# BAC 2009

## ANNALES D'EXERCICES REGROUPÉS PAR THÈME

SÉRIE ES

### OBLIGATOIRE ET SPÉCIALITÉ

---

Ce document, rassemble l'ensemble des exercices, classés par thèmes, des sujets du baccalauréat de la série ES de la session 2009. De par la nature même de l'épreuve, les exercices peuvent recouvrir plusieurs thèmes.

Les exercices sont regroupés sous quatre rubriques :

- Analyse
- Probabilités
- Statistiques
- Spécialité

---

**Les exercices proposés sont établis à partir des sujets mis en ligne par D. Vergès sur le site de L' A.P.M.E.P**

## SOMMAIRE DES EXERCICES DE LA SESSION 2009

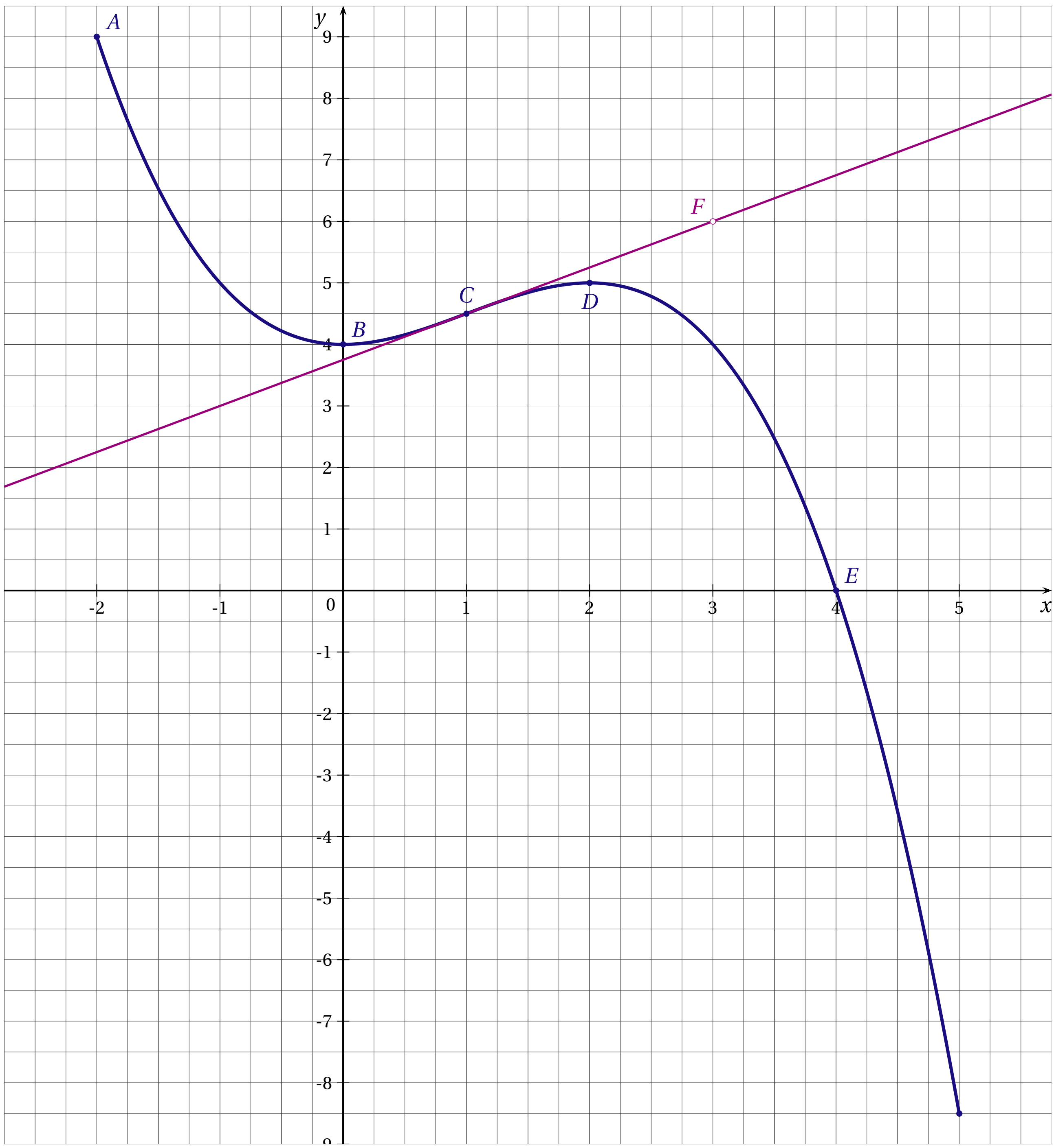
# I ANALYSE, ÉTUDE DE FONCTIONS

## I. 1 LECTURES GRAPHIQUES

### EXERCICE 1

*France Métropolitaine Juin 2009 (2 obligatoire)*

Soit $f$ une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-2;5]$, décroissante sur chacun des intervalles $[-2;0]$ et $[2;5]$ et croissante sur l'intervalle $[0;2]$.
On note $f'$ sa fonction dérivée sur l'intervalle $[-2;5]$.
La courbe $(\Gamma)$ représentative de la fonction $f$ est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.
Elle passe par les points $A(-2;9)$, $B(0;4)$, $C(1;4{,}5)$, $D(2;5)$ et $E(4;0)$.
En chacun des points $B$ et $D$, la tangente à la courbe $(\Gamma)$ est parallèle à l'axe des abscisses.
On note $F$ le point de coordonnées $(3;6)$. La droite $(CF)$ est la tangente à la courbe $(\Gamma)$ au point $C$.

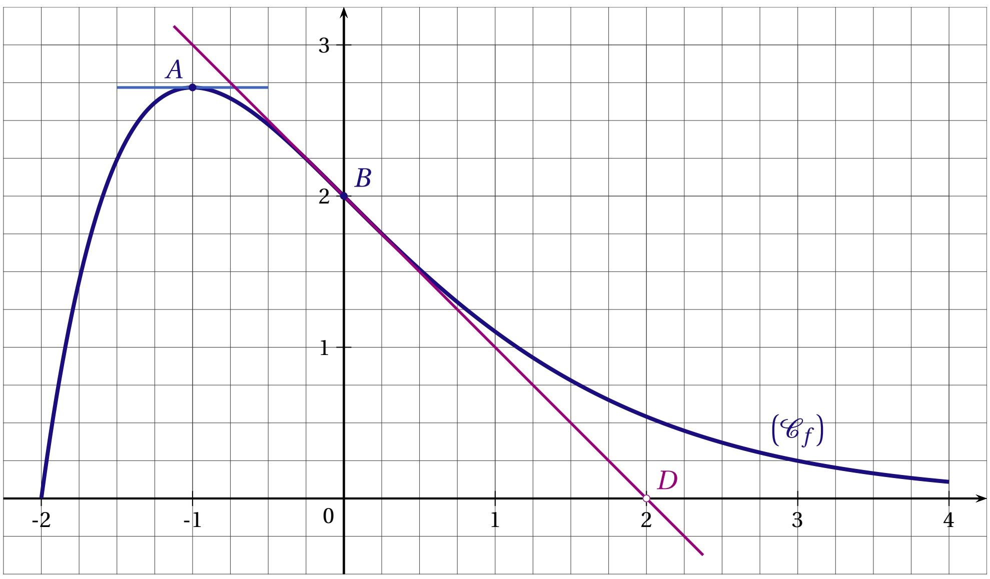


1. À l'aide des informations précédentes et de la figure ci-dessus, préciser sans justifier :
   a) les valeurs de $f(0)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
   b) le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du nombre réel $x$ de l'intervalle $[-2;5]$.
   c) le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel $x$ de l'intervalle $[-2;5]$.
2. On considère la fonction $g$ définie par $g(x) = \ln\left(f(x)\right)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.
   a) Expliquer pourquoi la fonction $g$ est définie sur l'intervalle $[-2;4[$.
   b) Calculer $g(-2)$, $g(0)$ et $g(2)$.
   c) Préciser, en le justifiant, le sens de variations de la fonction $g$ sur l'intervalle $[-2;4[$.
   d) Déterminer la limite de la fonction $g$ lorsque $x$ tend vers 4.
   Interpréter ce résultat pour la représentation graphique de la fonction $g$.
   e) Dresser le tableau de variations de la fonction $g$.

## EXERCICE 2

*France Métropolitaine Septembre 2009 (1)*

On considère une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[-2;4]$.
On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$, tracée ci-dessous, représente la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère orthormal d'unité graphique 2 cm.
On note e le nombre réel tel que $\ln \mathrm{e} = 1$. La courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par les points $B(0;2)$ et $A(-1;\mathrm{e})$.
Elle admet au point $A$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
La tangente $(T)$ à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ passe par le point $D(2:0)$.

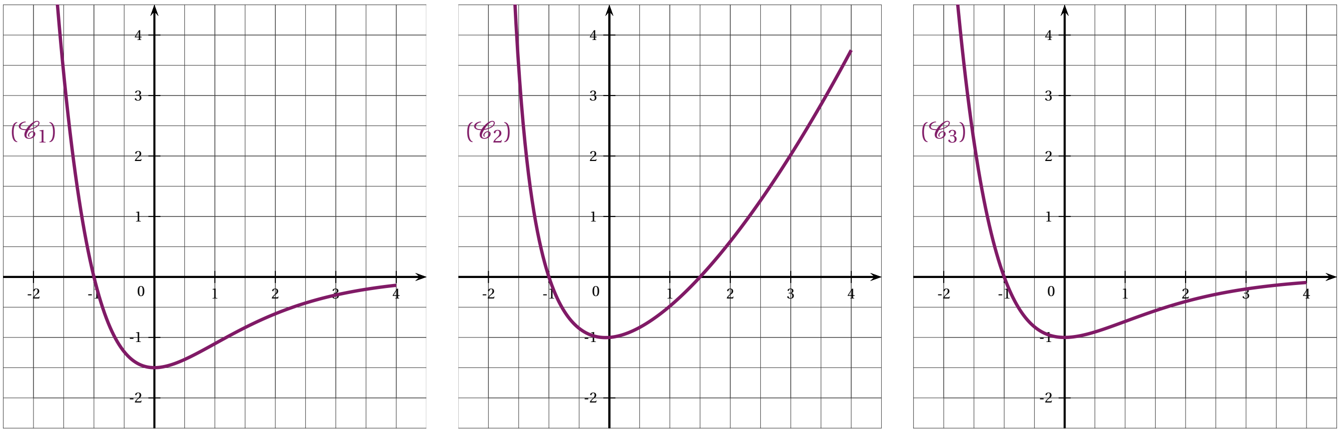



1. En utilisant les données graphiques, donner sans justifier :
   a) le nombre de solutions sur l'intervalle $[-2;4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et un encadrement d'amplitude 0,25 des solutions éventuelles.
   b) la valeur de $f'(-1)$.
   c) le signe de la dérivée $f'$ de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-2;4]$.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Donner en justifiant :

a) le coefficient directeur de la tangente $(T)$.

