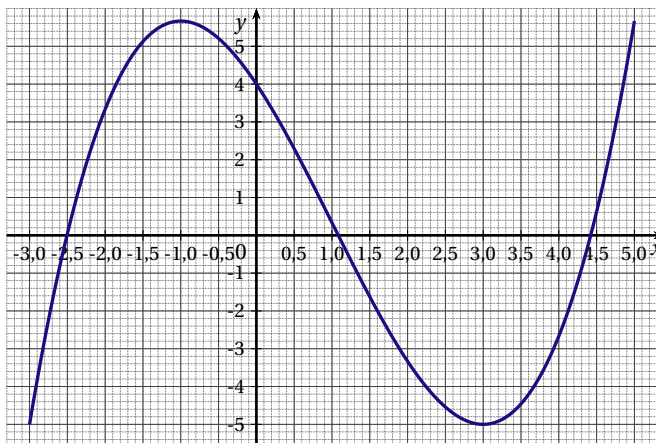
Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque bonne réponse rapporte un point. Une réponse incorrecte, plusieurs réponses ou une question sans réponse n'apportent ni ne retirent aucun point.

**Les six questions sont indépendantes**

**PARTIE A**

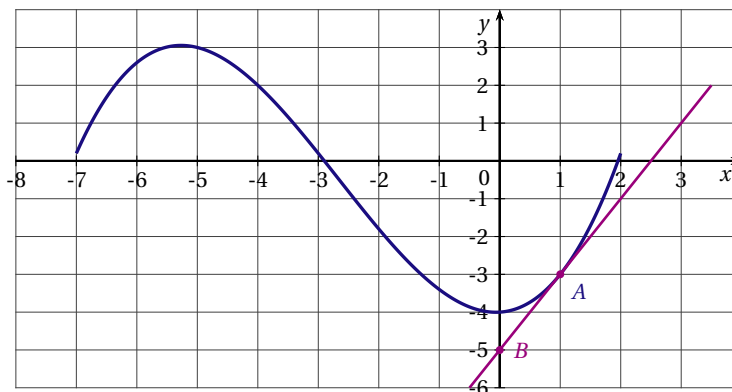
On considère une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-3; 5]$ .  
La courbe ci-contre est la courbe représentative de la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ .



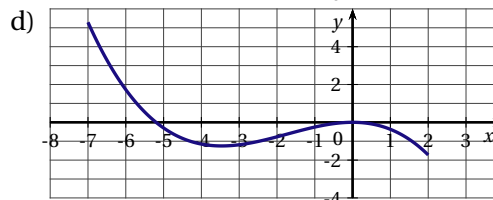
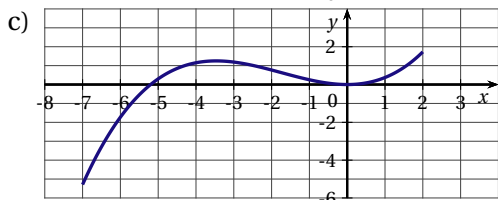
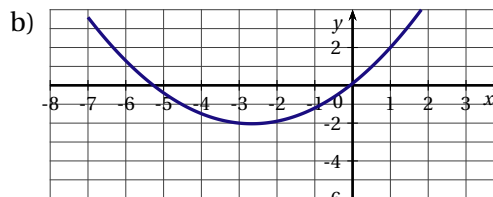
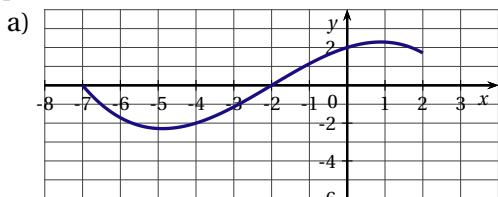
1. La fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle :  
 a)  $[1,5; 4]$                       b)  $[-2; 0]$                       c)  $[0; 2]$                       d)  $[3; 4]$
2. La fonction  $f$  est concave sur l'intervalle :  
 a)  $[1,5; 4]$                       b)  $[-2; 0]$                       c)  $[0; 2]$                       d)  $[3; 4]$

**PARTIE B**

La courbe ci-dessous représente une fonction  $g$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-7; 2]$ .  
La tangente au point  $A(1; -3)$  coupe l'axe des ordonnées au point  $B(0; -5)$ .



