BAC 2008

SÉRIE ES

ANNALES DES SUJETS DE MATHÉMATIQUES
SESSION 2008

PROGRAMME OBLIGATOIRE

Les sujets proposés sont établis à partir des énoncés mis en ligne par D. Vergès sur le site de L' A.P.M.E.P

SOMMAIRE DES SUJETS DE LA SESSION 2008

AMÉRIQUE DU NORD 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

f est une fonction définie sur $]-2;+\infty[$ par $f(x)=3+\dfrac{1}{x+2}$.
On note f' sa fonction dérivée et $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère.

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en cochant la bonne réponse sur l'annexe à remettre avec la copie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

$f(x)=\dfrac{3x+6}{x+2}$	☐ VRAI	☐ FAUX
La courbe $(\mathscr{C})$ coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 3,5.	☐ VRAI	☐ FAUX
$\displaystyle\lim_{\substack{x\to-2\\x>-2}} f(x)=3$	☐ VRAI	☐ FAUX
$\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=6\ln 2.$	☐ VRAI	☐ FAUX
La droite d'équation $y=3$ est asymptote à $(\mathscr{C})$	☐ VRAI	☐ FAUX
$f(x)>3$ pour tout x de $]-2;+\infty[$.	☐ VRAI	☐ FAUX
$f'(-1)=-1$.	☐ VRAI	☐ FAUX
La fonction g définie sur $]-2;+\infty[$ par $g(x)=\ln\left[f(x)\right]$ est décroissante.	☐ VRAI	☐ FAUX

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat.
Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin :

— 90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire. Parmi elles, 10 % achètent un salon.

— Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80 % achètent un salon.

Une personne entre dans le magasin.
On note :

B l'évènement « la personne a un bon publicitaire ».

$\overline{\text{B}}$ l'évènement « la personne n'a pas de bon publicitaire ».

S l'évènement « la personne achète un salon ».

$\overline{\text{S}}$ l'évènement contraire de S.

PARTIE I

1. Dessiner un arbre pondéré représentant la situation.
2. À l'aide de B, $\overline{\text{B}}$, S, $\overline{\text{S}}$, traduire les évènements suivants et calculer leur probabilité à 10^{-2} près :
   a) la personne n'achète pas de salon sachant qu'elle est venue avec un bon publicitaire;
   b) la personne achète un salon;
   c) la personne est venue avec un bon publicitaire sachant qu'elle a acheté un salon.

PARTIE II

Le bon publicitaire et le cadeau associé coûtent 15 € au magasin. Un salon vendu rapporte 500 € au magasin s'il est vendu sans bon publicitaire.

1. Compléter le tableau ci-dessous, qui donne la loi de probabilité du bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant.

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Bénéfice réalisé par le magasin en euros	485	-15	500	0
Probabilité				

2. Calculer le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant.
3. Le directeur pense changer la valeur du cadeau offert.
   Soit x le prix de revient, en euros, du nouveau bon publicitaire. Calculer, dans ce cas, l'espérance E de la loi de probabilité du bénéfice du magasin en fonction de x.
4. Le directeur souhaite réaliser 76 € de bénéfice moyen par personne entrant.
   Quel doit être le prix de revient x du nouveau bon publicitaire ?

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Historiquement, on avait décidé de numéroter les planètes du système solaire suivant leur distance moyenne au Soleil. Ainsi, on notait :

Mercure	=	1
Venus	=	2
Terre	=	3
Mars	=	4
Céres	=	5
Jupiter	=	6
Saturne	=	7
Uranus	=	8

On considère la série statistique double $(i\,;d_i)_{1\leq i\leq 8}$, où i représente le numéro d'ordre de la planète et d_i sa distance au soleil (en millions de km) :
(1;57,94), (2;108,27), (3;149,60), (4;228,06), (5;396,44), (6;778,73), (7;1427,7), (8;2872,4).

1. Indiquer, à l'aide d'une phrase, la signification du couple (3; 149,60).

Dans la suite de l'exercice, les résultats seront arrondis à 10^{-3} *près.*

2. Compléter, le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6	7	8
d_i	57,94	108,27	149,60	228,06	396,44	778,73	1427,7	2872,4
$d_i - d_1$	0			170,12				
$y_i = \ln(d_i - d_1)$	×			5,137				

3. a) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement (D), de la série $(i; y_i)$, avec i compris entre 2 et 8.
   b) Construire le nuage de points $(i; y_i)$, avec i compris entre 2 et 8, et la droite (D) dans un repère orthonormal, unités : 2 cm
4. a) Déduire de ce qui précède que l'on peut modéliser l'expression de d_i, en fonction de i, avec i compris entre 2 et 8, sous la forme $d_i = 57,94 + 12,16 \times 1,966^i$.
   b) Calculer la distance moyenne probable au soleil d'une planète numérotée 9.

(*Ce résultat est connu sous le nom de loi de* Titius-Bode *du nom de deux astronomes allemands qui permirent la découverte de Neptune n°* 9 *en* 1848. *La loi tomba ensuite en désuétude mais l'ajustement étudié demeure excellent si l'on inclut « Pluton » ... La planète naine en n°* 10).

EXERCICE 4 (6 points) *commun à tous les candidats*

Rappel : Si u est une fonction dérivable sur un intervalle I alors la fonction e^u *est dérivable sur I et* $(e^u)' = u'e^u$.

Un transporteur, s'occupant de voyages organisés, achète en l'an 2000 (instant initial $t = 0$), un autocar nécessitant un investissement initial de 200 milliers d'euros.

PARTIE A

Cet investissement se déprécie. Sa dépréciation cumulée, en milliers d'euros, à l'instant t, mesurée en années, est notée $D(t)$.
On pose $D(t) = 200\left(1 - e^{-0,086t}\right)$ pour tout réel t de l'intervalle $I = [0; 13]$.
L'annexe 1 donne la courbe représentative de D dans le plan rapporté à un repère $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Déterminer graphiquement au cours de quelle année l'investissement aura perdu 60 % de sa valeur (faire apparaître sur le graphique les tracés qui permettent d'obtenir la réponse).

PARTIE B

Le transporteur veut revendre l'autocar. On note $V(t)$ la valeur de l'autocar l'année t, $0 \leqslant t \leqslant 13$.

1. Vérifier que $V(t) = 200 \times e^{-0,086t}$.
2. Étudier le sens de variation de V sur [0; 13].
3. Combien peut-on espérer revendre l'autocar au bout de 13 ans de service ? (au millier d'euros près).
4. Au cours de quelle année l'autocar a-t-il perdu la moitié de sa valeur ?

PARTIE C

On estime que les recettes nettes (en milliers d'euros) procurées par l'exploitation de cet autocar, hors dépréciation du véhicule, sont données à l'instant t réel de l'intervalle [0; 13] par :

$$R(t) = 110\left(5 + t - 5e^{0,1t}\right).$$

1. a) Calculer la dérivée R' de la fonction R ; étudier son signe sur $[0;13]$ et construire le tableau de variations de R.

   b) En déduire, que les recettes nettes sont maximales pour une valeur t_0 de t dont on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie à l'unité près.

   c) Construire la courbe représentative de la fonction R, dans le même repère que celle de D après avoir complété le tableau de valeurs de **l'annexe 2** où l'on arrondira $R(t)$ à l'entier le plus proche.

2. À tout instant, la différence $R(t) - D(t)$ représente l'exploitation $E(t)$ de l'autocar.

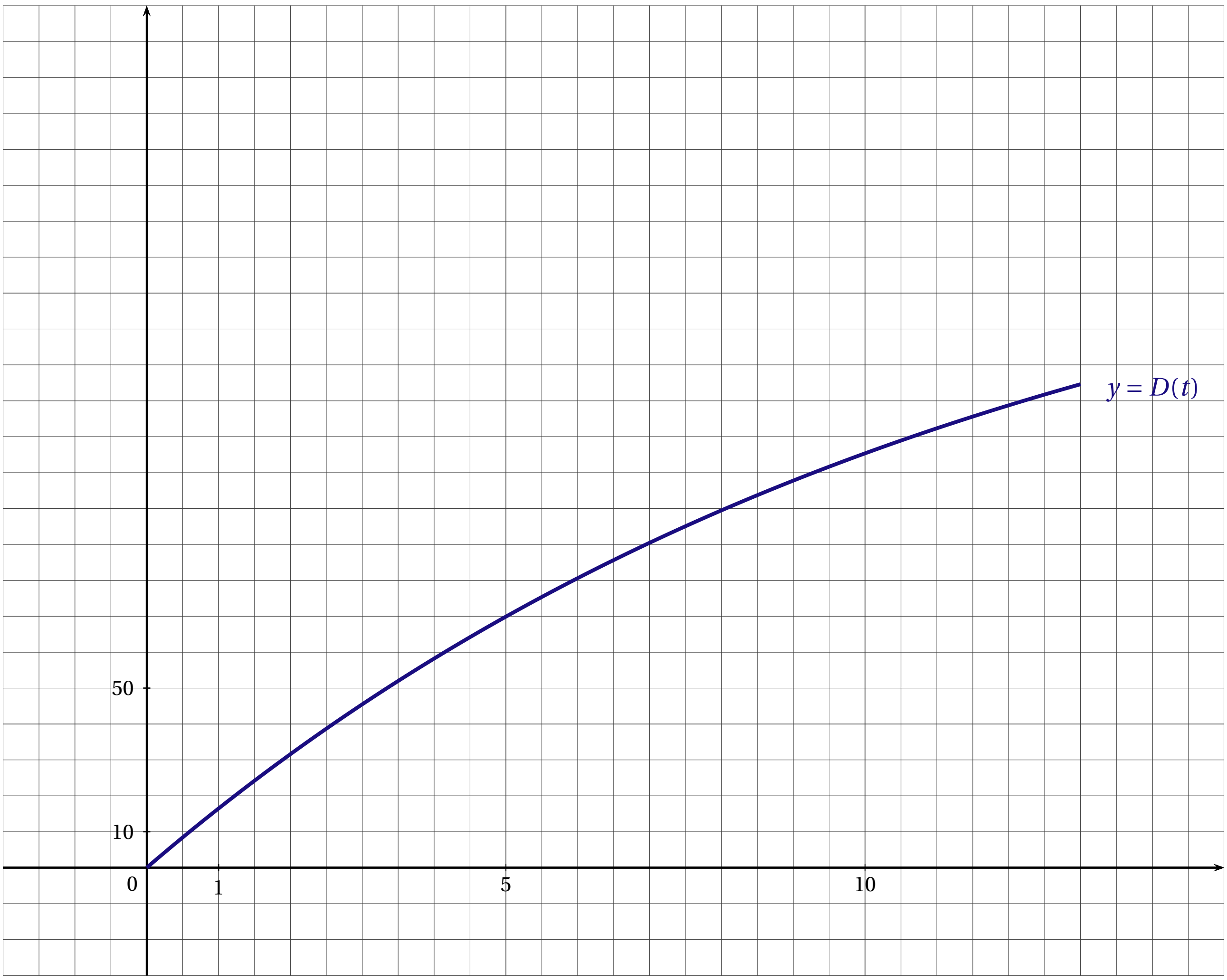
   Compléter le tableau de **l'annexe 2**, utiliser le graphique ou les tableaux de valeurs de D, R et E pour répondre aux questions suivantes :

   a) Au cours de quelle année l'exploitation de cet autocar est-elle la plus profitable ?

   b) À partir de quelle année l'exploitation de-cet autocar conduit-elle à un déficit ?

ANNEXE 1

Représentation graphique



ANNEXE 2

Tableau de valeurs :

t	0	1	2	4	6	8	10	11	13
$D(t)$	0	16	32	58	81	99	115	122	135
$R(t)$	0	52	98		208				-38
$E(t)$	0				127				

AMÉRIQUE DU SUD 2008

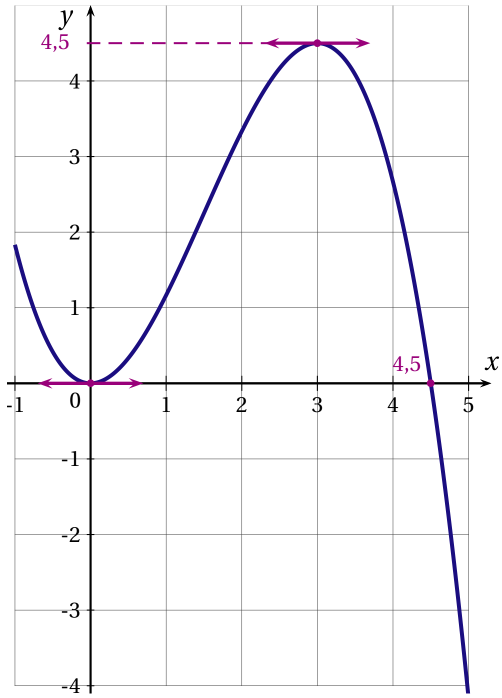
EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : pour chaque question, une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,25 *point ; l'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point. Si la somme des points de cet exercice est négative, la note est ramenée à* 0.

Les deux parties sont indépendantes.

PREMIÈRE PARTIE

Dans cette partie, on considère la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1;5]$ (*voir ci-contre*). On note f' la dérivée de la fonction f.



1. On peut affirmer que :

   Réponse A : $f'(4,5) = 0$;

   Réponse B : $f'(3) = 0$;

   Réponse C : $f'(3) = 4,5$.

2. Soit F une primitive sur l'intervalle $[-1;5]$ de la fonction f. Alors :

   Réponse A : F est décroissante sur l'intervalle $[3;4,5]$;

   Réponse B : F présente un minimum en $x = 0$;

   Réponse C : F présente un maximum en $x = 4,5$.

DEUXIÈME PARTIE

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[$ par $h(x) = 9 + \ln\left(\frac{3x+1}{x-2}\right)$.

1. Dans un repère orthogonal du plan, la courbe représentative de la fonction h admet pour asymptote la droite d'équation :

   Réponse A : $y = 9$;

   Réponse B : $y = -\frac{1}{3}$;

   Réponse C : $y = 9 + \ln(3)$.

2. Parmi les expressions suivantes de $h(x)$, l'une d'elles est fausse, laquelle ?

   Réponse A : $h(x) = 9 + \ln(3x+1) - \ln(x-2)$;

   Réponse B : $h(x) = 9 + \ln\left(3 + \frac{7}{x-2}\right)$;

   Réponse C : $h(x) = 9 - \ln\left(\frac{x-2}{3x+1}\right)$.

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Suite à une panne technique, un distributeur de boissons ne tient aucun compte de la commande faite par le client.
Cette machine distribue soit un expresso, soit du chocolat, soit du thé en suivant une programmation erronée.
Chaque boisson peut être sucrée ou non.

— La probabilité d'obtenir un expresso est $\frac{1}{2}$.

— La probabilité d'obtenir un thé sucré est $\frac{2}{9}$.

— Si l'on obtient un expresso, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{5}{9}$.

— Si l'on obtient un chocolat, la probabilité qu'il soit sucré est $\frac{1}{3}$.

— La probabilité d'obtenir une boisson sucrée est $\frac{5}{9}$

On pourra considérer les évènements suivants :

T : « On a obtenu un thé ».

E : « On a obtenu un expresso ».

C : « On a obtenu un chocolat ».

S : « La boisson obtenue est sucrée ».

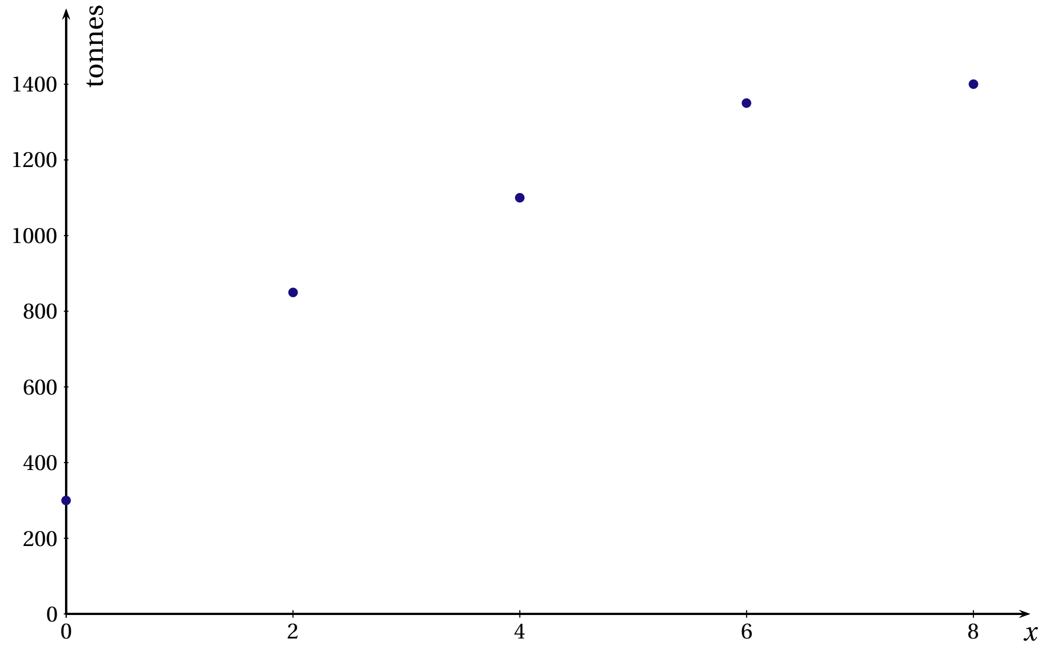
1. Construire un arbre probabiliste modélisant la situation.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un expresso sucré.
3. Démontrer que la probabilité d'obtenir un chocolat sucré est $\frac{1}{18}$.
4. En déduire la probabilité d'obtenir un chocolat.
5. Une personne obtient une boisson sucrée.
   Quelle est la probabilité que cette boisson soit un thé ?