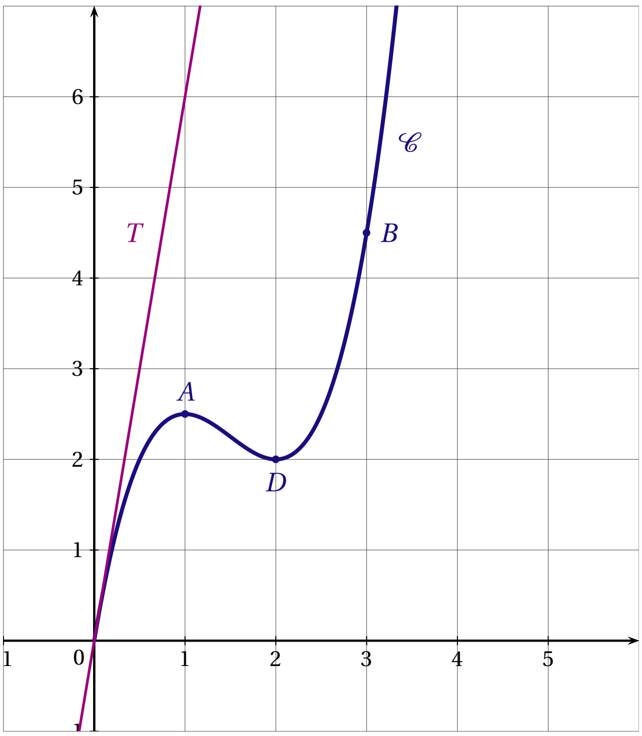
b) l'encadrement par deux entiers naturels consécutifs de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$.

c) celle des trois courbes $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$ et $(\mathscr{C}_3)$ données ci-dessous qui représente la fonction dérivée $f'$ de la fonction $f$.




**EXERCICE 3** *Polynésie Septembre 2009 (4)*

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Le graphique ci-dessous représente une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction $F$ définie et dérivable sur $[0;4]$. On désigne par $f$ la fonction dérivée de $F$ sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par l'origine O du repère et par les points $A\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$, $B\left(3;\dfrac{9}{2}\right)$ et $D(2;2)$.
La courbe $\mathscr{C}$ admet en $A$ et en $D$ une tangente horizontale.
On désigne par $T$, la tangente à $\mathscr{C}$ au point O; cette tangente $T$ passe par le point de coordonnées $(1;6)$.




1. Que représente la fonction $F$ pour la fonction $f$ ?
2. À partir du graphique et des données de l'énoncé, dresser le tableau de variations de $F$ sur $[0;3]$.

3. a) Déterminer graphiquement l'équation réduite de la droite $T$.

   b) En déduire $f(0)$.

4. Indiquer sur quel(s) intervalle(s) la fonction $f$ est positive.

5. Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

6. *Dans cette question, le candidat est invité à porter sur sa copie les étapes de sa démarche même si elle n'aboutit pas.*

   Soit $G$ une autre fonction primitive de $f$ sur $[0;4]$, telle que $G(0) = 1$.
   Calculer $G(3)$.

## I. 2 FONCTION LOGARITHME

### EXERCICE 1

*Amérique du Nord 2009 (4)*

*Les parties A et B sont indépendantes. Le candidat pourra utiliser les résultats préliminaires dans la partie A, même s'il ne les a pas établis.*

#### PRÉLIMINAIRES

On admet les éléments du tableau de signes ci-dessous.

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $\dfrac{6}{x}-6x^2$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Soit $g$ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=6\ln x-2x^3-3$. On désigne par $g'$ la fonction dérivée de $g$.

1. Calculer $g'(x)$.
2. En utilisant 1., déterminer le sens de variation de la fonction $g$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$. On ne demande pas les limites dans cette question.
3. En déduire que $g(x)<0$ pour tout $x\in]0;+\infty[$.

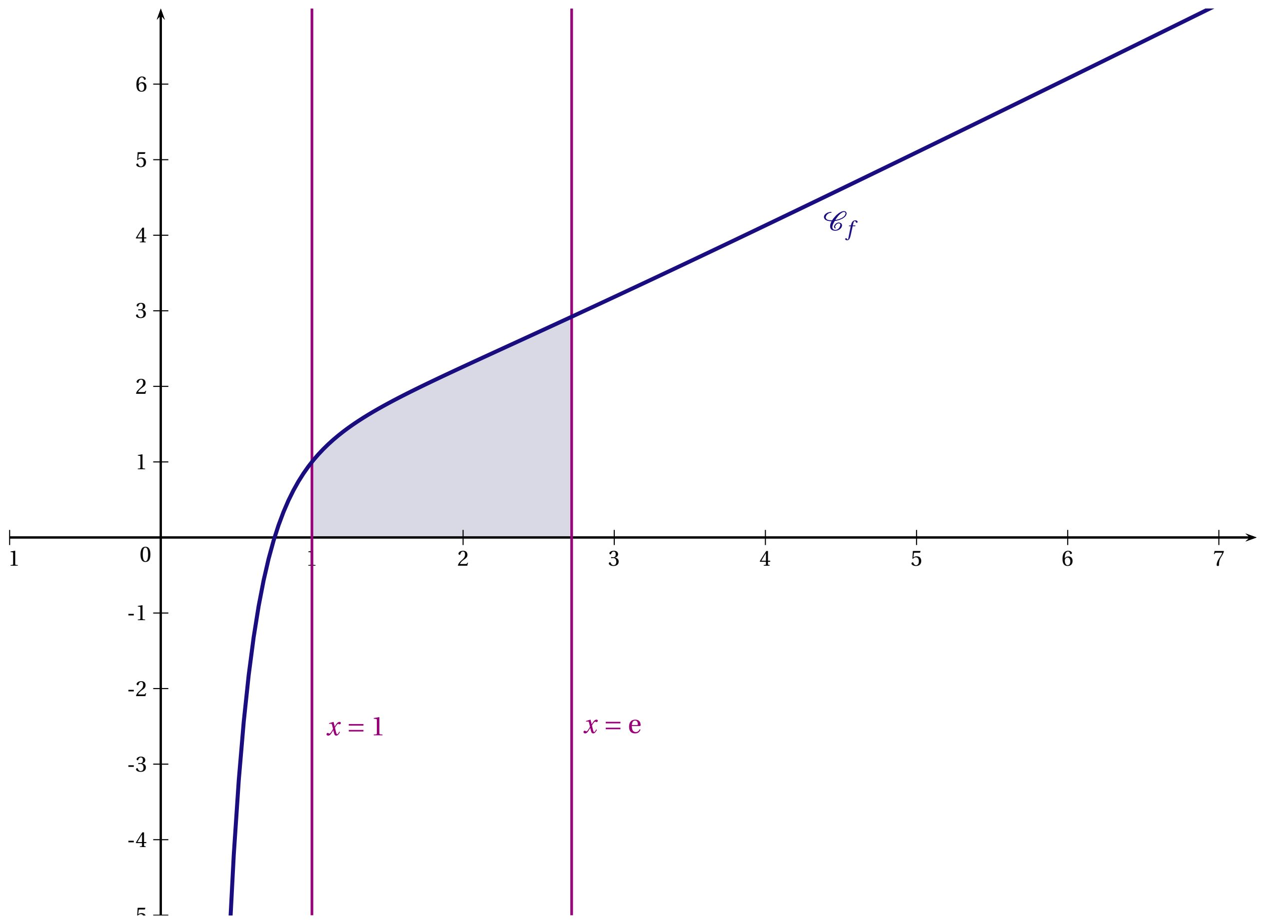
#### PARTIE A

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x)=x+\dfrac{3\ln x}{2x^2}$.

1. Déterminer les limites de $f$ en $+\infty$ et en 0.
2. On désigne par $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
   a) Montrer que, pour tout $x\in]0;+\infty[$, $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{2x^3}$.
   b) En déduire le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

#### PARTIE B

1. On définit la fonction $F$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1+\ln x}{x}$.
   Montrer que la fonction $F$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
2. On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal, la courbe représentative de $f$ notée $\mathscr{C}_f$.
   On a colorié le domaine limité par $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=\mathrm{e}$.
   Donner la valeur exacte, exprimée en unités d'aire, de l'aire de ce domaine, puis une valeur approchée arrondie au centième.




**EXERCICE 2** *Amérique du Sud 2009 (4)*

Soient $f$ et $g$ deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]0;+\infty[$ telles que pour tout réel $x$ de cet intervalle $f(x) = (x-\mathrm{e})(\ln x - 1)$ et $g(x) = \ln x - \dfrac{\mathrm{e}}{x}$.
La courbe représentative de la fonction $g$ dans un repère du plan est donnée en annexe et l'unité graphique est 2 cm .

**PARTIE 1**

1. Démontrer que la fonction $g$ est strictement croissante sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
2. Calculer $g(\mathrm{e})$ et, grâce à la question 1, donner le signe de $g(x)$ pour tout $x$ strictement positif.