3. L'une des quatre courbes suivantes représente la fonction  $g'$  dérivée de la fonction  $g$ .  
Laquelle?



4. L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de la fonction  $g$  au point  $A$  est :

- a)  $y = -3x + 1$       b)  $y = x - 5$       c)  $y = 2x - 5$       d)  $y = x - 4$

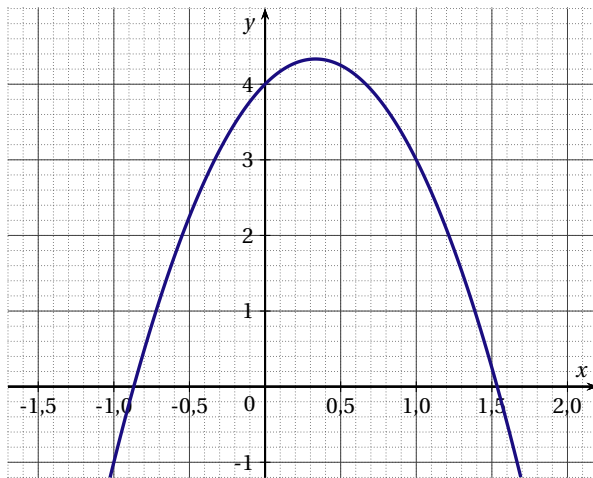
**PARTIE C**

5. Soit  $f$  la fonction définie et dérivable sur l'ensemble des réels par  $f(x) = 5e^{-\frac{x}{3}}$ . On note  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  et, pour tout réel  $x$ ,

- a)  $f'(x) = \frac{-5x}{3}e^{-\frac{x}{3}}$       b)  $f'(x) = 5e^{-\frac{x}{3}}$       c)  $f'(x) = \frac{-5}{3}e^{-\frac{x}{3}}$       d)  $f'(x) = e^{-\frac{x}{3}}$

6. On considère la courbe ci-dessous représentative de la fonction  $f$  définie sur l'ensemble des réels par  $f(x) = -3x^2 + 2x + 4$ .

Dans l'algorithme ci-dessous,  $a$  et  $b$  sont deux réels. Quelle est la valeur de  $a$  en sortie de l'algorithme ?



```
a ← 0
b ← 4
Tant que b > 0
    a ← a + 0,01
    b ← -3a^2 + 2a + 4
Fin Tant que
```

- a) 1,54      b) 1,48      c) -0,86      d) -0,87

**EXERCICE 2** (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération.

Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5 % par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine.

Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets.

On admet que la situation peut être modélisée par une suite  $(u_n)$  dont le terme général  $u_n$  donne, pour tout entier naturel  $n$ , une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année 2019 +  $n$ . On a ainsi  $u_0 = 300$ .

**PARTIE A**

- Déterminer  $u_1$ .
  - Justifier, pour tout entier naturel  $n$ , que  $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$ .
- On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 240$ .
  - Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme  $v_0$ .
  - Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$ .
  - En déduire, pour tout entier naturel  $n$ , que  $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$ .
- Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**PARTIE B**

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

- Justifier que cet objectif ne sera pas atteint si la diminution des déchets suit les prévisions des experts.
- Dans l'algorithme ci-dessous  $N$  est un nombre entier et  $U$  un nombre réel. Recopier et compléter l'algorithme afin que la variable  $N$  contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

$N \leftarrow 2019$
$U \leftarrow 300$
Tant que $U \dots$
$N \leftarrow N + 1$
$U \leftarrow \dots$
Fin Tant que

- En quelle année l'objectif sera-t-il atteint?