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Depuis 1997, une collectivité territoriale s'intéresse à la quantité annuelle de déchets recyclés, en particulier l'aluminium.
En 2008, cette collectivité dispose des données suivantes :

Année	1997	1999	2001	2003	2005
Rang de l'année x_i	0	2	4	6	8
Aluminium recyclé (en tonnes) y_i	300	850	1100	1350	1400

1. On a représenté ci-dessous le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$ dans un repère orthogonal du plan.



a) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés.

b) À l'aide de cet ajustement, estimer la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

2. Un responsable affirme que l'augmentation annuelle moyenne entre 2003 et 2005 a été d'environ 1,8 %.

a) Justifier ce taux de 1,8 %.

b) En utilisant ce taux, estimer, à une tonne près, la quantité d'aluminium qui sera recyclée en 2008.

c) Avec cette méthode, en quelle année peut-on estimer que plus de 1600 tonnes d'aluminium seront recyclées ?

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En janvier 2008 sont publiés les résultats de l'année 2007. La quantité d'aluminium recyclé en 2007 est de 1500 tonnes. Lorsque ce résultat paraît, une réunion des responsables de la collectivité est organisée pour ajuster les prévisions. Lequel des deux modèles précédents semble-t-il le plus adapté ?

EXERCICE 4 (6 points) *commun à tous les candidats*

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(x) = (8x+6)\mathrm{e}^{-0,8x}$.
On admet que la dérivée f' de f est donnée pour tout x de l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $f'(x) = (-6,4x+3,2)\mathrm{e}^{-0,8x}$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$. Donner une interprétation graphique de cette limite.
2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
   Dresser son tableau de variation.
3. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[0;+\infty[$ et donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}.
4. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $F(x) = -10(x+2)\mathrm{e}^{-0,8x}$ est une primitive de la fonction f.

PARTIE B

Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

L'objet de cette partie est d'étudier les ventes d'un nouveau baladeur numérique.
On considère que le nombre de baladeurs numériques vendus par un fabricant à partir du début des ventes jusqu'au temps t est donné par

$$B(t) = \int_0^t f(x)\,\mathrm{d}x$$

Le temps t est exprimé en année, le début des ventes (correspondant à $t = 0$) étant le 1er janvier 2000.
Le nombre de baladeurs numériques est exprimé en centaines de milliers.
À l'aide de la partie A, décrire l'évolution du rythme des ventes au cours des années.
En quelle année le nombre de baladeurs vendus dans le courant de l'année est-il devenu inférieur à 10 0000 ?

ANTILLES GUYANE 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, trois réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.

1. La valeur moyenne sur l'intervalle $[-1\,;\,2]$ de la fonction f définie par $f(x) = 6x^2 + 3$ est :
   - -8
   - 0
   - 9
2. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $g(x) = \ln\left(\dfrac{2}{x}\right)$.

   La limite de la fonction g en $+\infty$ est égale à :
   - $-\infty$
   - 0
   - 1
3. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(3-x) \leqslant 0$ est l'intervalle :
   - $[3;+\infty[$
   - $[2;3[$
   - $[2;+\infty[$
4. Pour tous réels a et b, strictement positifs, $\ln(ab) - \ln\left(a^2\right)$ est égal à :
   - $\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$
   - $\ln(b-a)$
   - $\dfrac{\ln b}{\ln a}$

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Une ville ne dispose que d'un cinéma de quartier dans le centre et d'un cinéma multiplexe en périphérie.
Des films français et des films étrangers sont projetés dans les deux cinémas.
On sait que, parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville :

- 75 % préfèrent le cinéma multiplexe.
- 60 % des personnes qui préfèrent le cinéma de quartier vont voir de préférence les films français.

On choisit au hasard un spectateur parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville.
On note respectivement M, Q, F et E les évènements suivants :

M : « le spectateur préfère le cinéma multiplexe »;

Q : « le spectateur préfère le cinéma de quartier »;

F : « le spectateur préfère les films français »;

E : « le spectateur préfère les films étrangers ».

Les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondis au centième.
On pourra utiliser un arbre de probabilité ou un tableau.

1. Montrer que la probabilité que le spectateur choisi préfère le cinéma de quartier et préfère les films étrangers est 0,1.
2. 70 % des personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville préfèrent les films étrangers.
   Quelle est la probabilité que le spectateur choisi préfère le cinéma multiplexe et préfère les films étrangers?
3. Le spectateur choisi préfère les films étrangers. Quelle est la probabilité qu'il préfère le cinéma de quartier?
4. On choisit au hasard et de façon indépendante trois spectateurs parmi les personnes qui vont régulièrement au cinéma dans cette ville. Quelle est la probabilité qu'au moins un d'entre eux préfère les films étrangers?

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de rugby de 2001 à 2006.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'adhérents y_i	70	90	115	140	170	220

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'adhérents en fonction du rang x de l'année.

PARTIE A : Un ajustement affine.

1. Dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 20 adhérents sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série $(x_i\,;y_i)$.
2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés et la tracer sur le graphique précédent *(aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis à l'unité).*
3. En supposant que cet ajustement reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2007.

PARTIE B : Un ajustement exponentiel.

On pose $z = \ln y$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de z_i au millième.

x_i	1	2	3	4	5	6
z_i	4,248					

2. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés *(aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients seront arrondis au millième).*
3. En déduire une approximation du nombre d'adhérents y en fonction du rang x de l'année.
4. En prenant l'approximation $y \approx 57{,}1\mathrm{e}^{0{,}224x}$ et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation du nombre d'adhérents en 2007.

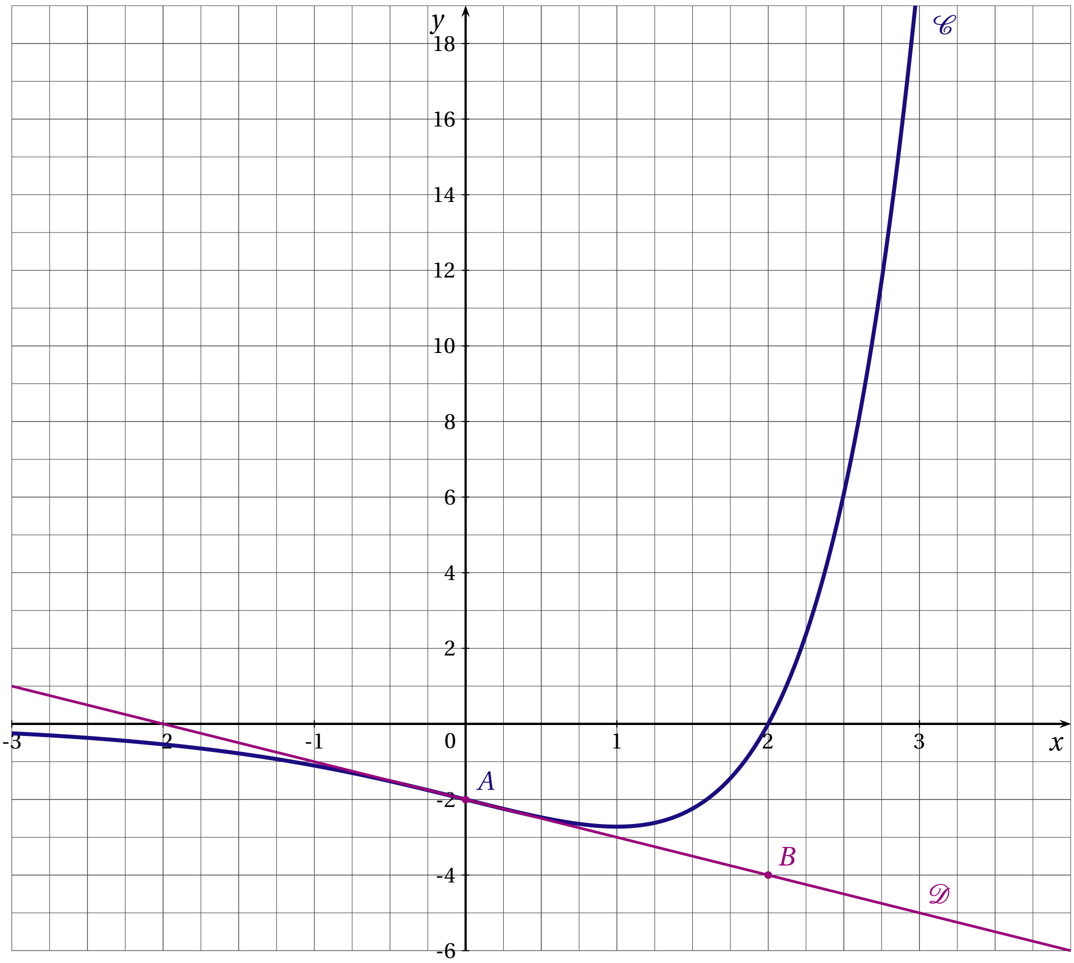
PARTIE C : Comparaison des ajustements.

En 2007, il y a eu 280 adhérents. Lequel des deux ajustements semble le plus pertinent ? Justifier la réponse.
Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

EXERCICE 4 (6 points) *commun à tous les candidats*

PARTIE A

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, la courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.
La tangente $\mathscr{D}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A(0\,;-2)$ passe par le point $B(2\,;4)$.



On désigne par f' la fonction dérivée de f.

1. a) Donner la valeur de $f(0)$.

   b) Justifier que : $f'(0) = -1$.

2. a) On admet qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout réel x, $f(x) = (x+a)\mathrm{e}^{bx}$.
   Vérifier que pour tout réel x, $f'(x) = (bx + ab + 1)\mathrm{e}^{bx}$.

   b) Utiliser les résultats précédents pour déterminer les valeurs exactes des réels a et b.

PARTIE B

On considère maintenant la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$.

1. Donner l'expression de $f'(x)$ pour tout réel x ; en déduire le sens de variation de la fonction f sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$.

2. a) Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   b) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. (on rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} x\mathrm{e}^x = 0$).
   Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3. a) Montrer que la fonction g définie par $g(x) = (x-3)\mathrm{e}^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

   b) Calculer $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

   c) Préciser le signe de $f(x)$ pour tout x de l'intervalle $[2;3]$.
   Déterminer la valeur, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2$ et $x = 3$.
   Donner le résultat sous forme décimale, arrondi au dixième.

ANTILLES SEPTEMBRE 2008

EXERCICE 1 (5 points) *commun à tous les candidats*

Une boîte de chocolats contient 50 % de chocolats au lait, 30 % de chocolats noirs et 20 % de chocolats blancs. Tous les chocolats de la boîte sont de même forme et d'emballage identique.
Ils sont garnis soit de praliné soit de caramel et, parmi les chocolats au lait, 56 % sont garnis de praliné.
On choisit au hasard un chocolat de la boîte. On suppose que tous les choix sont équiprobables.
On note :

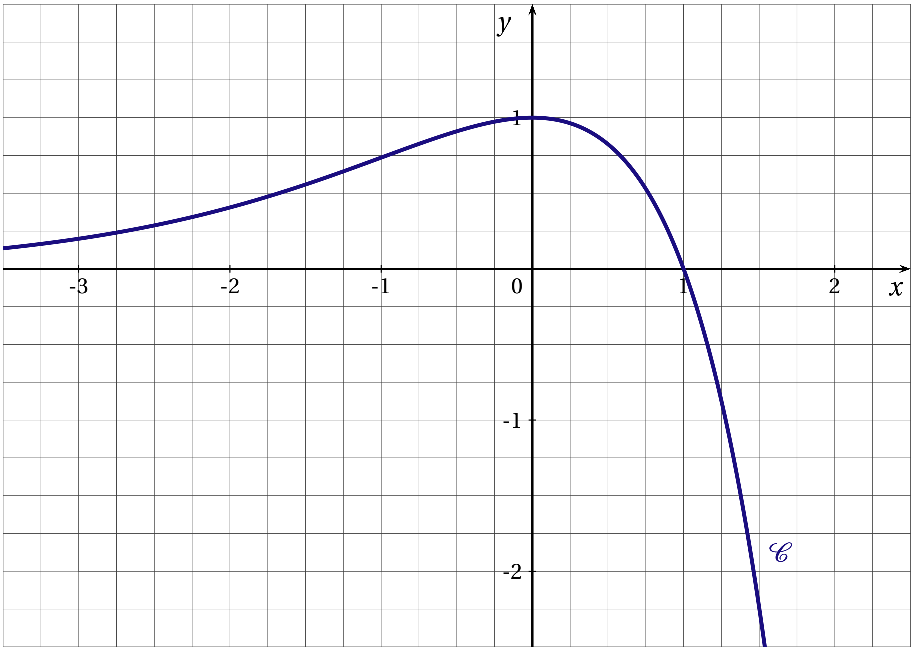
- L : l'évènement « le chocolat choisi est au lait » ;
- N : l'évènement « le chocolat choisi est noir » ;
- B : l'évènement « le chocolat choisi est blanc » ;
- A : l'évènement « le chocolat choisi est garni de praliné » ;
- $\overline{\text{A}}$: l'évènement « le chocolat choisi est garni de caramel ».

Tous les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Traduire les données du problème à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Donner la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat au lait.
3. Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit au lait et garni de praliné.
4. Dans la boîte, 21 % des chocolats sont noirs et garnis de praliné.
   Montrer que la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné, sachant que c'est un chocolat noir, est égale à 0,7.
5. Dans la boîte, 60 % des chocolats sont garnis de praliné.
   a) Déterminer la probabilité que le chocolat choisi soit blanc et garni de praliné.
   b) En déduire la probabilité que le chocolat choisi soit garni de praliné sachant que c'est un chocolat blanc.
6. On dispose de deux boîtes de chocolats identiques à celle décrite précédemment. Une personne prend au hasard un chocolat dans la première boîte, puis un chocolat dans la deuxième boîte (les tirages sont indépendants).
   Déterminer la probabilité de l'évènement : « l'un des chocolats choisi est garni de praliné et l'autre est garni de caramel ».

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Soit la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = (1-x)\text{e}^{x}$.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (*figure ci-dessous*).



PARTIE A

1. Calculer la limite de f en $-\infty$ (on rappelle que $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^x = 0$).
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$.
3. Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.

PARTIE B

Soit F la fonction définie pour tout réel x par $F(x) = (-x+2)\mathrm{e}^x$.

1. Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 0$.
   a) Justifier l'égalité : $\mathscr{A} = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b) À l'aide du graphique ci-dessus, justifier que : $0 < \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x < 1$.
   c) Déterminer, en unités d'aire, la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis sa valeur décimale arrondie au centième.

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Le tableau ci-dessous indique le nombre y d'exploitations agricoles en France entre 1955 et 2005.
On appelle x le rang de l'année.

Année	1955	1970	1988	2000	2005
Rang x_i	0	15	33	45	50
Nombre d'exploitations y_i (en milliers)	2 280	1 588	1 017	664	545

(Source INSEE)

PARTIE A : Un ajustement affine

1. a) Tracer le nuage de points $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 1 cm pour 5 années sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 200 milliers d'exploitations sur l'axe des ordonnées ; (*on placera l'origine du repère en bas à gauche de la feuille*).

   b) À l'aide de la calculatrice, déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer G sur le graphique.

2. a) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement D de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis à l'unité*).

   b) Tracer la droite D sur le graphique.

3. Calculer le nombre d'exploitations agricoles que l'on peut prévoir pour 2008 en utilisant cet ajustement (*le résultat sera arrondi au millier*).

PARTIE B : Une autre estimation

1. Déterminer le pourcentage de diminution du nombre d'exploitations agricoles entre 2000 et 2005 (*le résultat sera arrondi au dixième*).

2. On suppose qu'entre 2000 et 2005, le pourcentage annuel de diminution du nombre d'exploitations agricoles est constant.

   Vérifier que ce pourcentage est environ de 3,87 %.

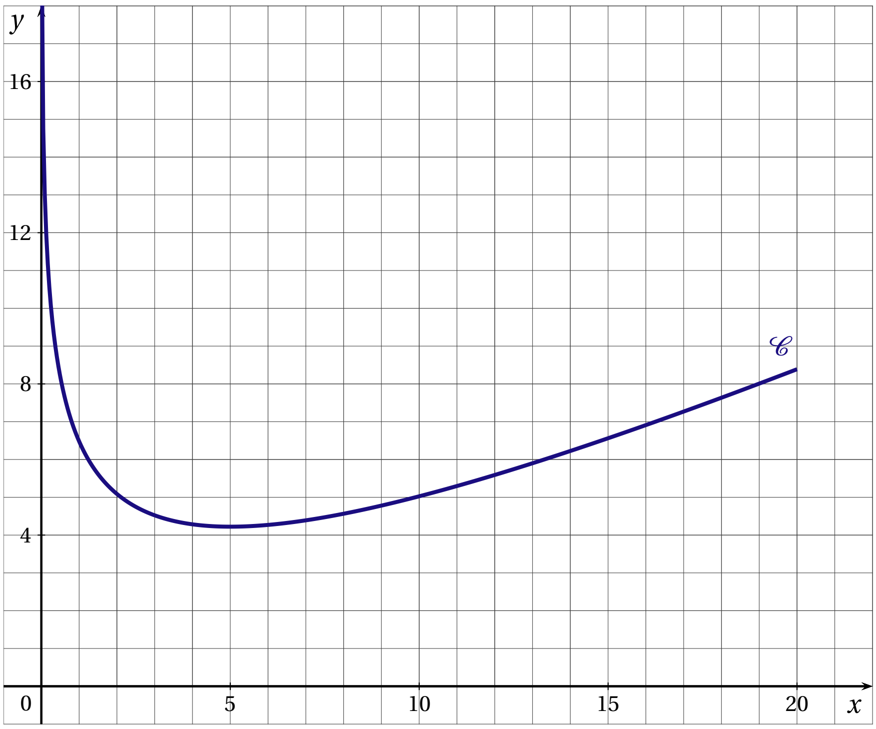
3. On suppose que le pourcentage annuel de diminution reste constant et est égal à 3,87 % entre 2005 et 2008.