**PARTIE 2**

1. Déterminer les limites de la fonction $f$ en 0 et en $+\infty$.
2. On note $f'$ la dérivée de $f$ Démontrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout nombre réel $x$ strictement positif.
3. Établir le tableau des variations de la fonction $f$.
   (*On y fera figurer les limites de la fonction $f$ en* 0 *et en* $+\infty$).
4. Représenter graphiquement la fonction $f$ sur la feuille annexe jointe au sujet.

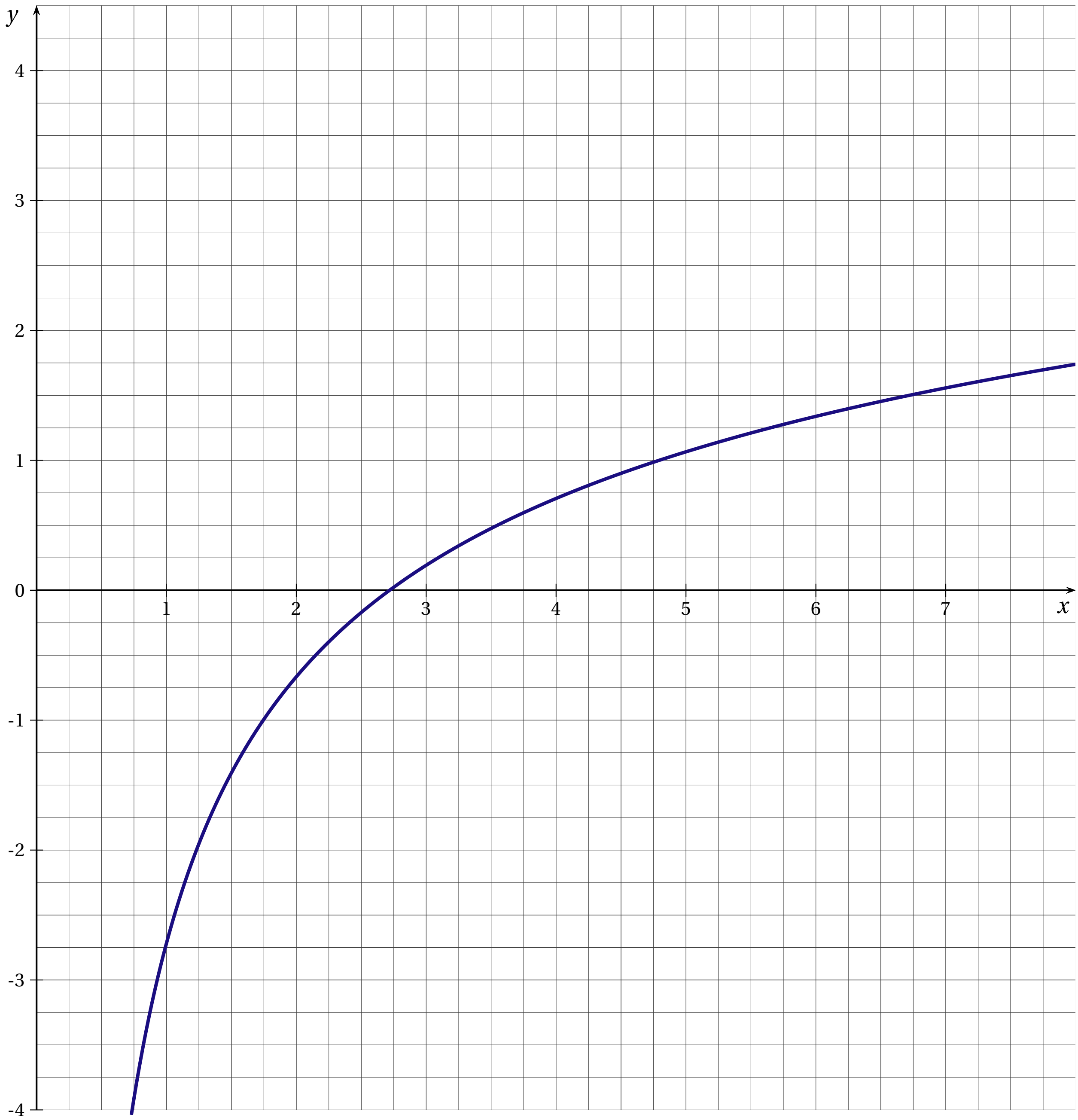
**PARTIE 3**

Soit $F$ la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$ telle que pour tout réel $x$ de cet intervalle :

$$F(x) = \left(\frac{x^2}{2} - \mathrm{e}x\right)\ln x + 2\mathrm{e}x - \frac{3}{4}x^2$$

1. Démontrer que la fonction $F$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
2. On considère le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, les droites d'équations $x=1$ et $x=\mathrm{e}$.
   a) Hachurer ce domaine sur le dessin.
   b) Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   c) En déduire une valeur approchée arrondie au centième de l'aire du domaine exprimée en $\mathrm{cm}^2$.

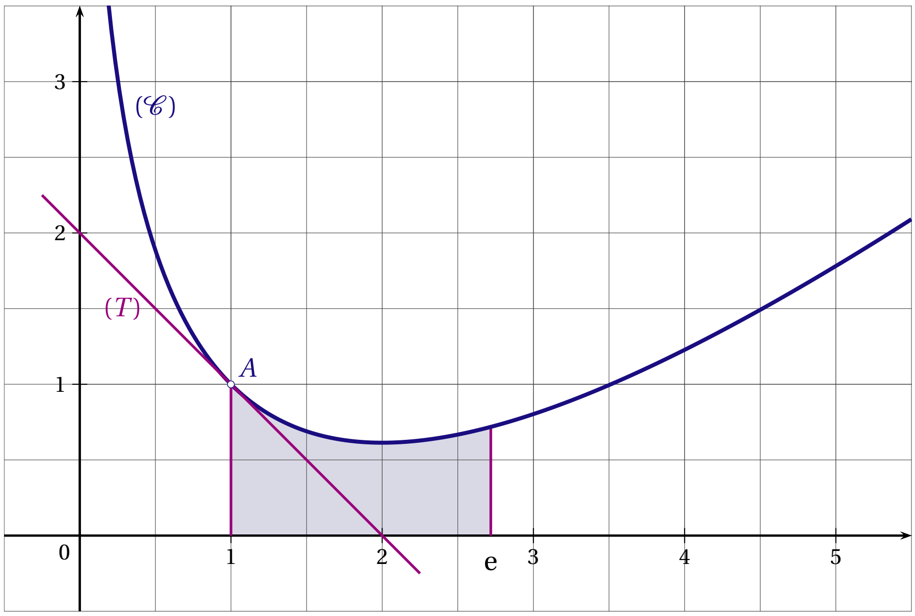
**ANNEXE À COMPLÉTER ET À RENDRE AVEC LA COPIE**



**EXERCICE 3** *Antilles-Guyane 2009 (2)*

*Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.*

On considère la fonction $f$ définie sur $]0;+\infty[$ dont on donne la représentation graphique $(\mathscr{C})$ dans le repère ci-dessous.




On admet que :

— le point $A$ de coordonnées $(1;1)$ appartient à la courbe $(\mathscr{C})$;

— la tangente $(T)$ en $A$ à la courbe $(\mathscr{C})$ passe par le point de coordonnées $(2;0)$;

— la courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 2;

— l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe de la fonction $f$.

**PARTIE A**

1. Donner, par lecture graphique ou en utilisant les données de l'énoncé, les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$, et $f'(2)$, où $f'$ est la fonction dérivée de $f$ sur $]0;+\infty[$.
2. On admet que l'expression de $f$ sur $]0;+\infty[$ est :

$$f(x) = ax + b + c\ln x$$

   où $a$, $b$ et $c$ sont des nombres réels.

   a) Calculer $f'(x)$ en fonction de $x$ et de $a$, $b$ et $c$.

   b) Démontrer que les réels $a$, $b$ et $c$ vérifient le système $\begin{cases} a+b & = & 1 \\ a+c & = & -1 \\ a+\dfrac{c}{2} & = & 0 \end{cases}$

   c) Déduire de la question précédente les valeurs de $a$, $b$ et $c$ puis l'expression de $f(x)$.

**PARTIE B**

Dans cette partie, on admet que la fonction $f$ représentée ci-dessus est définie pour tout réel $x$ appartenant à $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = x - 2\ln x$$

1. Justifier que l'axe des ordonnées est asymptote à la courbe représentative de $f$.

2. a) Calculer la dérivée $g'$ de la fonction $g$ définie pour tout réel $x \in ]0;+\infty[$ par $g(x) = x\ln x - x$.
   b) En déduire une primitive $F$ de la fonction $f$ sur $]0;+\infty[$.
   c) Déterminer la valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine grisé sur le graphique ci-dessus, délimité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.