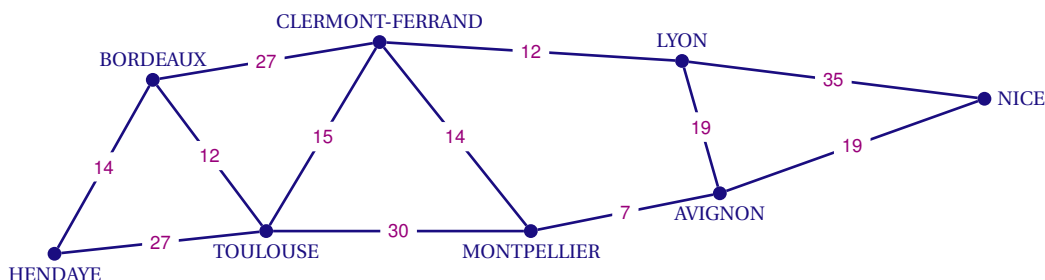
**EXERCICE 2** (5 points)

Candidats de la série ES ayant suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes

**PARTIE A**

Le graphe ci-dessous représente le tarif moyen, en euro, demandé sur un site de covoiturage pour effectuer le trajet entre des villes du sud de la France.



On désignera chaque ville par son initiale : A, B, C, H, L, M, N ou T.

1. En justifiant la réponse, dire si :

- le graphe est complet;
- le graphe est connexe;
- il existe une chaîne eulérienne.

2. Une personne veut aller de Hendaye à Nice.

Déterminer, en utilisant un algorithme, le trajet qui serait le plus économique et préciser le coût de ce trajet.

**PARTIE B**

Un commercial d'une société basée à Montpellier effectue toujours les mêmes trajets : Montpellier- Toulouse, Montpellier-Clermont Ferrand et Montpellier-Avignon.

Au total, il a effectué 40 trajets aller-retour au cours de cette année en ayant parcouru 19 200 km et roulé 236 heures. On donne les renseignements suivants :

	Distance du trajet aller-retour (en km)	Durée totale du trajet aller-retour (en h)
Montpellier- Toulouse	480	5
Montpellier-Clermont Ferrand	680	9
Montpellier-Avignon	200	3

On se propose de déterminer combien de trajets aller-retour de chaque sorte il a effectué.

On note :

- $x$ , le nombre de trajets aller-retour Montpellier- Toulouse;
- $y$ , le nombre de trajets aller-retour Montpellier-Clermont Ferrand;
- $z$ , le nombre de trajets aller-retour Montpellier-Avignon.

1. Justifier que  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont solutions du système : 
$$\begin{cases} x + y + z = 40 \\ 12x + 17y + 5z = 480 \\ 5x + 9y + 3z = 236 \end{cases}$$

2. Déterminer les matrices  $A$ ,  $X$  et  $B$  qui permettent d'écrire le système précédent sous la forme  $AX = B$ .

3. Résoudre le système et interpréter dans le contexte de l'exercice le résultat obtenu.

**EXERCICE 3** (6 points)

Commun à tous les candidats

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

**Les résultats seront arrondis au millième.**

**PARTIE A**

D'après le recensement de 2017 effectué dans une agglomération, on dénombre 385 628 habitants dont 276 110 qui résident dans la zone dite urbaine et le reste dans la zone dite rurale.

Les nouvelles lignes de tramway desservent la zone urbaine et la zone rurale. Une enquête fait apparaître que 60 % des habitants de la zone urbaine utilisent régulièrement le tramway dans leurs déplacements.

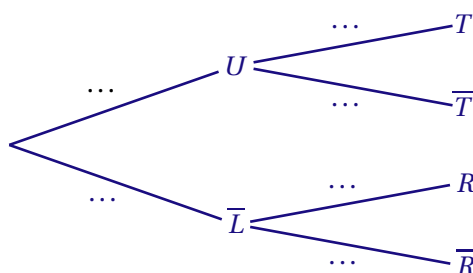
Un habitant de l'agglomération, pris au hasard, est interrogé et on note :

$U$  l'évènement « l'habitant de l'agglomération réside dans la zone urbaine » ;

$R$  l'évènement « l'habitant de l'agglomération réside dans la zone rurale » ;

$T$  l'évènement « l'habitant de l'agglomération utilise régulièrement le tramway ».

1. Montrer que  $p(U) \approx 0,716$ .
2. Recopier l'arbre ci-dessous et le compléter par les probabilités correspondantes au fur et à mesure de l'exercice.