   Quel est le nombre d'exploitations agricoles que l'on peut prévoir en 2008 (*le résultat sera arrondi au millier*) ?

EXERCICE 4 (5 points) *commun à tous les candidats*

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,20]$ par $f(x)=\dfrac{1}{2}x+4+\dfrac{3}{4}\ln(4x+10)-3\ln x$.

On appelle $\mathscr{C}$ la courbe ci-dessous représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal.



PARTIE A

1. Déterminer la limite de f en 0. Quelle interprétation graphique peut-on en donner?
2. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0;20]$, $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x(2x+5)}$.
3. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;20]$ et dresser son tableau de variations.

On admet que l'équation $f(x)=6$ possède exactement deux solutions α et β dans l'intervalle $]0;20]$ telles que $\alpha \approx 1{,}242$ et $\beta \approx 13{,}311$.

PARTIE B

Une entreprise produit au maximum 20000 objets par jour.
On note x le nombre de milliers d'objets produits chaque jour travaillé : $x \in]0;20]$.
On admet que le coût moyen de fabrication, exprimé en euros, d'un objet est égal à $f(x)$, où f est la fonction définie ci-dessus.

1. a) Pour combien d'objets produits le coût moyen de fabrication est-il minimal?
   b) Déterminer ce coût moyen minimal, arrondi au centime.
2. Le prix de vente d'un objet est de 6 €. Pour quelles productions journalières l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice?
3. Déterminer le bénéfice journalier, arrondi à la centaine d'euros, pour une production de 5000 objets par jour.
4. L'année suivante, le coût moyen augmente de 2 %. Le prix de vente est alors augmenté de 2 %. Le bénéfice journalier reste-t-il identique? Justifier.
   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

ASIE 2008

EXERCICE 1 (5 points) *commun à tous les candidats*

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. *Une réponse exacte rapporte* 1 *point ; une réponse inexacte enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*

1. Une baisse de 25 % est compensée par une hausse, arrondie à l'unité, de :

   a. 20 % **b.** 25 % **c.** 33 %

2. La population d'une ville a augmenté de 7 % en 2004, de 5 % en 2005 et de 6 % en 2006. L'augmentation de la population de cette ville sur la période 2004-2006 est, arrondie à l'unité près, égale à :

   a. 17 % **b.** 18 % **c.** 19 %

Les élèves de deux classes de terminale ES (désignées par TE1 et TE2) sont répartis selon leur spécialité (qui sont abrégées en SES, LV, Math) de la façon suivante :

		TE1	TE2	Total
Spécialité	SES	16	8	24
	LV	12	14	26
	Math	6	10	16
Total		34	32	66

On interroge un élève au hasard. Les données précédentes sont à utiliser pour les trois questions suivantes :

3. La probabilité que l'élève interrogé appartienne à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{1}{66}$ **b.** $\dfrac{1}{34}$ **c.** $\dfrac{17}{33}$

4. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math ou appartienne à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{2}{3}$ **b.** $\dfrac{25}{33}$ **c.** $\dfrac{1}{11}$

5. La probabilité que l'élève interrogé suive l'enseignement de spécialité Math sachant qu'il appartient à la TE1 est égale à :

   a. $\dfrac{1}{34}$ **b.** $\dfrac{1}{11}$ **c.** $\dfrac{3}{17}$

EXERCICE 2 (5 points) *commun à tous les candidats*

On considère la fonction u définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $u(x) = \dfrac{10-x}{x}$

1. Calculer les limites de u en 0 et en $+\infty$.
2. étudier les variations de u.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \mathrm{e}^{u(x)}$.

3. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Quelles conséquences graphiques peut-on en déduire ?
4. établir, en justifiant, le tableau de variations de f.
5. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 1$.
6. L'équation $f(x) = -x$ admet-elle une solution ? Pourquoi ?

   Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

EXERCICE 3 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros depuis 2001.

Date	1/07/2001	1/07/2002	1/07/2003	1/07/2004	1/07/2005	1/07/2006	1/07/2007
Rang : x_i	1	2	3	4	5	6	7
Valeur en euros : y_i	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27	8,44

1. Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal (1 cm représente 1 rang en abscisse et 5 cm représentent 1 € en ordonnée ; faire débuter la graduation à 6 sur l'axe des ordonnées).
2. à l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients à 10^{-2} près).

   Tracer cette droite dans le repère précédent.
3. La forme du nuage suggère une modification de l'évolution du SMIC horaire brut à partir de juillet 2004. Pour $x \geqslant 4$, on choisit d'ajuster le nuage de points par une courbe $\mathscr{C}$ d'équation

   $$y = a\ln(x-3)+b$$

   où a, et b sont deux réels. Déterminer les réels a et b tels que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points de coordonnées $(4;7{,}61)$ et $(7;8{,}44)$ (arrondir les réels a et b à 10^{-2}).

   Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère précédent.
4. Arthur est un jeune salarié, rémunéré au SMIC. Il souhaite estimer la valeur du SMIC au 1er juillet 2009. Quel est, parmi les modèles utilisés aux questions 2 et 3, celui qui lui sera le plus favorable ?

EXERCICE 4 (5 points) *commun à tous les candidats*

Une entreprise fabrique une quantité x, comprise entre 0 et 20, d'un certain objet.
Le coût total de production f, exprimé en euros, est représenté par la courbe $\mathscr{C}$ dans un repère d'origine O du graphique 1 fourni en annexe (à rendre avec la copie). La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 14 est tracée sur le même graphique.

1. a) Quel est le coût total de production de 10 objets ?

   b) Quelle quantité maximale d'objets est-il possible de produire pour un coût total inférieur à 150 € ?
2. Le coût marginal g est donné sur l'intervalle $]0;20]$ par la dérivée du coût total de production $g(x) = f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0;20]$.

   a) En utilisant le graphique 1 de l'annexe, déterminer la valeur du coût marginal pour $x = 14$.
   Comparer $g(14)$ et $g(19)$.

   b) Quelle est, parmi les trois courbes proposées sur le graphique 2, celle qui représente le coût marginal ? Justifier la réponse.
3. Le coût moyen h est donné sur l'intervalle $]0;20]$ par $h(x) = \dfrac{f(x)}{x}$.

   a) Estimer $h(5)$.

   b) Sur le graphique 1 de l'annexe, placer le point Q d'abscisse 5 situé sur la courbe $\mathscr{C}$, puis tracer la droite (OQ).

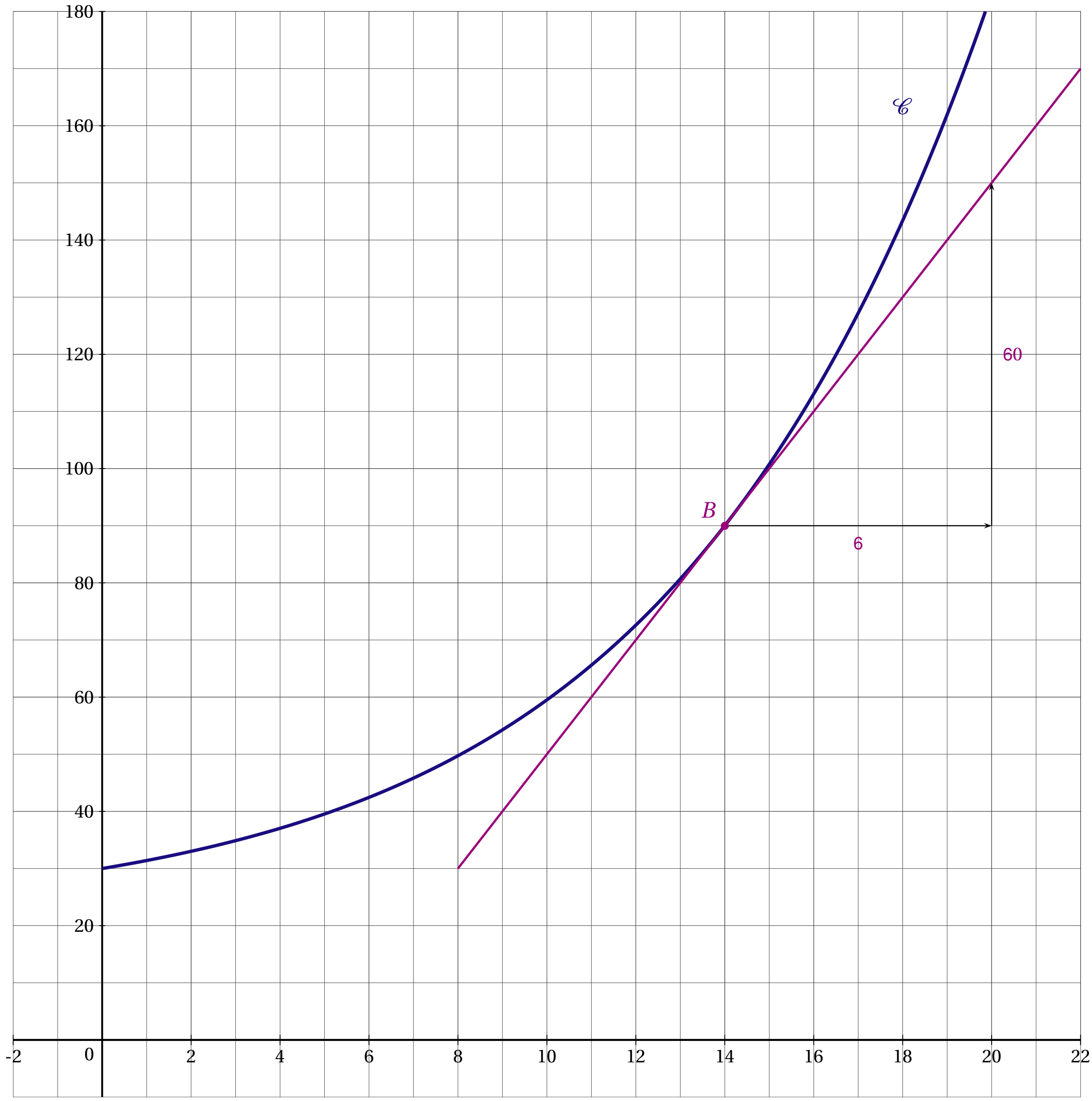
   Une expression du coefficient directeur de la droite (OQ) est $\dfrac{f(5)}{5}$. Justifier cette expression.

   c) Placer le point A sur la courbe $\mathscr{C}$ tel que la droite (OA) soit tangente à $\mathscr{C}$. On appelle a l'abscisse du point A.

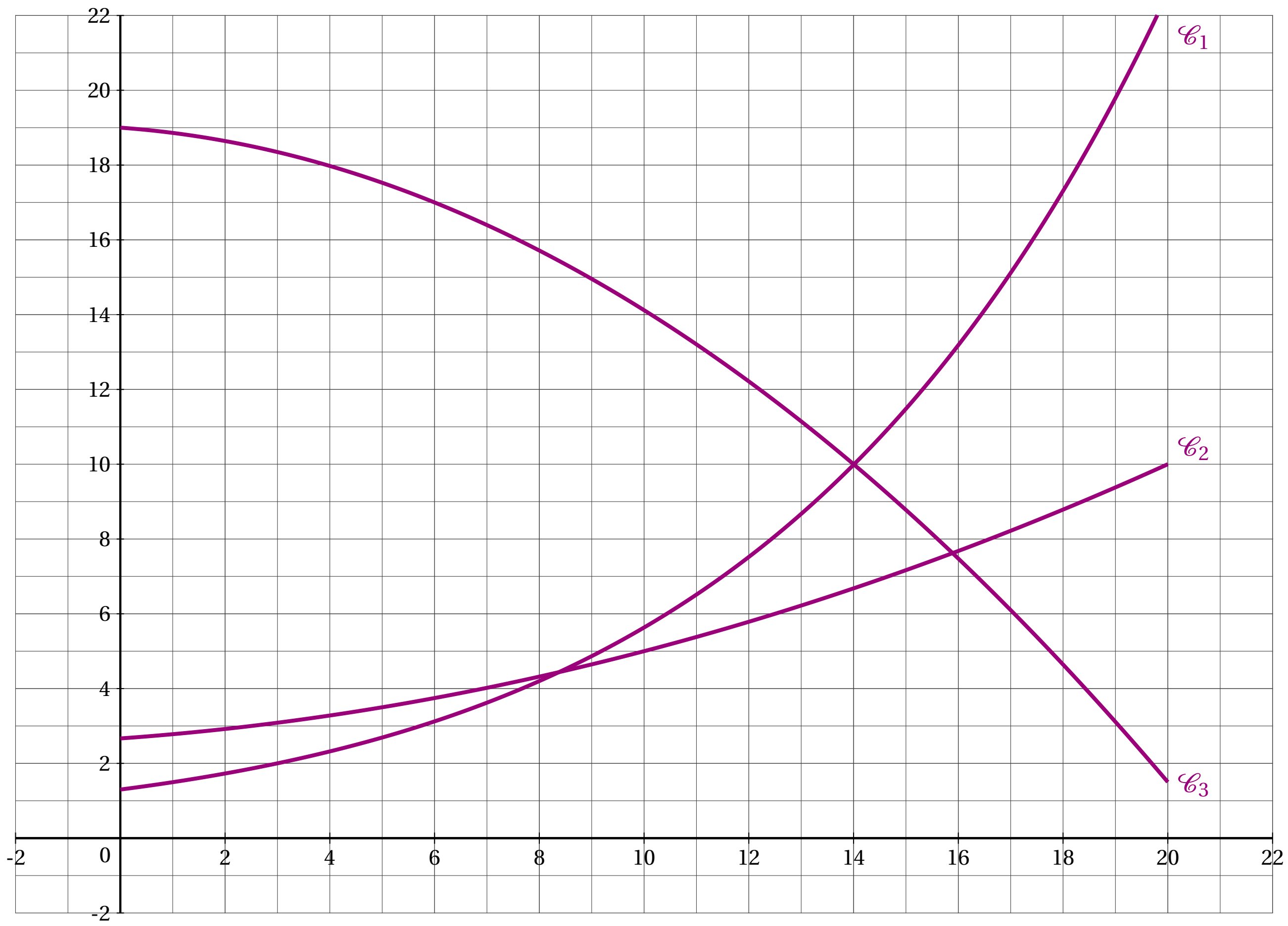
d) Conjecturer les variations de h sur l'intervalle $]0;20]$.
Toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.

ANNEXES

GRAPHIQUE 1 À RENDRE AVEC LA COPIE



GRAPHIQUE 2


22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
-2
-2
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
$\mathscr{C}_1$
$\mathscr{C}_2$
$\mathscr{C}_3$

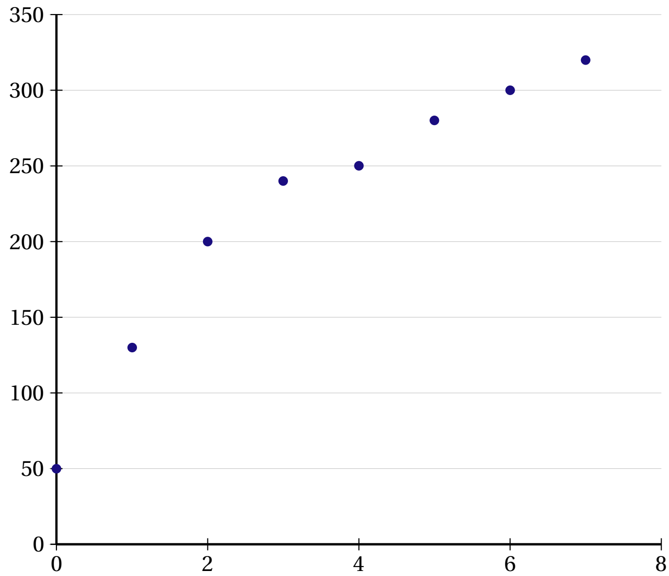
CENTRES ÉTRANGERS 2008

EXERCICE 1 (5 points) *commun à tous les candidats*

Une association organise chaque année un séjour qui s'adresse à des adultes handicapés. À sa création en 1997, dix adultes handicapés sont partis durant cinq jours. Ainsi, on dira qu'en 1997 le nombre de « journées participant » est de 5 × 10 soit 50.
Le tableau suivant donne le nombre de « journées participant » de 1997 à 2004. L'année 1997 a le rang 0.

Années	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de « journées participant » : y_i	50	130	200	240	250	280	300	320

1. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de « journées participant » de 1997 à 2000, puis celui de 2000 à 2003.
2. Ces données sont représentées par le nuage de points ci-joint.