## EXERCICE 4

*La Réunion 2009 (4)*

La ville de Sirap étudie les flux de sa population et enregistre, chaque année, $y$ centaines de nouveaux résidants et $z$ centaines de résidants quittant la ville.
Le tableau ci-dessous indique les flux pour cinq années :

| Année | 2000 | 2002 | 2004 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 0 | 2 | 4 | 6 | 7 |
| Nouveaux résidants (en centaines) : $y_i$ | 9,71 | 10,95 | 10,83 | 11,95 | 11,99 |
| Départs de résidants (en centaines) : $z_i$ | 9,6 | 11,79 | 12,63 | 12,9 | 13,18 |

### PARTIE A

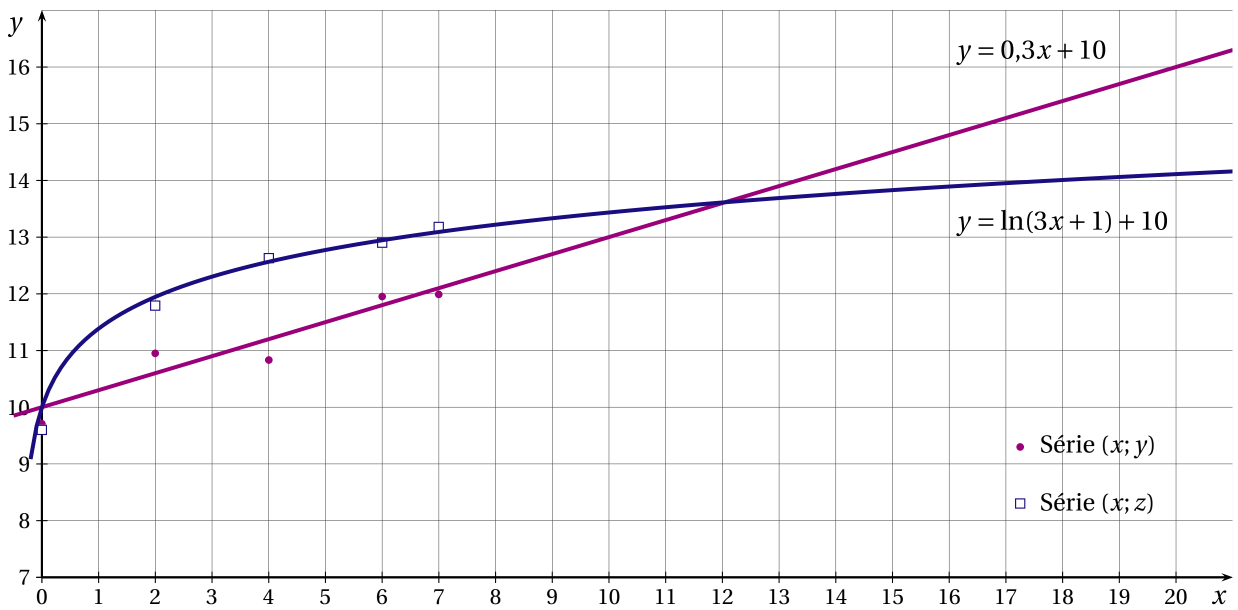
Pour la série statistique $(x_i; y_i)$ donner une équation de la droite d'ajustement $\mathscr{D}$ de $y$ en $x$, obtenue par la méthode des moindre carrés (arrondir les coefficients au centième).

### PARTIE B

Dans toute la suite de l'exercice, on admettra le modèle d'ajustement $y = f(x)$ et $y = g(x)$ avec :

$$f(x) = 0,3x + 10 \quad \text{pour la série } (x_i; y_i) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln(3x+1) + 10 \quad \text{pour la série } (x_i; z_i).$$

Les nuages de points et les courbes représentatives de $f$ et $g$ sont donnés dans la figure ci-dessous :




1. En utilisant ces ajustements :
   a) Calculer à partir de quelle année le nombre de nouveaux résidants dépasserait 1400.
   b) Calculer à partir de quelle année le nombre de départs de résidants dépasserait 1400.

On considère la fonction $d$ définie sur $[0;20]$ par

$$d(x) = g(x) - f(x) = \ln(3x+1) - 0{,}3x.$$

On note $d'$ la dérivée de $d$.

2. Calculer $d'(x)$ et en donner une écriture sous forme d'un quotient. Étudier son signe et construire le tableau de variations de la fonction $d$.
3. Montrer que l'équation $d(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ dans l'intervalle $[3;20]$.
   À l'aide d'une calculatrice, donner un encadrement de $\alpha$ par deux entiers consécutifs.
4. En considérant ces ajustements et en tenant compte uniquement des départs et des arrivées de résidants :
   a) En quelle année la ville de Sirap enregistre la plus grande baisse de sa population ?
   Estimer alors cette baisse.
   b) À partir de quelle année la ville de Sirap peut-elle prévoir une augmentation de sa population ?

## EXERCICE 5 *Nouvelle Calédonie 2009 (4)*

**PARTIE I :** ÉTUDE D'UNE FONCTION

On considère la fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$ telle que pour tout réel $x$ de cet intervalle $f(x) = 5(1-\ln x)(\ln x - 2)$ et dont la représentation graphique est donnée en annexe 2.

1. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. Les valeurs exactes sont demandées.
2. a) Déterminer le signe de l'expression $5(1-X)(X-2)$ suivant les valeurs du réel $X$.
   b) En déduire que le signe de $f(x)$ est donné pour tout réel de l'intervalle $]0;+\infty[$ par le tableau suivant :

| $x$ | $0$ | | $\mathrm{e}$ | | $\mathrm{e}^2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f(x)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

3. a) On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
   Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{5(3-2\ln x)}{x}$ pour tout $x$ de l'intervalle $]0;+\infty[$.
   b) En déduire les variations de $f$. On précisera la valeur exacte du maximum de $f$ et la valeur exacte de $x$ pour laquelle il est atteint.
4. Calculer les limites de la fonction $f$ en 0 et en $+\infty$.
5. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ puis donner une valeur approchée arrondie à 0,01 près de ces solutions.

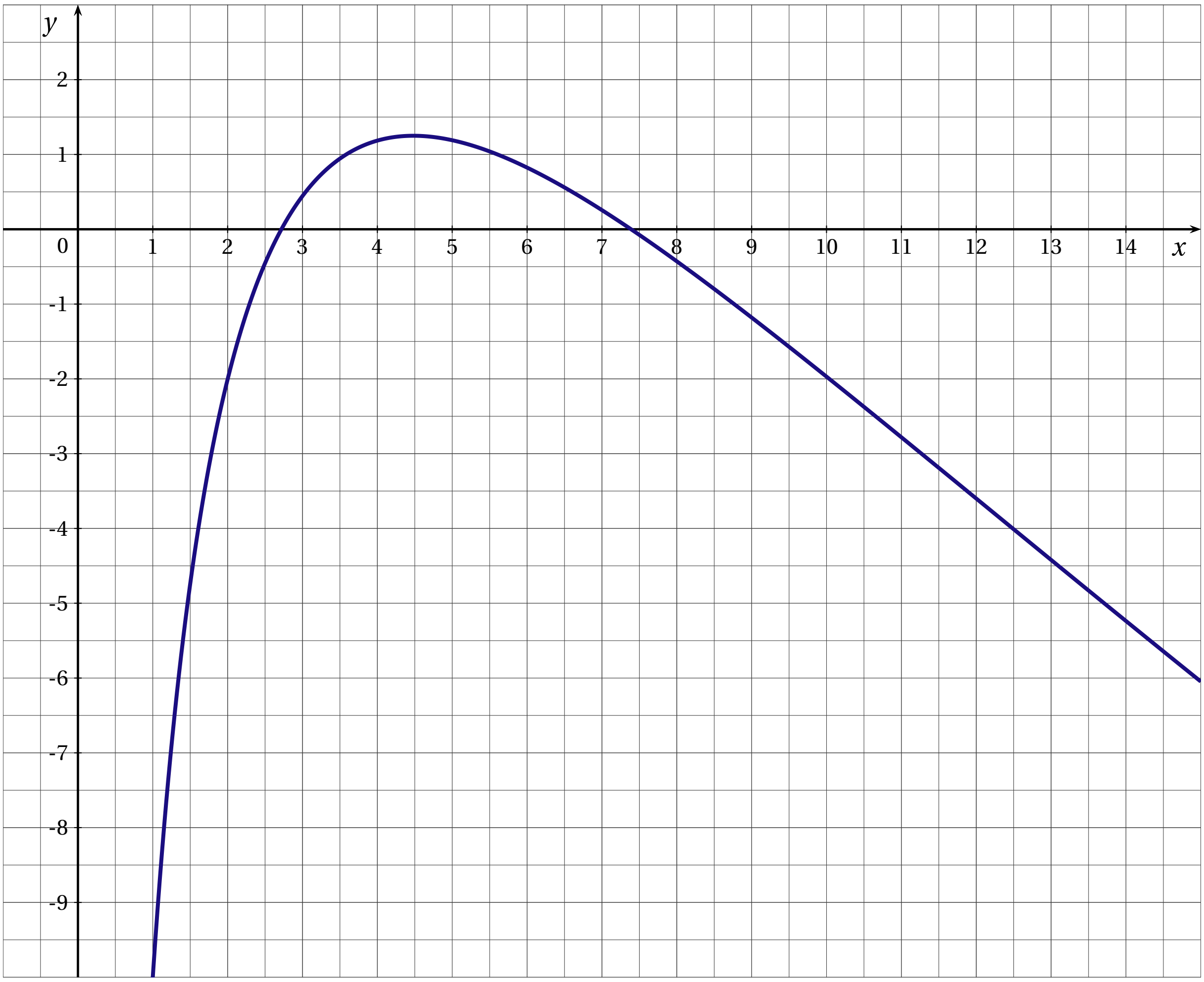
**PARTIE II :** APPLICATION

Une entreprise fabrique et revend des jouets.
$f(x)$ représente le résultat (bénéfice ou perte) en milliers d'euros qu'elle réalise lorsqu'elle fabrique $x$ centaines de jouets, pour $x$ compris entre 1 et 10, $f$ désignant la fonction étudiée dans la partie I.

1. Déterminer, à un jouet près, les quantités à produire pour ne pas travailler à perte.
   Interpréter concrètement le résultat de la question I. 2. Comment le lit-on sur le graphique ?
2. Cette entreprise veut réaliser un bénéfice supérieur ou égal à 1000 euros.
   Combien de jouets doit-elle fabriquer ? Justifier la réponse.

**ANNEXE 2**

**EXERCICE 4 (COMMUN À TOUS LES CANDIDATS)**




## EXERCICE 6

*Polynésie 2009 (4)*

Le plan est rapporté à un repère orthogonal.
Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2x(1-\ln x)$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$.

1. a) Calculer les limites de la fonction $f$ en $+\infty$ et en 0 (on rappelle que la limite en 0 de la fonction $u$ définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $u(x) = x\ln x$ est 0).

   b) Déterminer $f'(x)$ pour $x \in ]0;+\infty[$ (où $f'$ est la fonction dérivée de $f$).