3. Calculer la probabilité que l'habitant de l'agglomération interrogé réside dans la zone urbaine et utilise régulièrement le tramway.
4. On donne  $p(T) = 0,51$ . Calculer  $p_R(T)$  et compléter l'arbre.
5. À présent, on interroge au hasard un habitant qui utilise régulièrement le tramway. Quelle est la probabilité qu'il habite dans la zone urbaine ?

**PARTIE B**

Les pouvoirs publics étudient le trajet le plus fréquenté, à savoir celui de la ligne A qui part à 7 h 30 du terminus T1 pour rejoindre le terminus T2. Pour cela, on mesure sur une année la durée, en minute, de ce trajet.

On admet que cette durée peut être modélisée par une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi normale d'espérance  $\mu = 65$  et d'écart type  $\sigma = 7$ .

1. Quelle est la probabilité que la durée d'un trajet sur la ligne A partant à 7 h 30 du terminus T1 soit inférieure à une heure ?
2. On suppose que les durées des trajets d'un jour à l'autre sont indépendantes. Un utilisateur emprunte ce trajet 180 fois dans l'année. Quelle est la probabilité qu'il ait au plus 40 fois une durée de trajet inférieure à une heure dans l'année ?

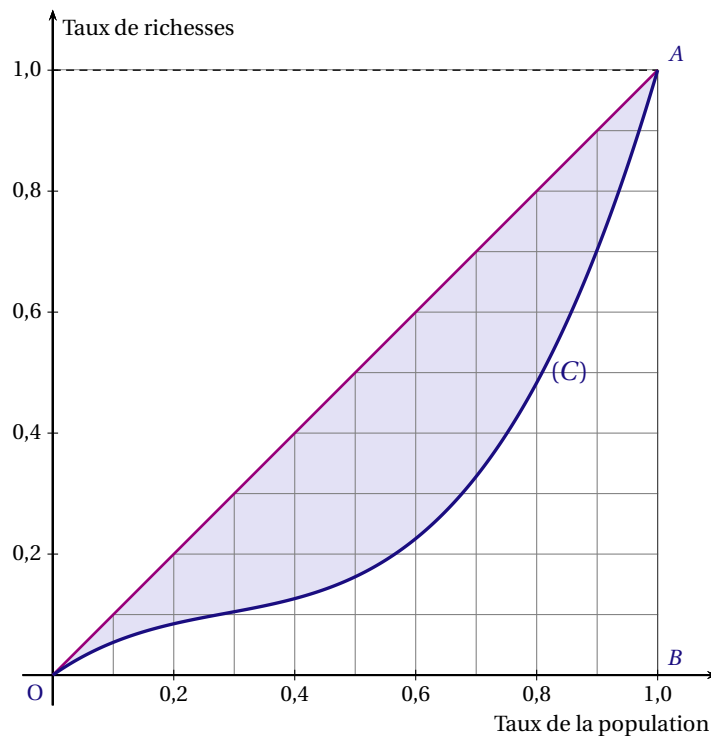
**EXERCICE 4** (3 points)

Commun à tous les candidats

La courbe (C) ci-dessous rend compte de la concentration des richesses des habitants d'un certain pays en 2017.

La courbe (C) a pour équation  $y = 2,1x^3 - 1,8x^2 + 0,7x$  sur l'intervalle  $[0; 1]$ .

On admet que sur l'intervalle  $[0; 1]$ , la courbe (C) est située au-dessous du segment  $[OA]$  d'équation  $y = x$ .



*Exemple de lecture du graphique : 90 % de la population détient 70 % des richesses.*

On définit le coefficient de Gini  $\gamma$  par le quotient  $\gamma = \frac{\text{aire de la partie grisée}}{\text{aire du triangle OBA}}$ .

On admet que le coefficient de Gini  $\gamma$  a les propriétés suivantes :

- $0 \leq \gamma \leq 1$ .
- Plus  $\gamma$  est grand, plus la répartition des richesses au sein de la population est inégalitaire.

Le coefficient de Gini en France en 2017 était de 0,289.

**En 2017, la répartition des richesses du pays étudié était-elle plus égalitaire qu'en France?**