On considère qu'un ajustement affine n'est pas pertinent.
L'allure du nuage suggère de chercher un ajustement de y en x de la forme $y = k\ln(ax+b)$ où k, a et b sont trois nombres réels. Pour cela on pose : $z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$.
Dans cette question les calculs seront effectués à la calculatrice. Aucune justification n'est demandée. Les résultats seront arrondis au centième.

a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de « journées participant » : y_i	50	130	200	240	250	280	300	320
$z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$	1,65							

b) Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i ; z_i)$ dans un repère orthononnal (unités : 1 cm)

c) Donner les coordonnées du point moyen et placer ce point sur le graphique précédent.

d) Déterminer une équation de la droite (D) d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés. Représenter la droite (D) sur le graphique précédent.

e) Sachant que $z_i = \mathrm{e}^{\frac{y_i}{100}}$, déterminer l'expression de y en fonction de x.

3. On suppose que l'évolution du nombre de « journées participant » se poursuit dans un futur proche selon le modèle précédent.
   a) Estimer, à l'unité près, quel serait le nombre de « journées participant » prévu pour l'année 2007.
   b) En réalité, le nombre de « journées participant » en 2007 a été de 390. Si l'écart en valeur absolue entre la valeur estimée et la valeur réelle est inférieure à 10 % de la valeur réelle, on considère que le modèle est pertinent. Est-ce le cas ?

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Un magasin de sport propose à la location des skis de piste, des snowboards et des skis de randonnée.
Son matériel est constitué de 50 % de skis de piste, le reste étant également réparti entre les snowboards et les skis de randonnée.
Après la journée de location, le matériel est contrôlé et éventuellement réparé.
Il a été constaté que la moitié des skis de piste, deux tiers des snowboards et le quart des skis de randonnée nécessitent une réparation.

Chaque paire de ski et chaque snowboard est répertorié sur une fiche qui précise son suivi.
On tire au hasard une fiche. On considère les évènements suivants :

Sp : « La fiche est celle d'une paire de skis de piste » ;

Sn : « La fiche est celle d'un snowboard » ;

Sr : « La fiche est celle d'une paire de skis de randonnée » ;

R : « Le matériel nécessite une réparation » ; $\overline{\mathrm{R}}$ est son évènement contraire.

Tous les résultats des quatre premières questions seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Traduire toutes les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré (on ne demande aucune explication).
2. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne une paire de skis de piste ne nécessitant pas une réparation.
3. Calculer la probabilité que la fiche tirée concerne du matériel ne nécessitant pas une réparation.
4. La fiche tirée concerne du matériel ayant nécessité une réparation. Quelle est la probabilité que cette fiche concerne un snowboard ?
5. Les paires de skis de piste, de randonnée, ainsi que les snowboards sont loués 30 € pour la journée.
   Quelle est l'espérance de gain sur le matériel loué sachant que chaque réparation coûte 20 € au loueur ?

EXERCICE 3 (4 points) *commun à tous les candidats*

Cet exercice est un Q. C. M. (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte : a, b ou c. Pour chacune des questions indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

QUESTIONS		RÉPONSES
Q1	D'une année sur l'autre, un produit perd 10 % de sa valeur. Le produit a perdu au moins 70 % de sa valeur initiale au bout de :	a) 7 années b) 11 années c) 12 années
Q2	Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un évènement A est égale à 0,4. On répète huit fois cette expérience de façon indépendante. La probabilité que l'évènement A se réalise au moins une fois est égale à :	a) $(0{,}4)^8$ b) $(0{,}6)^8$ c) $1-(0{,}6)^8$
Q3	F est la primitive qui s'annule en 1 de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $$f(x)=x^2+1$$ On a :	a) $F(0)=1$ b) $F(0)=-\frac{4}{3}$ c) $F(0)=\frac{4}{3}$
Q4	f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\mathrm{e}^{3x}$. On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère. La tangente $(\mathscr{T})$ à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A d'abscisse 0 a pour coefficient directeur :	a) 0 b) 1 c) 3

Pour toutes les questions suivantes, on donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie et dérivable sur $]-\infty;-3[$. On appelle $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère.

x	$-\infty$	-3	-2	2	3
$f(x)$	$+\infty$	0	-2	0	$+\infty$

QUESTIONS		RÉPONSES
Q5	On peut affirmer que :	a) $f(0)<0$ b) $f(0)=0$ c) $f(0)>0$
Q6	La courbe $(\mathscr{C})$ admet pour asymptote la droite d'équation :	a) $x=0$ b) $x=3$ c) $y=3$
Q7	g est la fonction définie par $g(x)=\ln[f(x)]$ sur l'intervalle $]-\infty;-3[$. La limite de g en $-\infty$:	a) est $-\infty$ b) est $+\infty$ c) n'existe pas
Q8	F désigne une primitive de f sur $]-\infty;3[$. F est :	a) strictement décroissante sur $]-\infty;3[$ b) strictement décroissante sur $]-3;2[$ c) strictement croissante sur $]-2;3[$

EXERCICE 4 (5 points) *commun à tous les candidats*

On considère la fonction f définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x) = -3x+4+8\ln(x+1)$.
On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. a) Calculer la limite de f en -1. Donner l'interprétation graphique du résultat obtenu.

   b) Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra utiliser $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x}=0$).

2. a) On note f' la dérivée de f sur $]-1\ ;\ +\infty[$. Démontrer que $f'(x) = \dfrac{5-3x}{x+1}$.

   b) étudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f. On donnera une valeur arrondie audixième du maximum de f sur $]-1;+\infty[$.

3. On se place dans l'intervalle $\left[\dfrac{5}{3};+\infty\right[$. Démontrer que dans cet intervalle, l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique notée x_0. Donner une valeur approchée de x_0 à 10^{-2} près.

4. a) Vérifier que la fonction F définie par $F(x) = -\dfrac{3}{2}x^2-4x+8(x+1)\ln(x+1)$ est une primitive de f sur $]-1;+\infty[$.

   b) Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=5$ (on donnera la valeur exacte de cette aire et une valeur approchée au dixième près).

FRANCE MÉTROPOLITAINE JUIN 2008

EXERCICE 1 (6 points) *commun à tous les candidats*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[-5;\frac{5}{2}\right]$.

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

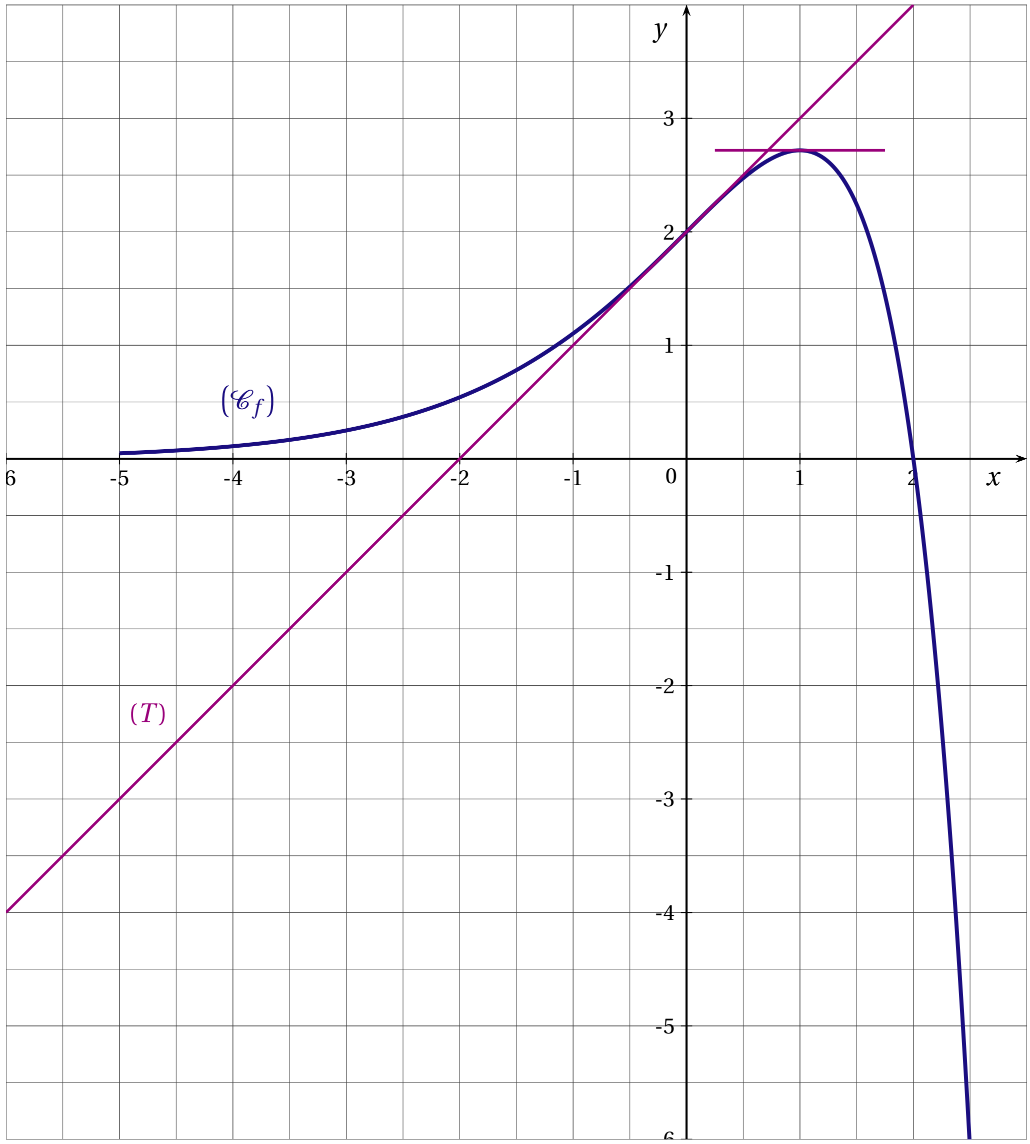
— La courbe $(\mathscr{C}_f)$ représentée ci-dessous est celle de la fonction f.

— Les points $A(0;2)$, $B(1;\mathrm{e})$ et $C(2;0)$ appartiennent à la courbe $(\mathscr{C}_f)$.

— Le point de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ d'abscisse (-5) a une ordonnée strictement positive.

— La tangente (T) en A à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ passe par le point $D(-2;0)$.

— La tangente en B à la courbe $(\mathscr{C}_f)$ est parallèle à l'axe des abscisses.



Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

PARTIE A : Aucune justification n'est demandée

Une réponse exacte rapporte 0,5 *point.*

Une réponse fausse enlève 0,25 point.
L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.

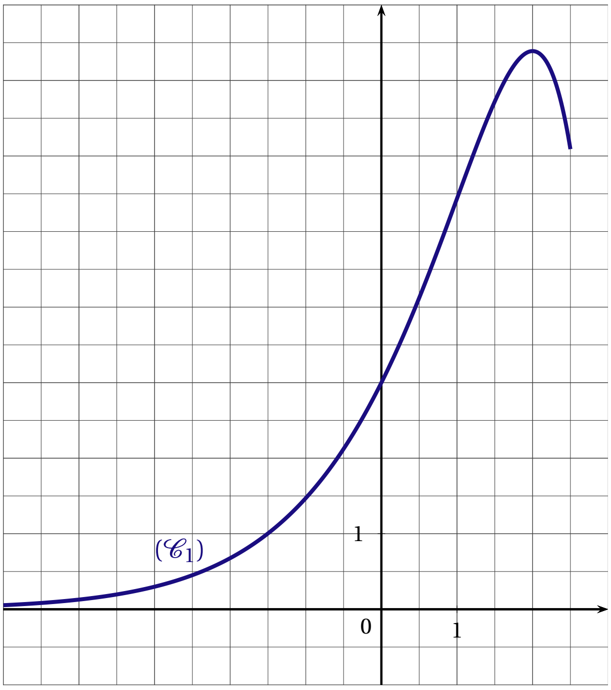
1. On note $f'(0)$ le nombre dérivé de la fonction f en 0. Quelle est sa valeur ?
   a. $f'(0) = 1$ **b.** $f'(0) = 2$ **c.** $f'(0) = 0$
   On note ln la fonction logarithme népérien et g la fonction composée $\ln(f)$.
2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction g, noté D_g ?
   a. $\left]0; \frac{5}{2}\right[$ **b.** $[-5; 2]$ **c.** $[-5\,;\,2[$
3. Quelle est la valeur de $g(0)$?
   a. $g(0) = 2$ **b.** $g(0) = 0$ **c.** $g(0) = \ln(2)$
4. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Quelle est la valeur de $g'(1)$?
   a. $g'(1) = \mathrm{e}$ **b.** $g'(1) = 0$ **c.** $g'(1) = -\frac{1}{\mathrm{e}^2}$
5. Quelle est la limite de $g(x)$ quand x tend vers 2 ?
   a. $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = -\infty$ **b.** $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = 0$ **c.** $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = +\infty$

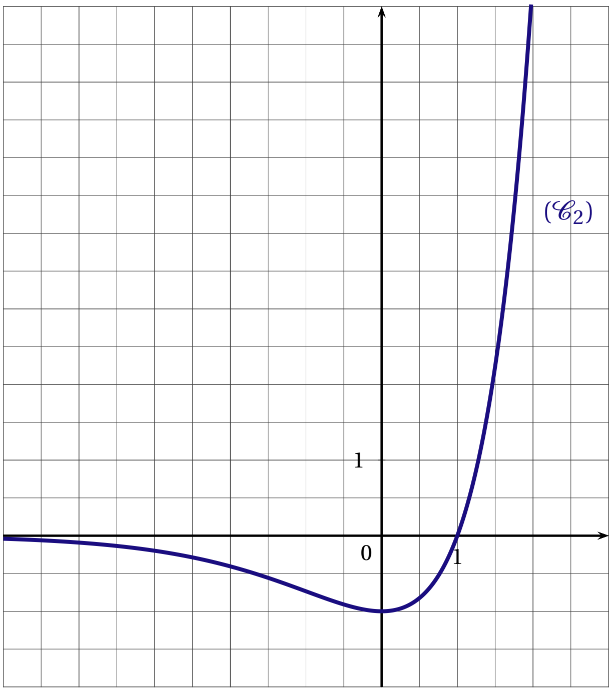
PARTIE B : Chaque réponse doit être justifiée

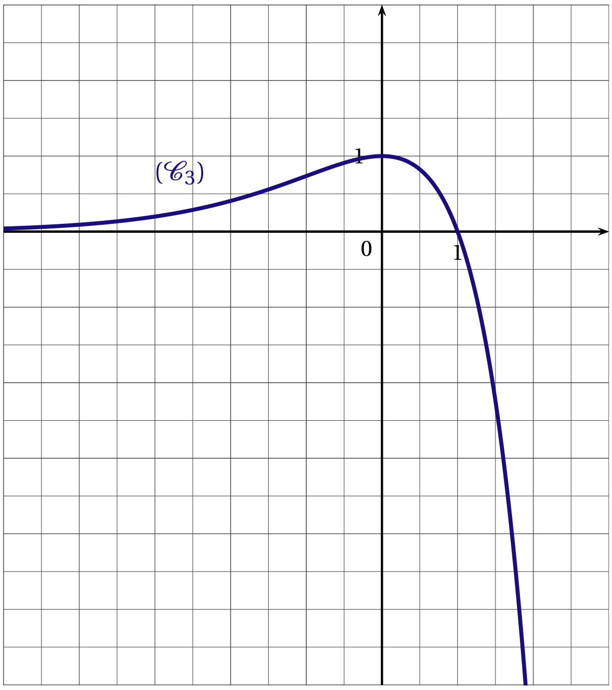
Dans cette partie, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

1. À quel intervalle appartient le réel $I = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$?
   a. $[0; 3]$ **b.** $[3; 6]$ **c.** $[6; 9]$
2. Parmi les trois courbes jointes en annexe, l'une est la représentation graphique de la fonction dérivée f' de la fonction f. Laquelle ?
   a. La courbe $(\mathscr{C}_1)$ **b.** La courbe $(\mathscr{C}_2)$ **c.** La courbe $(\mathscr{C}_3)$
3. Parmi les trois courbes jointes en annexe, l'une est la représentation graphique d'une primitive F de la fonction f, F étant définie sur l'intervalle $\left[-5; \frac{5}{2}\right]$. Laquelle ?
   a. La courbe $(\mathscr{C}_1)$ **b.** La courbe $(\mathscr{C}_2)$ **c.** La courbe $(\mathscr{C}_3)$

ANNEXE PARTIE B







EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Le parc informatique d'un lycée est composé de 200 ordinateurs dont :

— 30 sont considérés comme neufs ;

— 90 sont considérés comme récents ;

— les autres sont considérés comme anciens.

Une étude statistique indique que :

— 5 % des ordinateurs neufs sont défaillants;

— 10 % des ordinateurs récents sont défaillants;

— 20 % des ordinateurs anciens sont défaillants.

On choisit au hasard un ordinateur de ce parc.
On note les évènements suivants :

N : « L'ordinateur est neuf »

R : « L'ordinateur est récent »

A : « L'ordinateur est ancien »

D : « L'ordinateur est défaillant »

$\overline{\text{D}}$ l'évènement contraire de D.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'ordinateur choisi soit neuf et défaillant.
3. Démontrer que la probabilité que l'ordinateur choisi soit défaillant est égale à 0,1325.
4. Déterminer la probabilité que l'ordinateur soit ancien sachant qu'il est défaillant. Donner le résultat sous forme décimale arrondie au centième.
5. Pour équiper le centre de ressources de l'établissement, on choisit au hasard 3 ordinateurs dans le parc. On admet que le parc est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ces choix à des tirages successifs indépendants avec remise. Déterminer la probabilité qu'exactement un des ordinateurs choisis soit défaillant. Donner le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

EXERCICE 3 (9 points) *commun à tous les candidats*

On se propose d'étudier l'évolution des ventes d'un modèle de voiture de gamme moyenne depuis sa création en 1999.