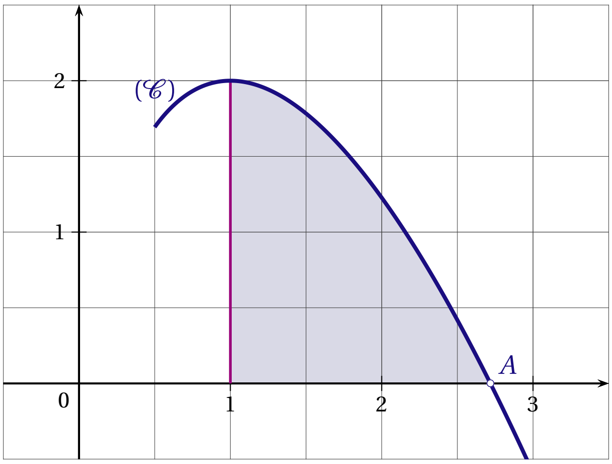
   c) Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in ]0;+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

2. Résoudre sur $]0;+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet un unique point d'intersection $A$ avec l'axe des abscisses et donner les coordonnées du point $A$.

3. a) Résoudre, par un calcul, l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ dans l'intervalle $]0;+\infty[$.
   Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$ ?

   b) Montrer que la fonction $F$ définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x) = x^2\left(\dfrac{3}{2}-\ln x\right)$ est une primitive de $f$ sur $]0;+\infty[$.

c) On désigne par $\mathscr{D}$ le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.




Calculer en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{D}$ puis, en donner une valeur approchée à $10^{-2}$ près.

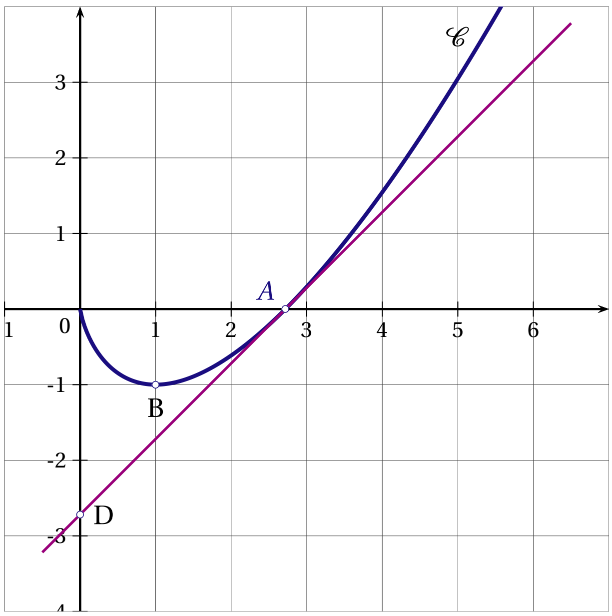
## EXERCICE 7

*Pondichéry 2009 (3)*

*Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes*

**PARTIE A.** Lectures graphiques

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente, dans un repère orthonormé, une fonction $f$ définie et dérivable sur $]0;+\infty[$.
On note $f'$ la fonction dérivée de $f$.
La courbe $\mathscr{C}$ passe par les points $A(\mathrm{e};0)$ et $B(1;-1)$.
La courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 1 et la tangente au point d'abscisse e passe par le point $D(0;-\mathrm{e})$.




1. Déterminer une équation de la droite $(AD)$.

   *Aucune justification n'est exigée pour les réponses à la question* 2. 2.

2. Par lectures graphiques :
   a) Déterminer $f(1)$ et $f'(1)$.
   b) Dresser le tableau de signes de $f'$ sur $]0;5]$.
   c) Soit $F$ une primitive de $f$ sur $]0;+\infty[$. Déterminer les variations de $F$ sur $]0;5]$.
   d) Encadrer par deux entiers consécutifs l'aire (en unités d'aire) du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et les droites d'équation $x=4$ et $x=5$.

**PARTIE B.** Étude de la fonction

La courbe $\mathscr{C}$ de la partie A est la représentation graphique de la fonction $f$ définie sur $]0;+\infty[$ par

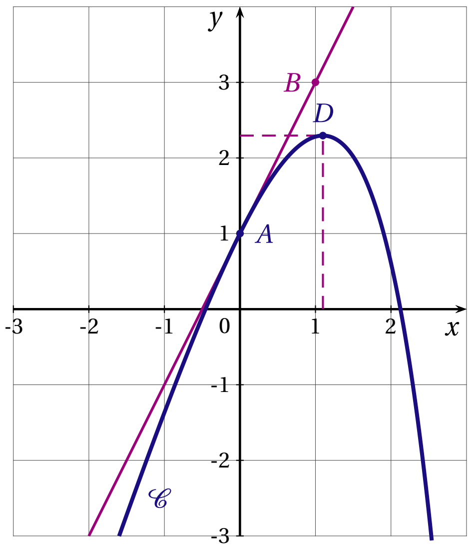
$$f(x)=x(\ln x-1).$$

1. a) Déterminer la limite de $f$ en $+\infty$.
   b) Soit $h$ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x)=x\ln x$. On rappelle que $\lim\limits_{x\to 0} h(x)=0$.
   Déterminer la limite de $f$ en 0.
2. a) Montrer que, pour tout $x$ de $]0;+\infty[$, on a : $f'(x)=\ln x$.
   b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0;+\infty[$ et en déduire le tableau de variations de $f$ sur $]0;+\infty[$.
3. a) Démontrer que la fonction $H$ définie sur $]0;+\infty[$ par
   $$H(x)=\frac{1}{2}x^2\ln x-\frac{1}{4}x^2$$
   est une primitive sur $]0;+\infty[$ de la fonction $h$ définie à la question 1. b.
   b) En déduire une primitive $F$ de $f$ et calculer $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   c) En déduire l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan délimitée par $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=1$ et $x=\mathrm{e}$. On arrondira le résultat au dixième.

## I. 3 FONCTION EXPONENTIELLE

### EXERCICE 1 *Antilles-Guyane Septembre 2009 (3)*

On considère une fonction $f$ définie sur l'intervalle $[-2;3]$ par $f(x) = a\mathrm{e}^x + bx + c$ où $a$, $b$ et $c$ sont des réels fixés.
Une partie de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de $f$ est représentée ci-dessous :




On dispose des renseignements suivants :

— $\mathscr{C}$ passe par $A(0;1)$.

— $B$ est le point de coordonnées $(1;3)$ ; la droite $(AB)$ est tangente à $\mathscr{C}$ au point $A$.

— $\mathscr{C}$ admet une tangente horizontale au point $D$ d'abscisse $\ln 3$.

1. On désigne par $f'$ la dérivée de la fonction $f$. Traduire les renseignements précédents par trois égalités utilisant $f$ ou $f'$.
2. En résolvant un système, déterminer $a$, $b$ et $c$.
3. On admet à partir de maintenant que $f(x) = -\mathrm{e}^x + 3x + 2$.
   a) Étudier les variations de $f$ sur l'intervalle $[-2;3]$.
   b) Montrer que $f$ s'annule exactement une fois sur $[-2;\ln 3]$ en un réel $\alpha$. Donner, en justifiant, une valeur approchée au centième près de $\alpha$.
   c) Pour la suite, on admet que $f$ s'annule exactement une fois sur $[\ln 3;3]$ en un réel $\beta$.
   Déterminer le signe de $f$ sur l'intervalle $[-2;3]$.
4. a) Déterminer une primitive de $f$ sur l'intervalle $[-2;3]$.
   b) On considère la surface $\mathscr{S}$ délimitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite d'équation $x = \ln 3$.
   Hachurer $\mathscr{S}$ sur la figure en annexe.
   c) Déterminer, en justifiant avec soin, l'aire de $\mathscr{S}$, en unités d'aire. On donnera la valeur exacte et la valeur décimale arrondie au centième.

## EXERCICE 2

*Asie 2009 (4)*

On considère les fonctions $f$ et $g$ définies sur l'intervalle $[0;\infty[$ par :

$$f(x) = (7-x)\mathrm{e}^{x-4} \quad \text{et} \quad g(x) = 2\ln\left(\frac{x+5}{x+1}\right).$$

**PARTIE A** : Étude des fonctions $f$ et $g$

1. a) Déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.

   b) Montrer que, pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[0;+\infty[$ on a $f'(x) = (6-x)\mathrm{e}^{x-4}$.

   c) Étudier les variations de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$ et établir son tableau de variations.

2. a) Soit $h$ la fonction définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par :

$$h(x) = \frac{x+5}{x+1}$$

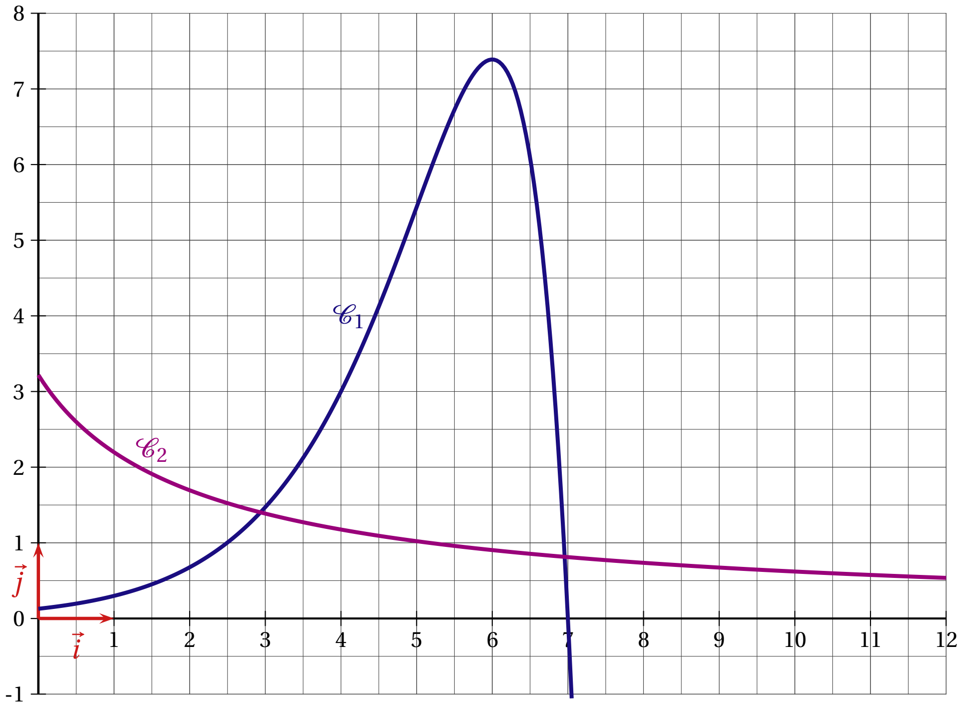
   Le tableau de variations de la fonction $h$ est donné ci dessous :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | \|\| | $-$ | |
| $h(x)$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ |

   Déterminer, en le justifiant, le sens de variation de la fonction $g$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

   b) Déterminer la limite de la fonction $g$ en $+\infty$. Quelle en est la conséquence graphique ?

3. Les courbes représentatives des fonctions $f$ et $g$ sont données dans le repère $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j}\right)$ ci-dessous




   a) Laquelle de ces deux fonctions est représentée par la courbe $\mathscr{C}_1$ ?

b) Déterminer graphiquement une valeur approchée arrondie à l'unité des solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

c) *Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.*

Le professeur a demandé à Perrine et Elliot de calculer $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Voici des extraits de leurs productions :

*Production de Perrine :*

Une primitive de $f$ est $F$ telle que $F(x) = (8-x)\mathrm{e}^{x-4}$, donc $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5\mathrm{e}^{-1} - 8\mathrm{e}^{-4} \approx 1{,}69$.

*Production d'Elliot :*

Une primitive de $f$ est $F$ telle que $F(x) = \left(7x - \dfrac{1}{2}x^2\right)\mathrm{e}^{x-4}$, donc $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 16{,}5\mathrm{e}^{-1} \approx 6{,}07$.

Lors de la correction, le professeur indique que l'un des deux s'est trompé. Est-ce Perrine ou Elliot ? Justifier le choix.

**PARTIE B** : Application économique

Sur l'intervalle $[0;5]$, la fonction $f$ modélise la fonction d'offre des producteurs d'un certain produit et la fonction $g$ modélise la fonction de demande des consommateurs pour ce même produit. La quantité $x$ est exprimée en millier de tonnes et le prix $f(x)$ ou $g(x)$ est en euro par kg.

On rappelle que le prix d'équilibre est le prix qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande.

La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.

Par lecture graphique, donner une valeur approchée de la quantité d'équilibre $x_0$, ainsi qu'une valeur approchée du prix d'équilibre $y_0$.

## EXERCICE 3

*Centres étrangers 2009 (4)*

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{5\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 1}$

On désigne par $f'$ la fonction dérivée de $f$ et par $F$ la primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$ qui vérifie $F(0) = 0$.

Dans le repère orthonormal d'unité 2 cm de l'annexe, la courbe $\mathscr{C}_f$ tracée représente la fonction $f$ et la droite $D$ est sa tangente au point $\mathrm{A}\left(0;\dfrac{5}{2}\right)$.

### PREMIÈRE PARTIE

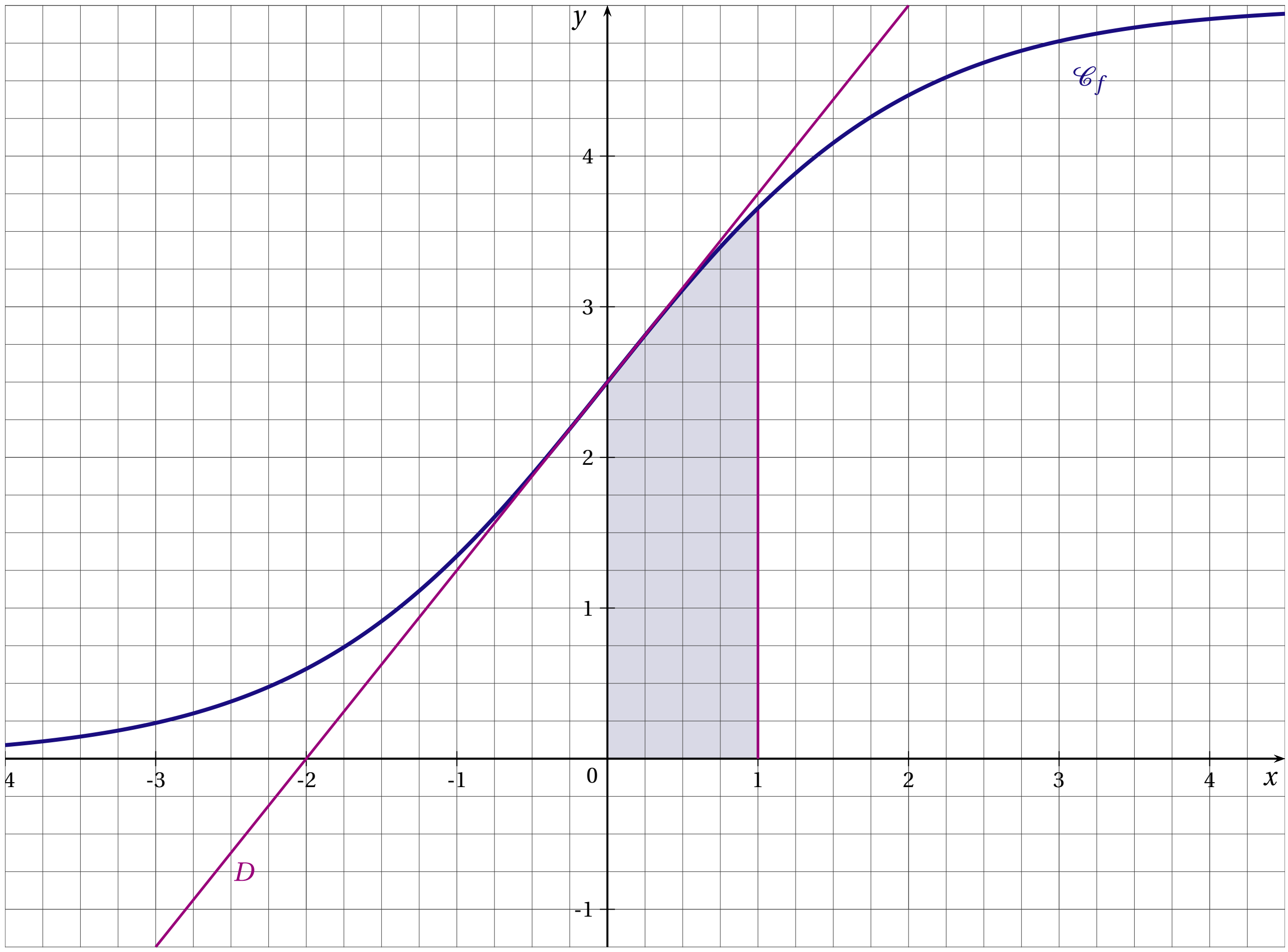
1. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet pour asymptotes en $-\infty$ la droite d'équation $y = 0$ et en $+\infty$ la droite d'équation $y = 5$. En déduire $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2. Démontrer que, pour tout nombre réel $x$, $f'(x) = \dfrac{5\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x+1)^2}$.
3. Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de $x$ et en déduire le sens de variation de $f$ sur $\mathbb{R}$.
4. En utilisant le résultat de la question 2., déterminer une équation de la droite $D$.

### DEUXIÈME PARTIE

1. Pour tout réel $x$, exprimer $F(x)$ en fonction de $x$.
2. Vérifier que $F(1) = 5\ln\left(\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}\right)$.
3. Sur l'annexe, le domaine grisé est délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, les axes de coordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

   Calculer l'aire, en unités d'aire, de ce domaine et en donner une valeur approchée arrondie au dixième.

**ANNEXE**




## EXERCICE 4

*France Métropolitaine Juin 2009 (4)*

**PARTIE A** : Étude d'une fonction

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0,5;8]$ par $f(x) = 20(x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0,5;8]$.

1. a) Démontrer que pour tout nombre réel $x$ de l'intervalle $[0,5;8]$, $f'(x) = 10(-x+3)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
   b) Étudier le signe de la fonction $f'$ sur l'intervalle $[0,5;8]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction $f$.
2. Construire la courbe représentative $(\mathscr{C})$ de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$.
   On prendra pour unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm, sur l'axe des ordonnées.
3. Justifier que la fonction $F$ définie sur l'intervalle $[0,5;8]$ par $F(x) = \dfrac{-40(x+1)}{\mathrm{e}^{0,5x}}$ est une primitive de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0,5;8]$.
4. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I$ définie par $I = \displaystyle\int_{1,5}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

**PARTIE B** : Application économique

Une entreprise produit sur commande des bicyclettes pour des municipalités.
La production mensuelle peut varier de 50 à 800 bicyclettes.

Le bénéfice mensuel réalisé par cette production peut être modélisé par la fonction $f$ de la partie A de la façon suivante :
si, un mois donné, on produit $x$ centaines de bicyclettes, alors $f(x)$ modélise le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, réalisé par l'entreprise ce même mois.
Dans la suite de l'exercice, on utilise ce modèle.

1. a) Vérifier que si l'entreprise produit 220 bicyclettes un mois donné, alors elle réalise ce mois-là un bénéfice de 7989 euros.
   b) Déterminer le bénéfice réalisé par une production de 408 bicyclettes un mois donné.
2. *Pour cette question, toute trace de recherche même non aboutie sera prise en compte*
   Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats de la **partie A** et le modèle précédent.
   Justifier chaque réponse.
   a) Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire au minimum de bicyclettes pour ne pas travailler à perte ?
   b) Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice maximum. Préciser alors ce bénéfice à l'euro près.
   c) Combien, pour un mois donné, l'entreprise doit-elle produire de bicyclettes pour réaliser un bénéfice supérieur à 8000 euros ?