Les parties I et II peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

PARTIE I

Le tableau suivant dorme le nombre annuel, exprimé en milliers, de véhicules vendus les cinq premières années de commercialisation :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	81,3	92,3	109,7	128,5	131,2

1. Dans le plan (P) muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers de véhicules vendus sur l'axe des ordonnées, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y\right)$ pour i entier variant de 0 à 4.
2. L'allure du nuage de points permet d'envisager un ajustement affine.
   a) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
   b) Déterminer l'équation $y = ax+b$ de la droite (D) d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   c) Placer le point G et tracer la droite (D) sur le graphique précédent.
   d) En utilisant l'ajustement affine du **b.**, donner une estimation du nombre de véhicules vendus en 2007.
3. Le tableau suivant donne le nombre annuel de véhicules vendus, exprimé en milliers, de 2003 à 2007 :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i	4	5	6	7	8
Nombre annuel de véhicules vendus en milliers : y_i	131,2	110,8	101,4	86,3	76,1

a) Compléter le nuage de points précédent à l'aide de ces valeurs.

b) L'ajustement précédent est-il encore adapté ? Justifier la réponse.

c) On décide d'ajuster le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y\right)$, pour i entier variant de 4 à 8, par une courbe qui admet une équation de la forme $y = \mathrm{e}^{cx+d}$.
Déterminer les réels c et d pour que cette courbe passe par les points $A(4;131,2)$ et $B(8;76,1)$.
On donnera la valeur exacte, puis l'arrondi au millième de chacun de ces nombres réels.

PARTIE II

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[4;10]$ par : $f(x) = \mathrm{e}^{-0,136x+5,421}$.
On suppose que f modélise en milliers l'évolution du nombre annuel de véhicules vendus à partir de l'année 2003.

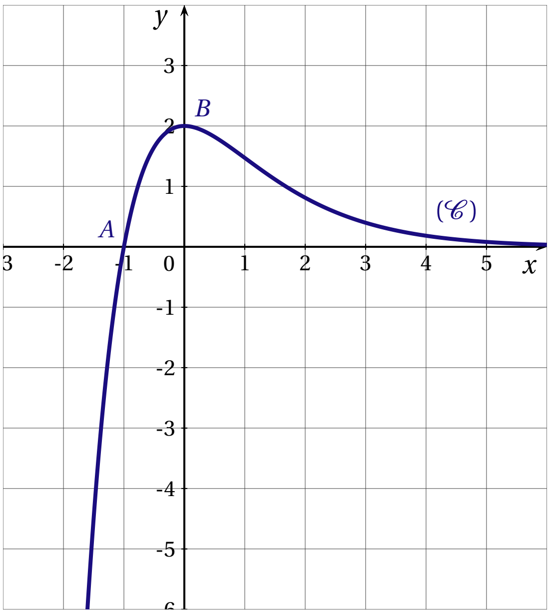
1. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[4;10]$.
2. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f dans le même repère que le nuage de points.
3. L'entreprise décide d'arrêter la fabrication du modèle l'année où le nombre annuel de véhicules vendus devient inférieur à 65 000.

   a) Résoudre algébriquement dans l'intervalle $[4;10]$ l'inéquation $f(x) \leqslant 65$.
   En quelle année l'entreprise doit-elle prévoir cet arrêt ?

   b) Retrouver graphiquement le résultat précédent en laissant apparents les traits de construction nécessaires.

FRANCE MÉTROPOLITAINE SEPTEMBRE 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*



Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

On a tracé ci-contre sa courbe représentative $(\mathscr{C})$ dans un repère orthonormal.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Les points $A(-1;0)$ et $B(0;2)$ appartiennent à la courbe $(\mathscr{C})$.

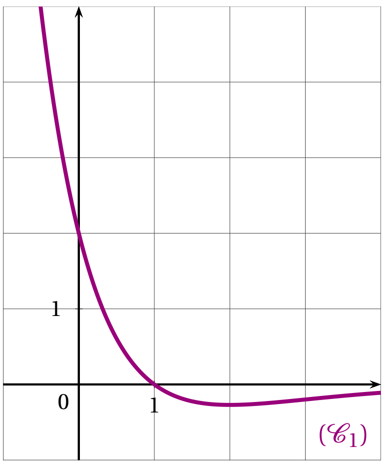
La courbe $(\mathscr{C})$ admet en B une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty;0]$.

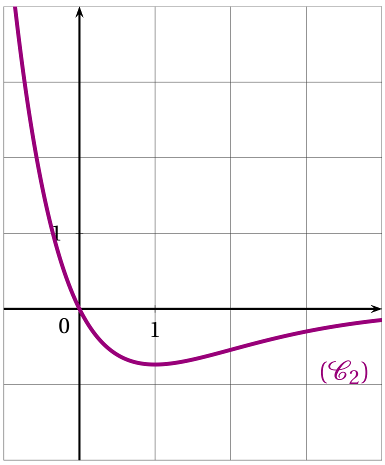
La fonction f est décroissante et strictement positive sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

Pour chaque question, une et une seule des trois propositions est exacte.
Le candidat indique sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 *point ; une réponse fausse enlève* 0,5 *point ; l'absence de réponse donne* 0 *point. Si le total est négatif la note est ramenée à* 0.

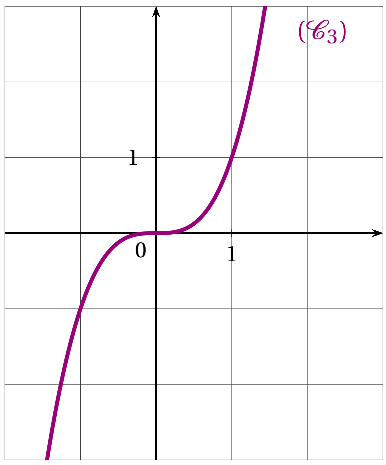
QUESTION 1 :
Une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement la fonction f'.
Déterminer laquelle.



Réponse A

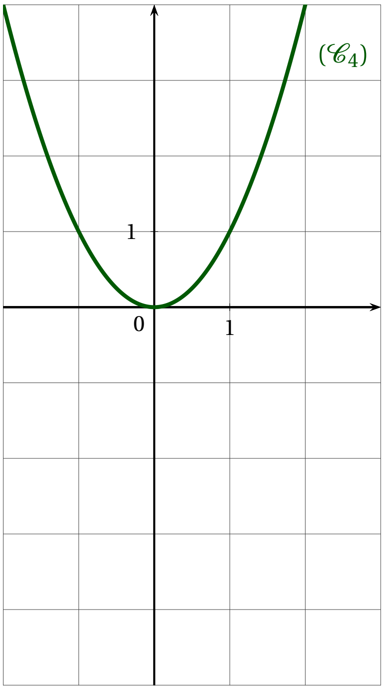


Réponse B

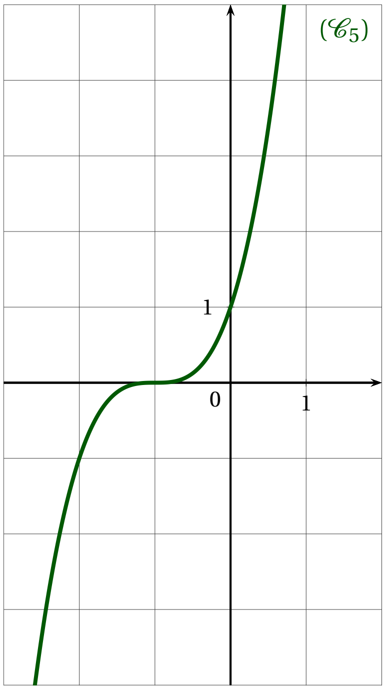


Réponse C

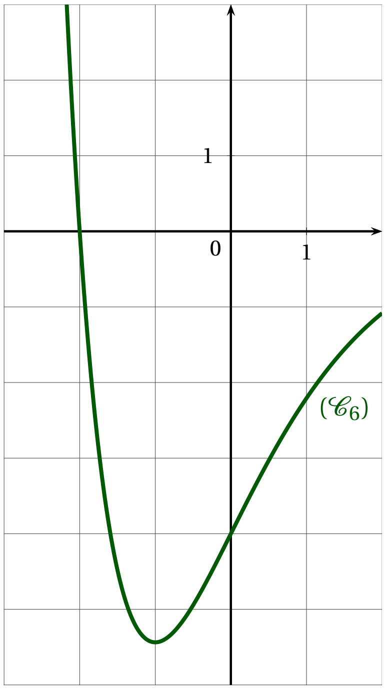
QUESTION 2 :
Une des trois courbes ci-dessous représente graphiquement une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Déterminer laquelle.



Réponse A



Réponse B



Réponse C

QUESTION 3 :

On désigne par ln la fonction logarithme népérien. Soit g la fonction définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Un des trois intervalles ci-dessous est l'ensemble de définition de la fonction g.
Déterminer lequel.

$]0\,;+\infty[$	$]-1\,;+\infty[$	$[-1\,;+\infty[$
Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

QUESTION 4 :

g' est la fonction dérivée de la fonction g définie par $g(x) = \ln[f(x)]$.
Déterminer laquelle de ces affirmations est vraie.

$g'(1) \times g'(2) > 0$	$g'(1) \times g'(2) = 0$	$g'(1) \times g'(2) < 0$
Réponse A	**Réponse B**	**Réponse C**

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Le jeu d'échecs est un jeu à deux joueurs. L'un joue avec des pièces et pions clairs appelés « blancs », l'autre avec des pièces et pions foncés appelés les « noirs ». Une partie d'échecs se termine soit par la victoire des « blancs », soit par la victoire des « noirs », soit par un nul sans vainqueur.

Le président d'un club d'échecs a établi une enquête statistique sur les parties jouées par ses adhérents lors de tournois avec d'autres clubs, depuis la création de ce club.
Pour les adhérents de ce club, l'analyse des résultats a conduit aux constatations suivantes :

— 45 % des parties ont été jouées avec les « blancs »,

— 70 % des parties jouées avec les « blancs » ont été gagnantes,

— 25 % des parties jouées avec les « blancs » ont été perdantes,

— 4 % des parties jouées avec les « noirs » ont fini par un nul,

— pour les parties jouées avec les « noirs », il y a eu autant de parties gagnées que perdues.

Le président de ce club choisit au hasard une partie jouée par un de ses adhérents pour l'étudier.
On appellera

B l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les blancs »,

N l'évènement : « La partie choisie est jouée avec les noirs »,

V l'évènement : « La partie choisie se termine par une victoire »,

E l'évènement : « La partie choisie se termine par un nul »,

D l'évènement : « La partie choisie se termine par une défaite ».

1. Déterminer la probabilité de l'évènement N.
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Justifier que la probabilité de l'évènement « La partie choisie est jouée avec les noirs et est gagnée » est égale à 0,264.
4. Calculer la probabilité que la partie choisie se termine par une victoire.
5. Sachant que la partie choisie se termine par une victoire, calculer la probabilité qu'elle ait été jouée avec les noirs et donner sa valeur décimale arrondie au millième.

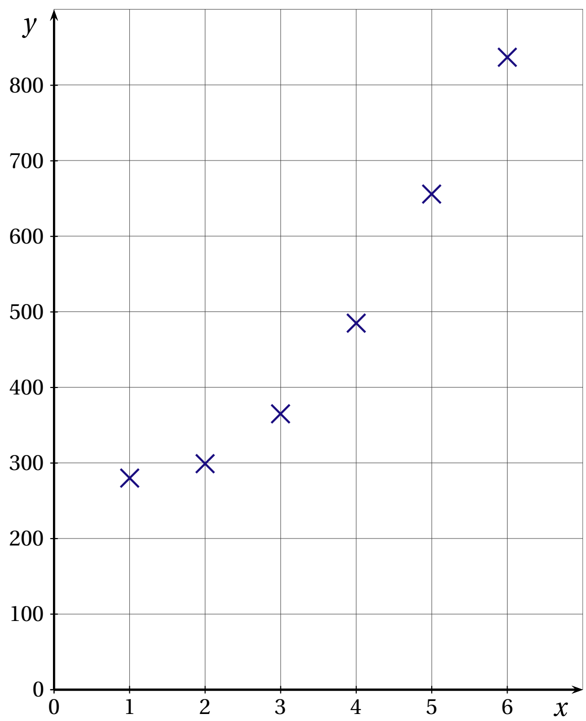
EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Le tableau suivant donne l'évolution du montant des exportations de biens et services de la Chine exprimé en milliards de dollars constants, sur la période 2000-2005.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Montant des exportations en milliards de dollars constants y_i	280	299	365	485	656	837

Source : La banque Mondiale.

1. Le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal.



   Un ajustement affine semble-t-il adapté ? Justifier.

2. On pose, pour i variant de 1 à 6, $z_i = \ln y_i$.

a) Recopier et compléter le tableau suivant avec les valeurs de z_i arrondies au centième :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$			5,90			

b) On décide d'envisager un ajustement affine de la série $(x_i\ ;\ z_i)$, pour i variant de 1 à 6.
Déterminer une équation de la droite d'ajustement de $z = \ln y$ en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au millième.

c) En déduire une relation entre y et x de la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$, A étant arrondi l'unité et B au millième.

Dans la question suivante, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

3. On admet que cet ajustement reste fiable à moyen terme, avec $A = 198$ et $B = 0{,}233$.
   a) Estimer, par le calcul, le montant des exportations de biens et services de la Chine pour l'année 2008 arrondi au milliard de dollars constants.
   b) Selon ce modèle, peut-on affirmer que le pourcentage d'augmentation des exportations de biens et services de la Chine entre les années 2000 et 2008 sera supérieur à 450 % ? Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 (5 points) *commun à tous les candidats*

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{5x-5}{\mathrm{e}^x}.$$

On nomme $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans le plan (P) muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Calculer $f(0)$.
2. a) Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$, $f(x) = \dfrac{5-\dfrac{5}{x}}{\dfrac{\mathrm{e}^x}{x}}$.
   b) En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a) Démontrer que pour tout nombre réel x positif : $f'(x) = \dfrac{-5x+10}{\mathrm{e}^x}$.
   b) Étudier le signe de la fonction f'.
   c) Dresser le tableau de variations de la fonction f.
4. Représenter graphiquement la courbe $(\mathscr{C})$ dans le plan (P).
5. On note F la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par : $F(x) = -5x\mathrm{e}^{-x}$.
   a) Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
   b) On considère l'aire $\mathscr{A}$, exprimée en cm^2, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 4$.
   Hachurer ce domaine sur le graphique précédent.
   Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis en donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.

LA RÉUNION 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Pour chacune des quatre propositions de ce QCM, une et une seule des affirmations est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total est négatif la note de l'exercice est ramenée à* 0.

Chacune des quatre propositions concerne une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5;6]$, qui admet des primitives sur cet intervalle et dont on donne ci-dessous le tableau de variations :

x	-5		-3		2		4		6
$f(x)$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

1. Si a et b sont deux réels tels que $2 < a < b < 4$, alors :
   a) $f(a) > f(b)$
   b) $f(a) < f(b)$
   c) on ne peut pas comparer $f(a)$ et $f(b)$.
2. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ est :
   a) 1
   b) 2
   c) 3
3. a) $\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 0$
   b) $\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 0$
   c) avec les données, on ne peut pas connaître le signe de $\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x$
4. Si g est la fonction définie sur $[-5;6]$ par $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$, alors :
   a) l'équation $f(x) = g(x)$ n'a pas de solution
   b) l'équation $f(x) = g(x)$ a une unique solution
   c) on ne peut pas se prononcer sur le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

On a relevé lors de six années consécutives le chiffre d'affaire d'une entreprise de prêt-à-porter de luxe créée en 2000. Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Chiffre d'affaire y_i (en euros)	160 000	220 000	290 000	390 000	540 000	730 000

1. Pour $i = 1,2,\dots,5$ on pose $z_i = \ln y_i$.
   a) Recopier et compléter le tableau suivant (donner une valeur approchée arrondie à 10^{-2} près de chacun des résultats) :

x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$						

   b) Représenter sur du papier millimétré le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;z_i)$ dans un repère orthonormal du plan (unité 2 cm en commençant à la graduation 10 sur l'axe des ordonnées).
   c) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (on obtiendra une équation de la forme $z = ax + b$ où les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-2} près).
   d) Déduire de ce qui précède une expression de y en fonction de x sous la forme $y = k\mathrm{e}^{ax}$, où k est un réel à déterminer et a le coefficient trouvé à la question précédente (le coefficient k sera arrondi à l'unité).
2. On note C la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $C(x) = 120\,000\,\mathrm{e}^{0,3x}$.
   a) Résoudre par le calcul l'inéquation $C(x) \geq 2\,000\,000$.
   b) On admet que $C(x)$ représente le chiffre d'affaire de l'entreprise pour l'année de rang x_i.
   Quel chiffre d'affaire peut-on prévoir pour l'année 2008 (on arrondira le résultat au millier d'euros près) ?
   À partir de quelle année le chiffre d'affaire dépassera-t-il 2 millions d'euros ?