## EXERCICE 5 *France Métropolitaine Septembre 2009 (4)*

On considère la fonction $f$ définie pour tout nombre réel $x$ par $f(x) = \left(x^2 - x + 1\right)\mathrm{e}^{-x}$.
On note $\left(\mathscr{C}_f\right)$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan $(P)$ muni d'un repère orthogonal.

1. a) Déterminer la limite de la fonction $f$ en $-\infty$.
   b) En remarquant que, pour tout nombre réel $x$, $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} - \dfrac{x}{\mathrm{e}^x} + \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}$, déterminer la limite de la fonction $f$ en $+\infty$.
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.
   a) Démontrer que, pour tout nombre réel $x$, $f'(x) = \left(-x^2 + 3x - 2\right)\mathrm{e}^{-x}$.
   b) Établir le tableau de variations de la fonction $f$ sur l'ensemble des nombres réels.
3. Donner une équation de la tangente $(T)$ à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ en son point d'abscisse 0.
4. On prend comme unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 20 cm sur l'axe des ordonnées.
   Tracer la droite $(T)$ et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ sur l'intervalle $[0;8]$ dans le plan $(P)$.
5. a) Déterminer graphiquement le nombre de solutions sur l'intervalle $[0;8]$ de l'équation $f(x) = 0{,}4$.
   b) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie au centième de la plus grande des solutions de l'équation considérée à la question 5. a.

## EXERCICE 6 *La Réunion 2009 (2)*

On considère la fonction $f$ définie sur $[-2;2]$ par $f(x) = (x-1)\mathrm{e}^x + 2$. On note $f'$ sa dérivée.

1. Donner une valeur approchée à $10^{-2}$ près de $f(-2)$, $f(0)$ et $f(2)$.
2. Calculer $f'(x)$. Donner le tableau de variations de $f$ sur $[-2;2]$.
3. **Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**
   On considère les points $A(1;2)$ et $B(0;2-\mathrm{e})$. Démontrer que la droite $(AB)$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A$.

4. Sur la feuille de papier millimétré, construire avec précision la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de $f$ dans un repère orthogonal (unités : 4 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).
5. On admet que la fonction $F$ définie par $F(x) = (x-2)\mathrm{e}^x + 2x$ est une primitive de la fonction $f$ sur $[-2;2]$. Hachurer la partie $\mathscr{A}$ du plan délimitée par les axes du repère, la droite d'équation $x = 2$ et la courbe $\mathscr{C}_f$. Calculer la mesure en $\text{cm}^2$ de l'aire de $\mathscr{A}$.

## EXERCICE 7 *Liban 2009 (3)*

### PARTIE A

On considère la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = 10 + (x-3)\mathrm{e}^x$.

1. a) Déterminer la limite de $f$ en $+\infty$.
   b) Démontrer que $f'(x) = (x-2)\mathrm{e}^x$ et étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
   c) Dresser le tableau de variations de $f$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
   d) En déduire le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
2. a) Démontrer que la fonction $G : x \longmapsto (x-4)\mathrm{e}^x$ est une primitive sur $[0;+\infty[$ de la fonction $g : x \longmapsto (x-3)\mathrm{e}^x$.
   b) En déduire une primitive $F$ de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.
   c) Étudier le sens de variation de $F$ sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

### PARTIE B

Une entreprise fabrique $x$ tonnes d'un certain produit, avec $x \in [0\,;\,4]$. Le coût marginal de fabrication pour une production de $x$ tonnes est donné par $f(x)$ exprimé en **milliers d'euros**, où $f$ est la fonction définie dans la partie A.

1. Les coûts fixes de l'entreprise s'élèvent à 20000 euros. On assimile le coût total $C$ à une primitive du coût marginal.
   En utilisant les résultats de la question A 2., déterminer le coût total de fabrication $C(x)$, exprimé en milliers d'euros.
2. L'entreprise désire adapter sa production pour atteindre un coût marginal de 11292 euros.
   a) En utilisant la partie A démontrer qu'il est possible d'atteindre un coût marginal de 11292 euros.
   *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*
   b) Déterminer la production correspondante, à 10 kg près.
   c) Quel est alors le coût moyen de fabrication ?
   On rappelle que le quotient $\dfrac{C(x)}{x}$ est appelé coût moyen de fabrication pour une production de $x$ tonnes de produit.

## I. 4 Q.C.M

### EXERCICE 1

*Amérique du Nord 2009 (1)*

*Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chaque question, une seule des réponses est exacte.*
*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*
*Barème : Une réponse juste rapporte* 0,5 *point, une réponse fausse enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse n'enlève et ne rapporte aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note est ramenée à* 0.

1. Le prix d'un article subit une première augmentation de 20 % puis une seconde augmentation de 30 %. Le prix de l'article a augmenté globalement de :

   a) 25 % b) 50 % c) 56 %

2. Le nombre réel $\dfrac{\ln \mathrm{e}}{\ln\left(\mathrm{e}^2\right)}$ est égal à :

   a) $\ln\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)$ b) $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ c) $\dfrac{1}{2}$

3. Le nombre réel $\mathrm{e}^{-3\ln 2}$ est égal à

   a) $\dfrac{1}{9}$ b) $\dfrac{1}{8}$ c) $-8$

4. Une primitive $F$ de la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$ est définie par :

   a) $F(x) = -\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}$ b) $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}$ c) $F(x) = -2\mathrm{e}^{-2x}$

5. Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :

   a) $y = x+1$ b) $y = \mathrm{e}x$ c) $y = \mathrm{e}^x$

6. Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \dfrac{x+1}{\mathrm{e}^x - 1}$. La fonction $f$ est définie sur :

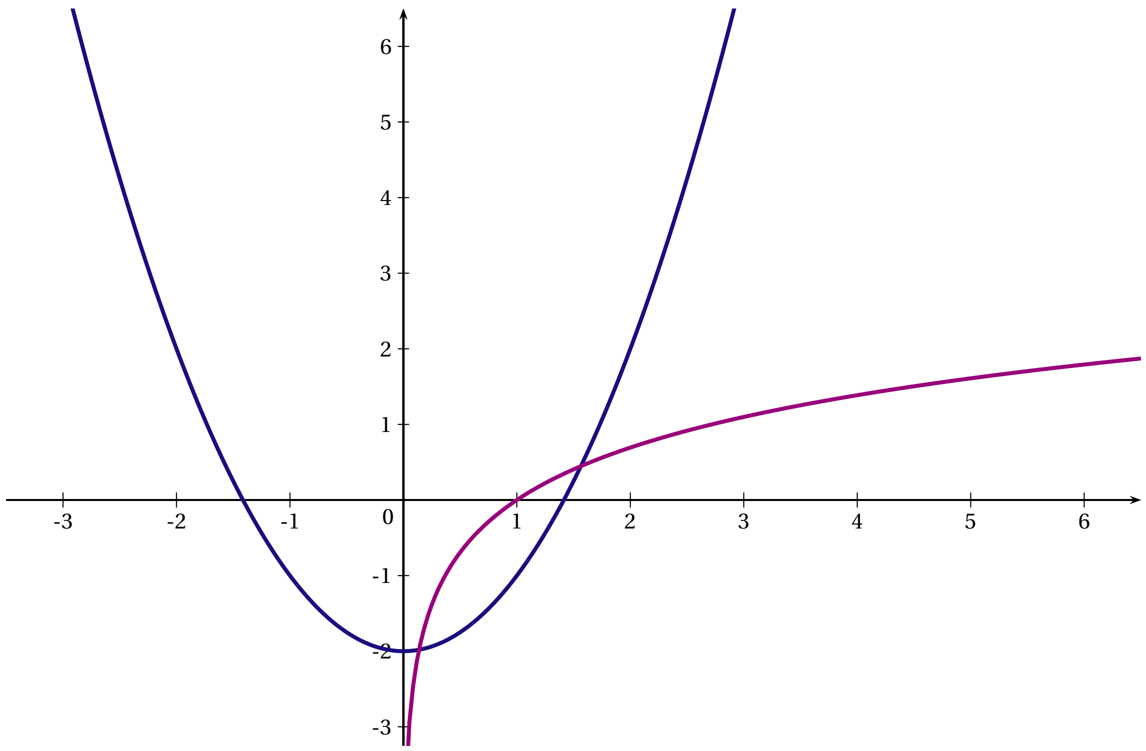
   a) $\mathbb{R}$ b) $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ c) $]-1;+\infty[$

7. On considère la fonction $f$ définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{2x}$.
   Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction $f$ admet au voisinage de $+\infty$ :

   a) L'axe des abscisses comme asymptote horizontale.
   b) La droite d'équation $y = 2x$ comme asymptote oblique.
   c) La droite d'équation $y = 2x - 1$ comme asymptote oblique.

8. On considère la fonction logarithme népérien et la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2$. On donne ci-dessous les courbes représentatives de ces deux fonctions dans un repère orthogonal.
   Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln x = x^2 - 2$ admet :

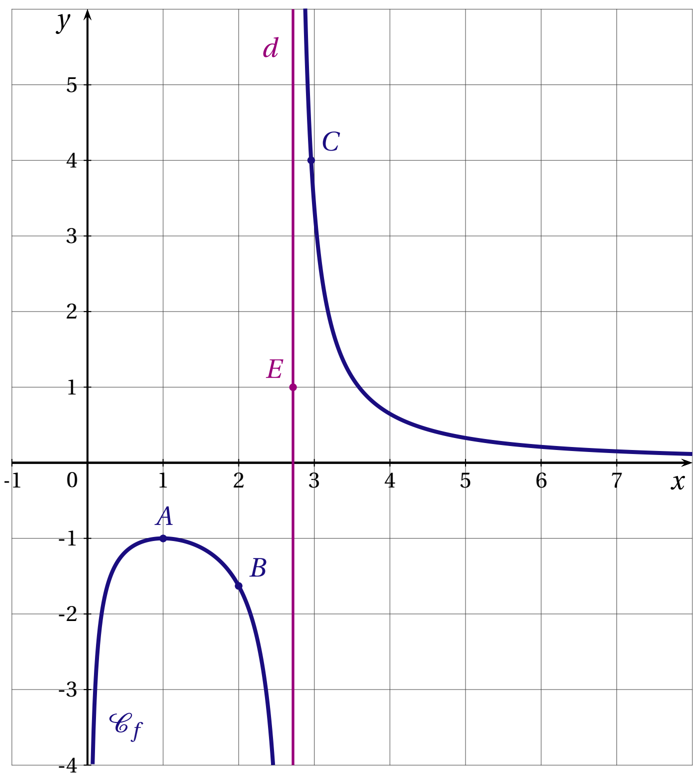
   a) Une solution
   b) Deux solutions de signes contraires
   c) Deux solutions positives




**EXERCICE 2** *Antilles-Guyane Septembre 2009 (2)*

*Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée. Reporter sur votre copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie.*

*Une bonne réponse rapporte* 1 *point, une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de l'exercice est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.