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Les membres d'un jeune groupe de musique présentent une chanson lors d'une audition. Dans le morceau qu'ils jouent, il y a un passage délicat sur lequel ils ne sont pas tout à fait au point.
En effet :

— le guitariste joue parfaitement ce morceau trois fois sur quatre ;

— la chanteuse échoue dans 50 % des cas si le guitariste se trompe et, sinon, elle commet des erreurs une fois sur cinq.

Les autres musiciens maîtrisent parfaitement leur partition.

On appelle G l'évènement « le guitariste joue parfaitement le morceau ».
On appelle C l'évènement « la chanteuse interprète le morceau sans faire d'erreur ».

1. Dessiner un arbre de probabilités qui modélise la situation décrite précédemment.
2. a) Déterminer la probabilité $P(\mathrm{G} \cap \mathrm{C})$ que le groupe interprète la chanson sans erreur.
   b) Calculer la probabilité qu'un, et un seul, des membres du groupe se trompe.
   c) Déterminer la probabilité que la chanteuse interprète sans erreur le morceau.
3. Calculer $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{G})$ (on arrondira le résultat à 10^{-3} près) et interpréter concrètement ce résultat.
4. On admet que la probabilité qu'aucun des membres du groupe ne commette d'erreur est 0,6. Le groupe participe avec sa chanson à trois concours, les trois prestations était indépendantes les unes des autres.
   Quelle est la probabilité qu'ils jouent parfaitement à au moins l'un des trois concours ?

EXERCICE 4 (6 points) *commun à tous les candidats*

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;1000]$ par $f(x) = 89{,}5 - 8{,}9\ln(x+0{,}3)$ et dont on donne la courbe représentative dans un repère orthogonal du plan (voir Annexe figure I).

1. Démontrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0;1000]$.
2. Montrer que résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 45$ revient à résoudre l'inéquation $\ln(x+0{,}3) \geqslant 5$. Résoudre cette inéquation.
3. a) Démontrer que la fonction g définie sur l'intervalle $[0;1000]$ par :

$$g(x) = 98{,}4x - 8{,}9(x+0{,}3)\ln(x+0{,}3)$$

   est une primitive de f sur l'intervalle $[0;1000]$.

   b) On rappelle que la valeur moyenne m de f sur un intervalle $[a;b]$ (a et b étant deux éléments distincts de l'ensemble de définition de f, est donnée par : $m = \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

   Déterminer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[200;800]$ (on donnera une valeur approchée de ce résultat arrondi à l'unité).

PARTIE B

Une éolienne doit être installée à proximité d'un village dont les habitants s'inquiètent de la nuisance sonore occasionnée. L'entreprise chargée de la fabrication de l'éolienne transmet donc les renseignements suivants :

— au centre de l'éolienne (centre du rotor), le niveau sonore est d'environ 100 décibels (dB).

— lorsqu'on s'éloigne de x mètres du centre de l'éolienne, le niveau sonore est donné, en dB, par $f(x)$ (défini à la partie A).

1. En utilisant le graphique donné en annexe, déterminer à quelle distance du centre de l'éolienne on doit être situé pour percevoir un niveau sonore inférieur à 40 dB.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Le centre du rotor de l'éolienne est situé à 70 m de hauteur (voir le schéma donné en annexe).

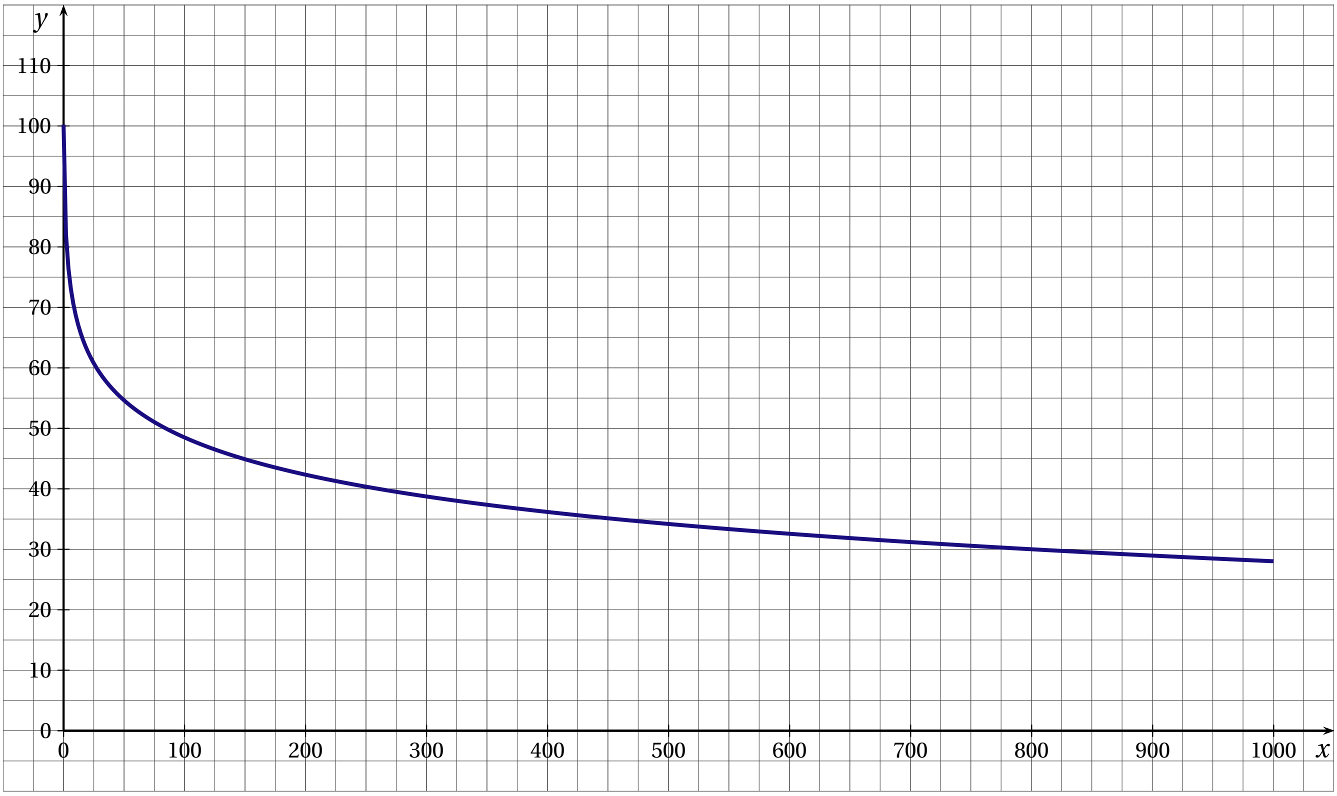
   Un sonomètre (qui mesure le volume sonore) est posé sur le sol à une certaine distance du pied de l'éolienne.

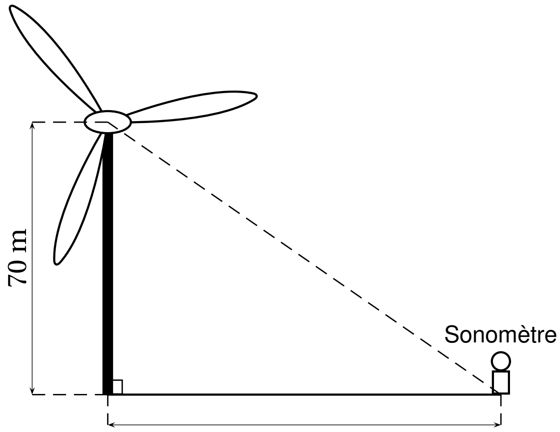
   À quelle distance du pied de l'éolienne doit-t-on le placer pour que le niveau sonore enregistré soit égal à 45 dB (le résultat sera arrondi à l'unité) ?

   Expliquer la démarche suivie.

ANNEXE

Courbe représentative de f





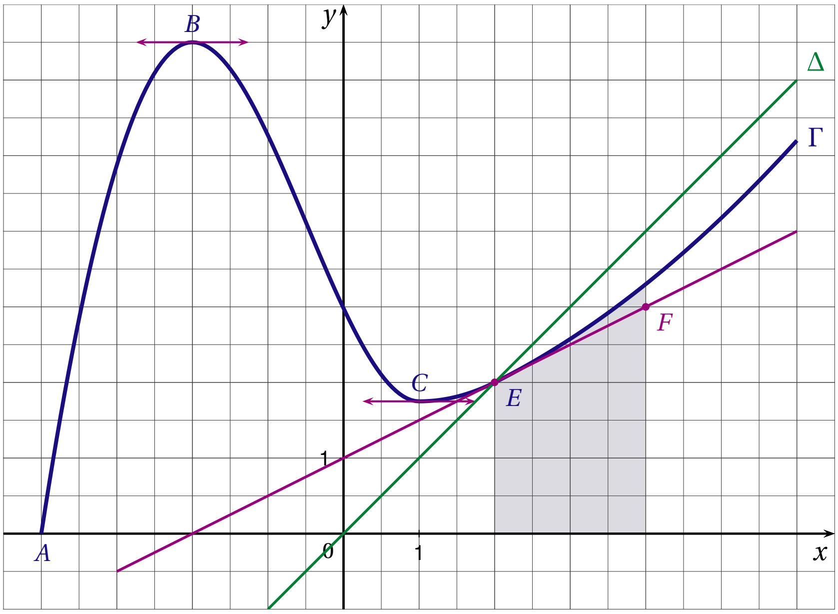
LIBAN 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-4;6]$. On note f' sa fonction dérivée.
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormal est tracée ci-dessous ainsi que la droite Δ d'équation $y=x$.
La courbe Γ et la droite Δ se coupent au point E d'abscisse 2.
On sait par ailleurs que :

— la courbe Γ admet des tangentes parallèles à l'axe des abscisses aux points $B(-2;6{,}5)$ et $C(1;1{,}75)$,

— la droite (EF) est la tangente à la courbe Γ au point E ; F est le point de coordonnées $(4;3)$.



1. Dans cette question, déterminer par lecture graphique et sans justification :
   a) les valeurs de $f'(-2)$ et $f'(2)$;
   b) les valeurs de x dans l'intervalle $[-4;6]$ vérifiant $f'(x) \geq 0$;
   c) les valeurs de x dans l'intervalle $[-4;6]$ vérifiant $f(x) \leq x$.
2. Soit g la fonction définie sur $]-4;6]$ par $g(x) = \ln\left[f(x)\right]$. Déterminer par lecture graphique et avec justification :
   a) les variations de g ;
   b) la limite de la fonction g quand x tend vers -4.
3. **Encadrement d'une intégrale**

   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

   a) Soit l'intégrale $I = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$. Interpréter graphiquement I.

   b) Proposer un encadrement de l'intégrale I par deux nombres entiers consécutifs. Justifier.

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Un club de remise en forme propose, outre l'accès aux salles de musculation, des cours collectifs pour lesquels un supplément est demandé lors de l'inscription. Une fiche identifie chaque membre et son type d'abonnement : avec ou sans cours collectif.
Une étude sur les profils des membres de ce club a montré que :

— 40 % des membres sont des hommes.

— 65 % des membres sont inscrits aux cours collectifs.

— Parmi les femmes, membres de ce club, seulement 5 % ne sont pas inscrites aux cours collectifs.

On choisit une fiche au hasard et on considère les événements suivants :

H : « la fiche est celle d'un homme » ;

F : « la fiche est celle d'une femme » ;

C : « la fiche est celle d'un membre inscrit à des cours collectifs ».

Rappel de notation : Si A et B sont deux événements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité de A et $p_B(A)$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B.

1. Donner les probabilités suivantes : $p(H)$, $p_F\left(\overline{C}\right)$, $p_F(C)$ et les reporter sur un arbre pondéré modélisant la situation qui sera complété au cours de la résolution de l'exercice.
2. a) Déterminer $p\,(F \cap C)$.
   b) Montrer que $p\,(H \cap C) = 0{,}08$.
   c) On tire la fiche d'un homme, quelle est la probabilité que celui-ci soit inscrit aux cours collectifs ?
   d) Compléter l'arbre pondéré de la question 1.
3. On choisit au hasard une fiche d'un membre non inscrit aux cours collectifs. Quelle est la probabilité que ce soit celle d'un homme ? (donner la valeur décimale arrondie au centième).
4. Pour vérifier la bonne tenue de son fichier, la personne chargée de la gestion de ce club prélève une fiche au hasard et la remet après consultation. Elle procède ainsi trois fois de suite.
   Quelle est la probabilité qu'au moins une des fiches soit celle d'un membre non inscrit aux cours collectifs ?

EXERCICE 3 (7 points) *commun à tous les candidats*

PARTIE A : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = (x+8)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
On note f' sa fonction dérivée et on admet que pour tout réel x de $[0;+\infty[$, on a : $f'(x) = (-0{,}5x-3)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

1. Étudier le sens de variation de la fonction f sur $[0;+\infty[$.
2. Démontrer que la fonction F définie sur $[0;+\infty[$ par $F(x) = (-2x-20)\mathrm{e}^{-0,5x}$ est une primitive de f sur ce même intervalle.
3. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$; on donnera la valeur arrondie à 0,01 près.

PARTIE B : Applications économiques

La fonction de demande d'un produit informatique est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A. Le nombre $f(x)$ représente la quantité demandée, exprimée en milliers d'objets, lorsque le prix unitaire est égal à x centaines d'euros.

1. Calculer le nombre d'objets demandés, à l'unité près, lorsque le prix unitaire est fixé à 200 euros.
2. En utilisant les résultats de la partie A, déterminer la demande moyenne à 10 objets près, lorsque le prix unitaire est compris entre 200 et 400 euros.

3. L'élasticité $E(x)$ de la demande par rapport au prix x est le pourcentage de variation de la demande pour une augmentation de 1 % de x. On admet qu'une bonne approximation de $E(x)$ est donnée par :

$$E(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \times x$$

a) Démontrer que $E(x) = \dfrac{-0{,}5x^2 - 3x}{x+8}$.

b) Déterminer le signe de $E(x)$ sur $[0;+\infty[$ et interpréter ce résultat.

c) Calculer le prix pour lequel l'élasticité est égale à $-3{,}5$. Comment évolue la demande lorsque le prix passe de 800 à 808 euros ?

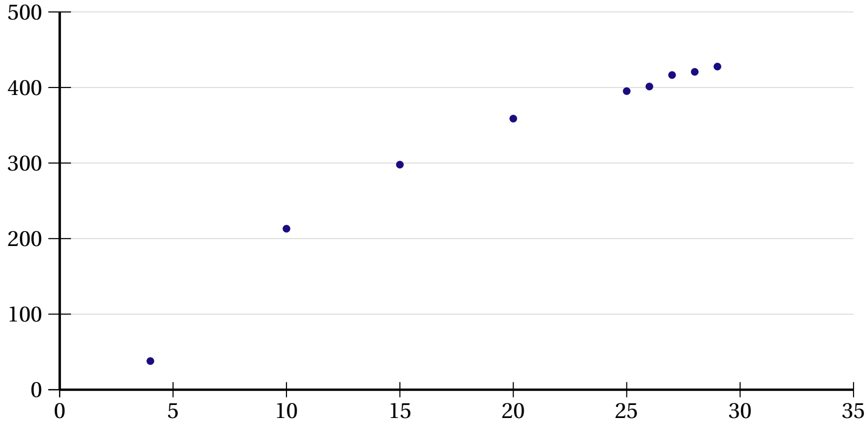
EXERCICE 4 (4 points) *commun à tous les candidats*

Le tableau ci-dessous donne la production d'électricité d'origine nucléaire en France, exprimée en milliards de kWh, entre 1979 et 2004. Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 1975.

Année	1979	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année x_i	4	10	15	20	25	26	27	28	29
Production y_i	37,9	213,1	297,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

Source : site Internet ministère de l'industrie

Ces données sont représentées par le nuage de points ci-dessous :



A - Recherche d'un ajustement affine

1. Donner à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au dixième*).
2. a) D'après cet ajustement, quelle serait la production d'électricité nucléaire en France en 2005 ?

   b) En réalité, en 2005, la production d'électricité nucléaire a été de 430 milliards de kWh. Calculer le pourcentage de l'erreur commise par rapport à la valeur réelle, arrondi à 0,1 % près, lorsqu'on utilise la valeur fournie par l'ajustement affine.

B - Un autre modèle

Compte tenu de l'allure du nuage de points, on choisit un ajustement logarithmique et on modélise la production d'électricité nucléaire par la fonction f définie pour tout x de $[4;+\infty[$ par $f(x) = 197\ln x - 237$.

1. Calculer la production d'électricité nucléaire prévisible avec ce modèle pour l'année 2005. Quelle conclusion peut-on en tirer ?
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq 460$.

   b) Avec ce modèle, en quelle année peut-on prévoir que la production d'énergie nucléaire dépassera 460 milliards de kWh ?

NOUVELLE CALÉDONIE 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Soit g une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $]-\infty;-5[\,\cup\,]-5\,;\,+\infty[$.
On appelle $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de g dans un repère donné du plan.
On donne ci-dessous le tableau de variations de g :

x	$-\infty$		-5		-1		4		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↗	5	↘	1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chacune des huit affirmations ci-dessous, indiquer sur votre copie :

VRAI ou **FAUX** ou **LES INFORMATIONS DONNÉES NE PERMETTENT PAS DE RÉPONDRE.**

Aucune justification n'est demandée.

Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*
Si le total des points est négatif la note globale attribuée à l'exercice est 0

1. Pour tout réel $x \in]-1;+\infty[$, $g(x) \leq 5$.
2. Pour tout réel $x \in]-5;4]$, $g'(x) \geq 0$ (g' désigne la fonction dérivée de g).
3. La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ en $+\infty$.
4. La courbe $(\mathscr{C})$ admet une droite asymptote en $-\infty$.
5. On appelle f la fonction définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par $f(x) = \ln[g(x)]$ où ln désigne la fonction logarithme népérien :
   a) Pour tout réel $x \in [4;+\infty[$, $f(x) \geq 0$;
   b) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[4;+\infty[$;
   c) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$;
   d) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x) = -\infty$.

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la facture de gaz (en milliers d'euros) d'une entreprise pour les années 2000 à 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant y_i (en milliers d'euros) de la facture de gaz	105	112	116	120	124	131	139	148

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ de cette série statistique dans un plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 milliers d'euros sur l'axe des ordonnées en commençant à 50 milliers).

2. On utilise un ajustement affine comme premier modèle.
   a) Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite (D) de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Pour chacun des coefficients, donner la valeur décimale arrondie au dixième.
   b) Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce modèle pour l'année 2012.
3. Déterminer le pourcentage annuel moyen d'augmentation de cette facture entre 2000 et 2007 (arrondir à l'unité).
4. On envisage un second modèle pour prévoir l'évolution de cette facture ; on considère qu'à partir de 2007, la facture augmentera de 5 % chaque année.
   Pour tout entier naturel n, on appelle u_n le montant (en milliers d'euros) de la facture de gaz obtenu avec ce second modèle pour l'année $2007+n$. Ainsi, $u_0 = 148$.
   a) Calculer u_1.
   b) Justifier que (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05.
   c) Exprimer u_n en fonction de n.
   d) Calculer le montant (arrondi au millier d'euros près) de la facture de gaz obtenue avec ce second modèle pour l'année 2012.

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Deux joueurs Roger et Raphaël disputent un match de tennis.
Dans cet exercice, on s'intéresse aux points gagnés par Roger lorsqu'il sert (c'est-à-dire lorsqu'il effectue la mise en jeu).

À chaque point disputé, Roger dispose de deux essais pour son service. S'il rate ces deux essais, il perd le point (on parle de double faute).

Roger s'apprête à servir. On note :

A l'évènement « Roger réussit son premier service »,

B l'évènement « Roger réussit son second service »,

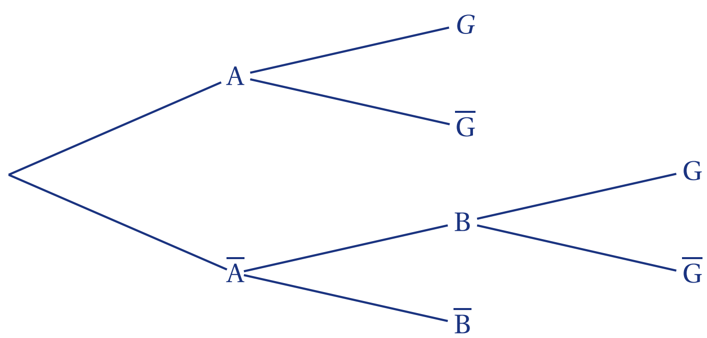
G l'évènement « Roger gagne le point ».

On note respectivement $\overline{\text{A}}$, $\overline{\text{B}}$ et $\overline{\text{G}}$ les évènements contraires respectifs des événements A, B et G.
Une étude sur les précédents matchs de Roger a permis d'établir que, lorsque Roger sert :

— il réussit dans 75 % des cas son premier essai et lorsque ce premier service est réussi, il gagne le point dans 92 % des cas.

— s'il ne réussit pas son premier essai, il réussit le second dans 96 % des cas et lorsque ce second service est réussi, il gagne le point dans 70 % des cas.

On va décrire la situation précédente par un arbre pondéré :



Les probabilités demandées seront données sous forme décimale arrondie, si nécessaire, au millième.

1. Reproduire l'arbre ci-dessus et le pondérer à l'aide des données du texte.
2. Quelle est la probabilité que Roger fasse une double faute ?
3. Quelle est la probabilité que Roger rate son premier service, réussisse le second et gagne le point ?
4. Montrer que la probabilité que Roger gagne le point est de 0,858.
5. Sachant que Roger a gagné le point joué, quelle est la probabilité qu'il ait réussi son premier service ?
6. Les deux joueurs disputent quatre points de suite (Roger servant à chaque fois). On admet que chaque point joué est indépendant des points joués précédemment. Quelle est la probabilité que Roger ne gagne pas la totalité des quatre points ?

EXERCICE 4 (6 points) *commun à tous les candidats*

Dans une entreprise, le résultat mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé en vendant x centaines d'objets fabriqués, est modélisé par la fonction B définie et dérivable sur l'intervalle $[1;15]$ par :

$$B(x) = (x-5)\mathrm{e}^{u(x)} + 2 \qquad \text{avec} \qquad u(x) = -0{,}02x^2 + 0{,}2x - 0{,}5.$$

Si $B(x)$ est positif il s'agit d'un bénéfice, s'il est négatif il s'agit d'une perte.

1. On note B' la fonction dérivée de la fonction B et u' la fonction dérivée de la fonction u.
   a) Calculer $u'(x)$ et démontrer que, pour tout x de l'intervalle $[1;15]$, on a :
   $$B'(x) = (-0{,}04x^2 + 0{,}4x)\mathrm{e}^{u(x)}.$$
   b) Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[1;15]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction B.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Déterminer le nombre minimum d'objets que l'entreprise doit vendre pour réaliser un bénéfice.
   Pour quel nombre d'objets ce bénéfice est-il maximal ? Et quel est alors ce bénéfice maximal (arrondi à l'euro près) ?
3. La valeur moyenne m d'une fonction f qui admet des primitives sur un intervalle $[a;b]$ avec $a < b$ est :
   $$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$$
   a) Vérifier que $B(x) = -25 \times u'(x)\mathrm{e}^{u(x)} + 2$.
   b) En déduire l'arrondi au millième de la valeur moyenne de B sur $[1;15]$.
   c) Interpréter ce résultat pour l'entreprise.

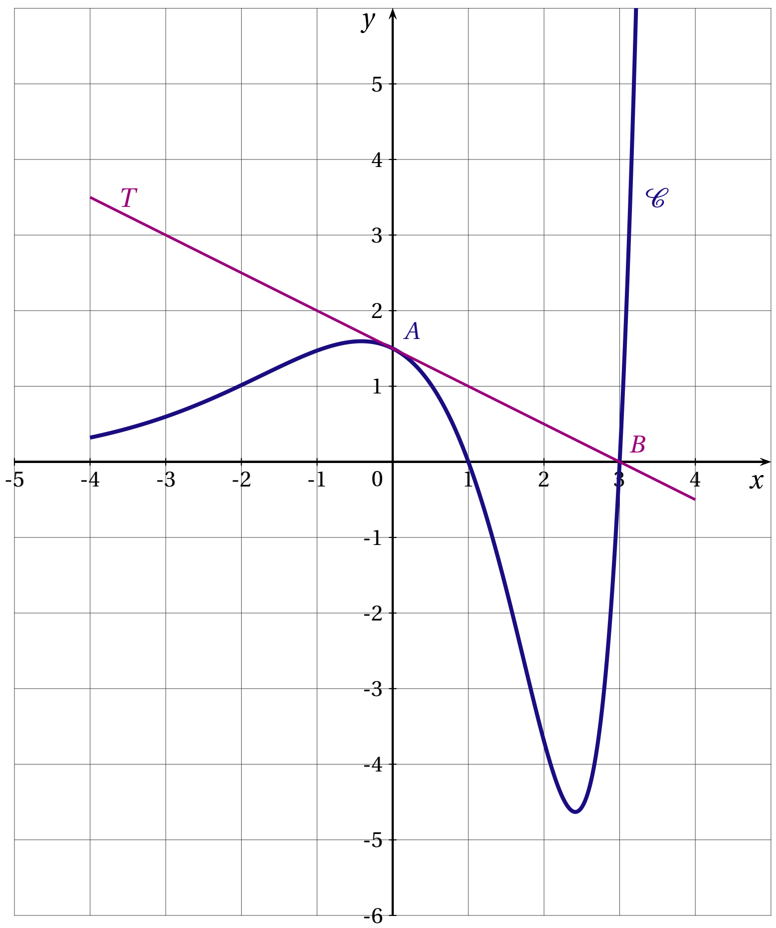
NOUVELLE CALÉDONIE DEUXIÈME SESSION 2008

EXERCICE 1 (5 points) *commun à tous les candidats*

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Barème : une réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous est une partie de la courbe représentative, dans un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I = [-4;4]$. La droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point $A(0;1,5)$ passe par le point $B(3;0)$. On note f' la fonction dérivée de f.



1. $f'(0)$ est égal à :

   RÉPONSE A : 1,5 RÉPONSE B : $-0,5$ RÉPONSE C : 0,5

2. $f'(x) \leq 0$ si x appartient à l'intervalle :

   RÉPONSE A : $[-4;-1]$ RÉPONSE B : $[1;3]$ RÉPONSE C : $[0;1]$

3. $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ est un nombre de l'intervalle :

   RÉPONSE A : $[0;2]$ RÉPONSE B : $[2;4]$ RÉPONSE C : $[4;6]$

4. L'équation $\ln[f(x)] = 0$ a exactement :

   RÉPONSE A : 1 solution RÉPONSE B : 2 solutions RÉPONSE C : 3 solutions

5. Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[-4\,;\,1[$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$. La fonction g est croissante sur l'intervalle :

   RÉPONSE A : $[-3;-1]$ RÉPONSE B : $[-2;1[$ RÉPONSE C : $[0\,;\,1[$

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Le tableau ci-dessous donne en euros le montant des remboursements annuels y_i effectués de 2003 à 2007 par un ménage, à la suite de divers emprunts :

Année	2003	2004	2005	2006	2007
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5
y_i	6096	7602	9170	11155	15385

1. Construire le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$, avec i compris entre 1 et 5, associe à cette série statistique. On prendra comme unité graphique 2 cm pour 1 en abscisse et 1 cm pour 1000 euros en ordonnée.
   On commencera les graduations au point de coordonnées $(0; 6000)$.
2. On pose, pour i variant de 1 à 5, $z_i = \ln y_i$.
   a) Calculer z_i en arrondissant les valeurs à 10^{-3} près.
   b) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients obtenus à l'aide de la calculatrice seront arrondis au centième.
   c) En déduire que l'on peut écrire une relation entre y et x sous la forme : $y = \mathrm{A}e^{\mathrm{B}x}$ avec $\mathrm{A} \approx 4817$ et $\mathrm{B} \approx 0{,}22$.
   d) En supposant, que cet ajustement reste valable en 2008, estimer le montant des remboursements annuels de ce ménage en 2008, arrondi à l'euro.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Ce ménage disposait de 50 000 euros de revenu annuel en 2006. On estime que son revenu annuel augmente de 2 % par an.
   La banque alerte ses clients lorsque le montant des remboursements des emprunts dépasse le tiers du montant des revenus.
   En quelle année la banque alertera-t-elle ce ménage ? Justifier.

EXERCICE 3 (5 points) *commun à tous les candidats*

Un club de natation propose à ses adhérents trois types d'activité : la compétition, le loisir ou l'aquagym. Chaque adhérent ne peut pratiquer qu'une seule des trois activités.

30 % des adhérents au club pratiquent la natation en loisir, 20 % des adhérents au club pratiquent l'aquagym et le reste des adhérents pratiquent la natation en compétition.

Cette année, le club propose une journée de rencontre entre tous ses adhérents. 20 % des adhérents de la la section loisir et un quart des adhérents de la section aquagym participent à cette rencontre. 30 % des adhérents de la section compétition ne participent pas à cette rencontre.

On interroge au hasard une personne adhérente à ce club. On considère les évènements suivants :

A « La personne interrogée pratique l'aquagym »,

C « La personne interrogée pratique la natation en compétition »,

L « La personne interrogée pratique la natation en loisir »,

R « La personne interrogée participe à la rencontre » et $\overline{\text{R}}$ son évènement contraire.

1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a) Calculer la probabilité que la personne interrogée pratique la natation en compétition et qu'elle participe à la rencontre.

   b) Le président du club déplore que plus de la moitié des adhérents ne participent pas à la rencontre. Justifier son affirmation par un calcul.
3. On interroge une personne au hasard lors de la rencontre. Calculer la probabilité qu'elle soit dans la section compétition. *Donner une valeur approchée du résultat arrondie à* 10^{-2} *près.*
4. Les tarifs du club pour l'année sont les suivants : l'adhésion à la section compétition est de 100 € et l'adhésion à la section loisir ou à l'aquagym est de 60 €. De plus, une somme de 15 € est demandée aux adhérents qui participent à la rencontre.

   On appelle S la somme annuelle payée par un adhérent de ce club (adhésion et participation éventuelle à la rencontre).

   a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de S :

S_i	60	75	100	115
p_i		0,11		0,35

   b) Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter ce nombre.

EXERCICE 4 (5 points) *commun à tous les candidats*

I . Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 0{,}5x + \mathrm{e}^{-0{,}5x+0{,}4}$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
2. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ et vérifier que f admet un minimum en 0,8.

II . Application économique

Une entreprise fabrique des objets. $f(x)$ est le coût total de fabrication, en milliers d'euros, de x centaines d'objets. Chaque objet fabriqué est vendu 6 €.

1. Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût total de fabrication soit minimum ?
2. Le résultat (recette moins coûts), en milliers d'euros, obtenu par la vente de x centaines d'objet est : $R(x) = 0{,}1x - \mathrm{e}^{-0{,}5x+0{,}4}$.

   a) Étudier les variations de R sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

   b) Montrer que l'équation $R(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.

   c) En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise un bénéfice sur la vente des objets.

POLYNÉSIE 2008

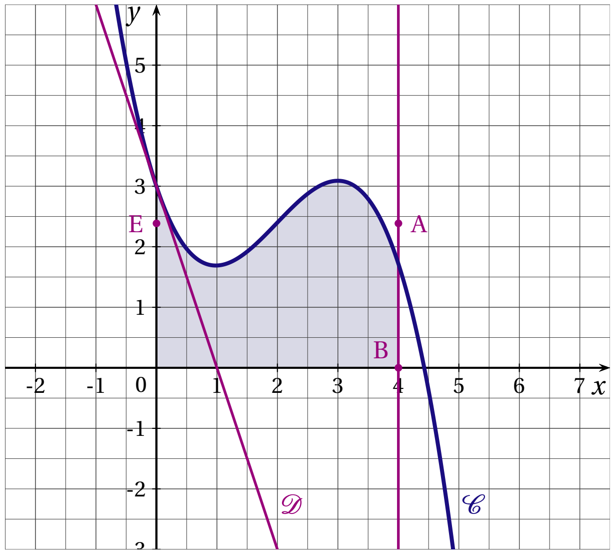
EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Le plan est muni d'un repère orthonormal.

Soient f une fonction définie et dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels et $\mathscr{C}$ sa courbe tracée ci-contre.

La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

On appelle B, A et E les points de coordonnées respectives $(4;0)$, $\left(4;\dfrac{179}{75}\right)$ et $\left(0;\dfrac{179}{75}\right)$.
Ces trois points n'appartiennent pas à la courbe $\mathscr{C}$.



Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, trois réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. L'ordonnée à l'origine de la droite $\mathscr{D}$ est égale à :
   - 0
   - 1
   - 3
2. Le nombre dérivé $f'(0)$ est égal à :
   - $\dfrac{-1}{3}$
   - 5
   - -3
3. Sachant que l'aire grisée sur la figure est égale à l'aire du rectangle OBAE, la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$ est :
   - $\dfrac{179}{75}$
   - $\dfrac{716}{75}$
   - $-\dfrac{179}{75}$
4. Sur l'intervalle $[0;4]$, l'équation $f'(x)=0$:
   - possède deux solutions distinctes.
   - ne possède pas de solution.
   - possède une unique solution.

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Un site internet offre la possibilité à des particuliers de vendre des objets aux enchères. Pour chaque objet, la durée des enchères dure une semaine. Si une annonce reçoit une enchère, alors la vente de l'objet est obligatoire à la fin des enchères et ce, même si le vendeur juge le prix de vente trop peu élevé.
Sur ce site, une étude statistique a montré que :

— $\frac{3}{5}$ des annonces reçoivent une première enchère le lendemain de leur parution ; dans ce cas, 75% des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final ;

— $\frac{1}{3}$ des annonces reçoivent une première enchère au bout de trois jours et, dans ce cas, 57% des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final de leur objet ;

— Les autres annonces ne reçoivent aucune enchère et le vendeur retire alors son objet de la vente.

On choisit au hasard une annonce mise en ligne sur le site. On note :

L : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère le lendemain de sa parution » ;

T : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère au bout de trois jours » ;

A : l'évènement « l'annonce ne reçoit aucune enchère » ;

S : l'évènement « le vendeur est satisfait du prix de vente final de son objet » et $\overline{S}$ son évènement contraire.

1. Traduire la situation par un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité que l'annonce ait reçu une première enchère le lendemain de sa parution et que le vendeur soit satisfait du prix de vente final.
3. Démontrer que la probabilité que le vendeur soit satisfait du prix de vente de son objet est 0,64.
4. Un objet est vendu à un prix qui satisfait son vendeur. Quelle est la probabilité que cet objet ait reçu une première enchère dès le lendemain de la parution de l'annonce (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au centième*) ?
5. Marc a mis en vente le même jour trois jeux vidéo identiques sur ce site. On suppose que les déroulements de ces enchères sont indépendants les uns des autres. Calculer la probabilité qu'à la fin des enchères, Marc soit satisfait du prix de vente final d'au moins deux de ces jeux vidéo (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au centième*).

EXERCICE 3 (4 points) *commun à tous les candidats*

Le tableau ci-dessous présente l'évolution de l'indice des prix des logements anciens en Ile de France entre 2000 et 2006 (base 100 en 2000).

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6
Indice y_i des prix	100	106,3	114,3	126,1	143,6	166,3	181,5

(Source : INSEE)

On cherche à étudier l'évolution de l'indice des prix y en fonction du rang x de l'année.

1. Calculer le taux d'évolution de cet indice entre 2000 et 2006.
2. Représenter le nuage de points associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unités graphiques :
   — sur l'axe des abscisses, 2 cm pour un an ;
   — sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 10 (en plaçant 100 à l'origine).

L'allure de ce nuage suggère un ajustement exponentiel. On pose $z = \ln y$.

3. Recopier et compléter le tableau suivant (*les valeurs de z_i seront arrondies au millième*) :

Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$	4,605						

4. *Dans cette question les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.*

   a) Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

   b) En déduire une approximation de l'indice des prix y en fonction du rang x de l'année.

5. On prend l'approximation $y \approx 96\mathrm{e}^{0,104x}$ et on suppose qu'elle reste valable pour les années suivantes.

   a) Déterminer le plus petit entier n tel que $96\mathrm{e}^{0,104x} \geqslant 250$.

   b) Donner une interprétation du résultat obtenu.

EXERCICE 4 (7 points) *commun à tous les candidats*

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0 : +\infty[$ par : $g(x) = \ln x + 2x^2 - 3$.
   Le tableau de variation de la fonction g est donné ci-dessous :

x	0		α		$-\infty$
g	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

   En utilisant une calculatrice on a obtenu $\alpha \approx 1,19$.
   Dresser le tableau donnant le signe de la fonction g sur l'intervalle $]0 : +\infty[$.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 : +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2}{x} - \dfrac{\ln x}{x} + 2x - 5$.
   On note C_f la courbe représentative de la fonction f dans le repère $\left(\mathrm{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

   a) Déterminer la limite de la fonction f en 0.

   b) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a) Calculer $f'(x)$ et montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0 : +\infty[$, on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.

   b) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0 : +\infty[$ et dresser son tableau de variations.

   c) Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x supérieur ou égal à e.
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

4. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]0 : +\infty[$ par $h(x) = (\ln x)^2$.

   a) Calculer la dérivée h' de h.

   b) En remarquant que pour tout x de l'intervalle $]0 : +\infty[$, on a : $f(x) = \dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{2}h'(x) + 2x - 5$, trouver une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0 : +\infty[$.

   c) Déterminer l'aire en unités d'aire de la partie du plan délimité par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \mathrm{e}$ et $x = \mathrm{e}^2$ (*On donnera la valeur exacte, puis une valeur décimale arrondie au dixième*).

POLYNÉSIE SEPTEMBRE 2008

EXERCICE 1 (3 points) *commun à tous les candidats*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des six questions, trois réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. $\mathrm{e}^{-2\ln 3}$ est égal à :
   - $\dfrac{2}{3}$
   - $\dfrac{1}{9}$
   - 9
2. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\mathrm{e}^{3x} - 1 \geqslant 0$ est l'intervalle :
   - $[0\,;+\infty[$
   - $[1\,;+\infty[$
   - $\left[\dfrac{1}{3}\,;+\infty\right[$
3. Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \ln x + 1$ est :
   - $x \longmapsto x\ln x + x$
   - $x \longmapsto x\ln x$
   - $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$
4. Le prix TTC (toutes taxes comprises) d'un article est 299 €. Sachant que le taux de la TVA est de 19,6 %, son prix HT (hors taxes) est :
   - 240,40 €
   - 250 €
   - 279,40 €
5. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B tels que $P(\mathrm{A}) = 0{,}6$ et $P(\mathrm{B}) = 0{,}2$. On a alors :
   - $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}8$
   - $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}68$
   - $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0{,}92$
6. $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique telle que : $U_0 = 2$ et $U_8 = 32$. Sa raison est égale à :
   - $\sqrt{2}$
   - 2
   - 4

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

On considère un groupe de 2000 lecteurs, tous abonnés à une des revues la *Drosera*, *l'Iguane* ou le *Nénuphar*. Chacun d'eux n'est abonné qu'à une revue et ne lit que celle-là.
Parmi ces abonnés :

— 400 abonnés lisent la *Drosera*, et 20 % des abonnés à la *Drosera* sont des femmes;

— 700 abonnés lisent *l'Iguane* et 30 % des abonnés à *l'Iguane* sont des femmes;

— les autres abonnés lisent le *Nénuphar* et 60 % des abonnés au *Nénuphar* sont des femmes.

On choisit un lecteur au hasard parmi ces abonnés.
On note par D, I, N, F et H les évènements suivants :

D : « l'abonné lit la *Drosera* »;

I : « l'abonné lit *l'Iguane* »;

N : « l'abonné lit le *Nénuphar* »;

F : « l'abonné est une femme »;

H : « l'abonné est un homme ».

1. Traduire les données de l'exercice à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. a) Calculer la probabilité que l'abonné soit une femme lisant la *Drosera*.

   b) Calculer la probabilité que l'abonné soit une femme lisant *l'Iguane*.

   c) Démontrer que la probabilité que l'abonné soit une femme est égale à 0,415.
3. Sachant que l'abonné choisi est une femme, calculer la probabilité qu'il soit lecteur de la *Drosera* (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième*).
4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois abonnés.

   Quelle est la probabilité qu'aucun des abonnés ne soit une femme lectrice du *Nénuphar* (*le résultat sera donné sous forme décimale, arrondi au millième*) ?

EXERCICE 3 (6 points) *commun à tous les candidats*

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = \text{e}^{x-1} + x - 1$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

PARTIE A

1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$. *On donnera les valeurs exactes.*
2. a) Calculer la limite de f en $-\infty$.

   b) Montrer que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à la courbe $\mathscr{C}$.
3. Calculer la limite de f en $+\infty$.

PARTIE B

1. a) On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$ pour tout x réel et étudier son signe sur $\mathbb{R}$.

   b) Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. a) Montrer que sur l'intervalle $[0; 1]$ l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α.

   b) Donner une valeur, arrondie au centième, de α.

   c) Préciser le signe de $f(x)$ selon les valeurs du réel x.
3. Tracer la droite $\mathscr{D}$ et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\text{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

PARTIE C

1. Déterminer une primitive F de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\text{d}x$.

   Donner la valeur exacte de I, puis une valeur décimale arrondie au centième.

   Donner une interprétation graphique de cette intégrale.

EXERCICE 4 (6 points) *commun à tous les candidats*

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de l'Inde de 1951 à 1991.

année	1951	1961	1971	1981	1991
Rang x_i	1	2	3	4	5
Population y_i (en millions)	361	439	548	683	846
z_i					

On cherche à étudier l'évolution de la population y exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année.

1. Représenter graphiquement le nuage de points $\left(x_i; y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unités graphiques 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 millions sur l'axe des ordonnées.
2. a) À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.

   b) En utilisant cet ajustement, déterminer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001, c'est-à-dire pour $x = 6$ (*le résultat sera arrondi au million*).
3. On cherche un autre ajustement et on se propose d'utiliser le changement de variable suivant : $z = \ln y$.

   a) Recopier le tableau ci-dessus et compléter la dernière ligne (*les valeurs seront arrondies au millième*).

   b) À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de z en fonction de x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

   c) En déduire qu'une approximation de la population y, exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année est donnée par : $y \approx 289\mathrm{e}^{0,215x}$.

   d) En utilisant cet ajustement, calculer la population que l'on pouvait prévoir pour 2001(*le résultat sera arrondi au million*).
4. Les résultats obtenus en 2001 ont révélé que la population comptait 1027 millions d'habitants.

   Déterminer une estimation de la population, arrondie au million d'habitants, en 2011 en choisissant le modèle qui semble le plus approprié. Justifier ce choix.

PONDICHÉRY 2008

EXERCICE 1 (4 points) *commun à tous les candidats*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions, quatre réponses sont proposées; une seule de ces réponses convient.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

Barème : une bonne réponse rapporte 1 *point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

1. Le prix d'un produit dérivé du pétrole a augmenté de 60 % durant l'année 2005. Pour revenir à sa valeur initiale, ce prix doit baisser de
   - 70 %.
   - 60 %.
   - 40 %.
   - 37,5 %.
2. Lors d'une expérience aléatoire, on considère deux évènements indépendants A et B qui vérifient $P(A) = 0{,}3$ et $P(B) = 0{,}5$. On a alors :
   - $P(A \cup B) = 0{,}65$.
   - $P(A \cup B) = 0{,}8$.
   - $P(A \cup B) = 0{,}15$.
   - Les données ne permettent pas de calculer $P(A \cup B)$.
3. f est la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x}$.
   La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote la droite d'équation :
   - $y = 0$.
   - $y = 2x - 1$.
   - $x = 2$
   - $y = -x + 1$.
4. Le nombre $A = 2\ln\left(\dfrac{\text{e}}{4}\right) + 5\ln 2 + \ln\left(\dfrac{8}{\text{e}}\right)$ est égal à :
   - $1 + 4\ln 2$.
   - $4\ln 2 + 3$.
   - $2\ln 5 + 1$.
   - $8\ln 2$.

EXERCICE 2 (5 points) *candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Une agence de voyages propose exclusivement trois destinations : la destination A, la destination G et la destination M.

— 50 % des clients choisissent la destination A;

— 30 % des clients choisissent la destination G;

— 20 % des clients choisissent la destination M.

Au retour de leur voyage, tous les clients de l'agence répondent à une enquête de satisfaction.
Le dépouillement des réponses à ce questionnaire permet de dire que 90 % des clients ayant choisi la destination M sont satisfaits, de même que 80 % des clients ayant choisi la destination G.
On prélève au hasard un questionnaire dans la pile des questionnaires recueillis.
On note les évènements :

A : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination A » ;

G : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination G » ;

M : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination M » ;

S : « le questionnaire est celui d'un client satisfait » ;

$\overline{S}$ « le questionnaire est celui d'un client insatisfait ».

1. Traduire les données de l'énoncé sur un arbre de probabilité.
2. a) Traduire par une phrase les évènements $G \cap S$ et $M \cap S$ puis calculer les probabilités $P(G \cap S)$ et $P(M \cap S)$.
   b) L'enquête montre que 72 % des clients de l'agence sont satisfaits. En utilisant la formule des probabilités totales, calculer $P(A \cap S)$.
   c) En déduire $P_A(S)$, probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A est réalisé.
3. Le questionnaire prélevé est celui d'un client qui est satisfait.
   Le client a omis de préciser quelle destination il avait choisie.
   Déterminer la probabilité qu'il ait choisi la destination G (*on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible*).
4. On prélève successivement au hasard trois questionnaires dans la pile d'enquêtes. On suppose que le nombre de questionnaires est suffisamment élevé pour considérer que les tirages successifs sont indépendants.
   Calculer la probabilité de l'évènement : « les trois questionnaires sont ceux de clients insatisfaits » (*on donnera le résultat arrondi au millième*).

EXERCICE 3 (4 points) *commun à tous les candidats*

Un centre d'appel comptait en 2001 soixante-six employés. Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre d'employés en fonction du rang de l'année.

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'employés y_i	66	104	130	207	290	345	428

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'employés en fonction du rang x de l'année.
Une étude graphique montre qu'un ajustement affine ne convient pas.

On pose alors $z = \sqrt{y} - 3$.

1. Recopier et compléter le tableau suivant (*on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis au centième*).

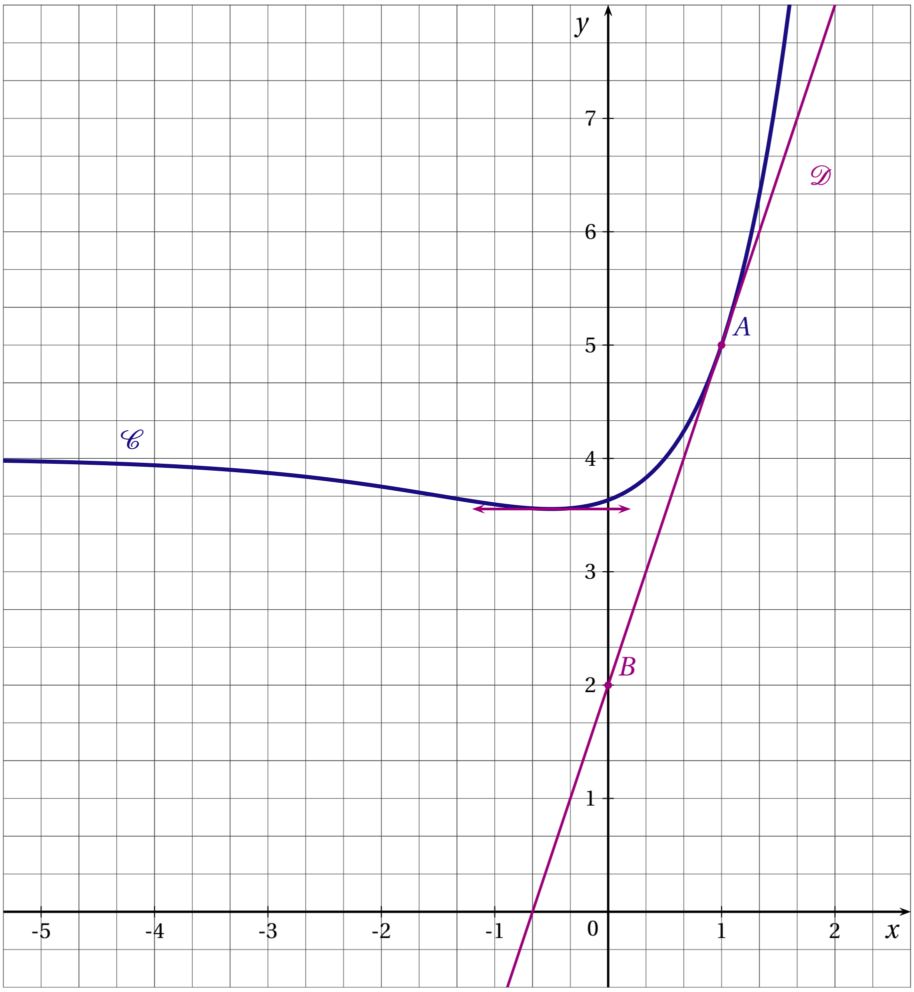
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7
z_i	5,12						

2. Représenter le nuage de points $M_i(x_i\ ;\ z_i)$ associé à cette série statistique, dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.
   Un ajustement affine vous paraît-il approprié ? Justifier la réponse.
3. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de z en x par la méthode des moindres carrés (*on donnera les coefficients sous forme décimale, arrondis au centième*).
   Tracer cette droite sur le graphique précédent.
4. En utilisant cet ajustement, à partir de quelle année peut-on prévoir que l'effectif de ce centre d'appel dépassera 900 employés ?

EXERCICE 4 (7 points) *commun à tous les candidats*

Les trois parties sont indépendantes

On considère la fonction f définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par $f(x) = (ax+b)e^{x-1} + c$, où a, b et c sont trois réels que l'on se propose de déterminer dans la partie A.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}$ représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal est représentée ci-dessous.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point $A(1;5)$, elle admet la droite $\mathscr{D}$ comme tangente en ce point.
Le point $B(0;2)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$.
La courbe $\mathscr{C}$ admet également une tangente horizontale au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.



PARTIE A

1. a) Préciser les valeurs de $f(1)$ et $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

   b) Déterminer le coefficient directeur de la droite $\mathscr{D}$. En déduire $f'(1)$.

2. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = (ax+a+b)e^{x-1}$.

3. Montrer que a, b et c vérifient le système : $\begin{cases} a+b+c & = & 5 \\ a+2b & = & 0 \\ 2a+b & = & 3 \end{cases}$.

   Déterminer les valeurs de a, b et c.

PARTIE B

On admet pour la suite de l'exercice que, pour tout réel x, $f(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{x-1} + 4$.

1. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   b) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{2}{\mathrm{e}}x\mathrm{e}^{x} - \dfrac{1}{\mathrm{e}}\mathrm{e}^{x} + 4$.
   En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (on rappelle que $\lim\limits_{x\to-\infty} x\mathrm{e}^{x} = 0$).
   Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

2. a) Donner, pour tout réel x, l'expression de $f'(x)$.

   b) Établir le tableau de variations de f.
   Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x.

   c) Montrer que l'équation $f(x) = 6$ admet une unique solution réelle α sur l'intervalle $[1;2]$. On donnera un encadrement de α d'amplitude 0,1.
   Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

PARTIE C

1. On considère la fonction F définie pour tout réel x par $F(x) = (2x-3)\mathrm{e}^{x-1} + 4x$.
   Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. Soit Δ la partie du plan située entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
   Calculer l'aire de la partie Δ exprimée en unités d'aire ; on donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au dixième.

BACCALAURÉAT 2008

SÉRIE ES OBLIGATOIRE : INDEX THÉMATIQUE