On considère la fonction $f$ définie sur $]0;\mathrm{e}[\cup]\mathrm{e};+\infty[$ et représentée par la courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessus.
La fonction $f$ est dérivable sur chacun des intervalles de son ensemble de définition.
Les points $A(1\,;-1)$ et $B\left(2;\dfrac{1}{2\ln 2-2}\right)$ appartiennent à $\mathscr{C}_f$. On désigne par $C$ le point de $\mathscr{C}_f$ d'ordonnée 4.
La courbe admet pour asymptotes les axes du repère ainsi que la droite $d$ parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point $E(\mathrm{e};1)$.

**Pour chacune des questions ci-dessous une seule réponse est exacte ; indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier la bonne affirmation sans justifier votre choix.**

1. $f(-1)=1$
   $f(x)=0$ possède une solution sur $]0;\mathrm{e}[\cup]\mathrm{e};6[$
   $f(1)=-1$
2. Une équation d'une des asymptotes de $\mathscr{C}_f$ est :

| | | |
|---|---|---|
| $y=\mathrm{e}$ | $x=\mathrm{e}$ | $y=-1$ |
| 3. $f'(4)<0$ | $f'(4)=0{,}7$ | $f'(4)=2{,}9$ |
| 4. $\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x<\int_4^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ | $\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x>\frac{1}{2}$ | La valeur moyenne de $f$ sur $[4;5]$ est 2. |

## EXERCICE 3

*Antilles-Guyane 2009 (1)*

**PARTIE A :** Aucune justification n'est demandée

*Cette partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées. **Une seule** de ces réponses est exacte.*
*Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fausse enlève 0,25 point. L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points de la partie A est négatif, la note attribuée à cette partie est ramenée à zéro.*

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des réels.
Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(-x+2)\mathrm{e}^{-x}$.

| | |
|---|---|
| **1.** La limite de la fonction $f$ en $+\infty$ est égale à : | **a.** $-\infty$<br>**b.** $0$<br>**c.** $+\infty$ |
| **2.** L'équation $f(x)=0$ : | **a.** n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$<br>**b.** admet une seule solution dans $\mathbb{R}$<br>**c.** admet deux solutions dans $\mathbb{R}$ |
| **3.** L'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de $f$ au point d'abscisse 0 est : | **a.** $y=-3x+2$<br>**b.** $y=-x+2$<br>**c.** $y=x+2$ |
| **4.** Le minimum de $f$ sur $\mathbb{R}$ est : | **a.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^3}$<br>**b.** $\dfrac{-1}{\mathrm{e}^3}$<br>**c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{-3}}$ |

**PARTIE B :** La réponse devra être justifiée

La fonction $f$ est celle définie dans la partie A. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal. Étudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite $\Delta$ d'équation $y = -x + 2$ sur l'intervalle $]0;2[$.

## EXERCICE 4

*Asie 2009 (3)*

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des quatre propositions a, b, c ou d est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
*Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse inexacte ou une absence de réponse n'enlève aucun point.*

1. Une ville en pleine expansion a vu sa population augmenter de 20 % pendant quatre années consécutives, puis de 7 % durant chacune des cinq années suivantes, et enfin de 6 % la dixième et dernière année. Le taux d'augmentation annuel moyen (arrondi au dixième) durant la décennie qui vient de s'écouler s'élève à :

   a) 33,0 %

   b) 12,1 %

   c) 11,9 %

   d) 11,0 %

2. La population de la ville voisine a diminué de 5 % en 2008. Quel pourcen.tage d'augment ation (arrondi au dixième) devrait-elle connaître en 2009 pour que le nombre d'habitants le 1$^{\text{er}}$ janvier 2010 soit égal au nombre d'habitants à la date du 1$^{\text{er}}$ janvier 2008 ?

   a) 10,0 %

   b) 5,3 %

   c) 5,0 %

   d) 4,7 %

3. Le double du logarithme d'un nombre est égal au logarithme de la moitié de ce nombre. Quel est ce nombre ?

   a) $-1$

   b) 0

   c) 0,5

   d) 2

4. Une fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[0;+\infty[$, est strictement croissante sur l'intervalle $[0;5]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[5;+\infty[$. Sa courbe représentative $C$ dans un repère du plan admet une tangente $\mathscr{T}$ au point d'abscisse 6.
   Laquelle des équations suivantes est celle de la tangente $\mathscr{T}$ ?

   a) $y = -3x + 3$

   b) $y = x$

   c) $y = 6x - 36$

   d) $x = 6$

**EXERCICE 5** *Centres étrangers 2009 (1)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions proposées, une seule des trois réponses A, B et C est exacte. Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, indiquer la lettre (A, B ou C) désignant la réponse qui convient. Aucune justification n'est demandée.
*Barème : Une réponse exacte rapporte* 1 *point, une réponse fausse enlève* 0,5 *point. Une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

E. $\lim\limits_{x \to -\infty} x\text{e}^{-x}$ est égale à :

Réponse A : 0.

Réponse B : $+\infty$.

Réponse C : $-\infty$.

D. On considère une fonction $u$ définie, strictement positive et dérivable sur un intervalle I. On note $u'$ sa fonction dérivée.
On considère la fonction $f$ définie pour tout nombre réel $x$ appartenant à I par : $f(x) = \ln(u(x))$. Si l'on suppose que $u'$ est négative sur I alors :

Réponse A : on ne peut pas déterminer le sens de variation de la fonction $f$.

Réponse B : la fonction $f$ est décroissante sur I.

Réponse C : la fonction $f$ est croissante sur I.

D. Dans l'intervalle $]0;+\infty[$, l'ensemble des solutions de l'inéquation $2\ln x - 1 > 1$ est :

Réponse A : $\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

Réponse B : $]1;+\infty[$.

Réponse C : $]\text{e};+\infty[$.

D. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\text{e}^{2x} + 2\text{e}^{x} - 3 = 0$ :

Réponse A : admet une unique solution.

Réponse B : admet exactement deux solutions.

Réponse C : n'admet aucune solution.

**EXERCICE 6** *Liban 2009 (1)*

*Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte* 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif la note est ramenée à* 0.

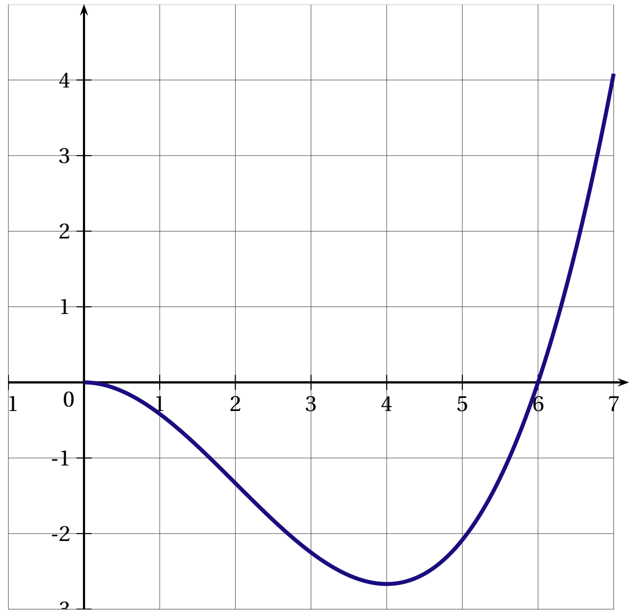
1. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $\ln(x+4) + \ln(x-2) = \ln(2x+1)$

   A : n'a pas de solution.

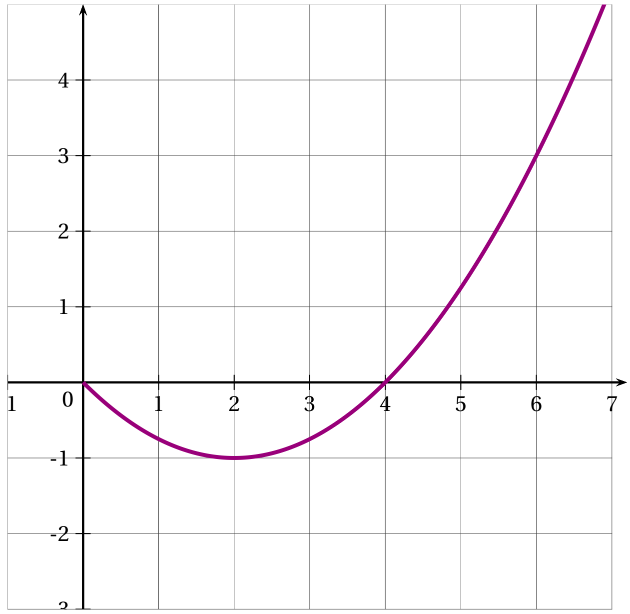
   B : admet exactement une solution.

   C : admet exactement deux solutions.

2. On connait la représentation graphique de deux fonctions $f$ et $g$ définies sur l'intervalle $[0;7]$



fonction $f$



fonction $g$

A : Les fonctions $f$ et $g$ ont le même sens de variation sur l'intervalle $[0;7]$.

B : La fonction $f$ est la dérivée de la fonction $g$.

C : La fonction $f$ est une primitive de la fonction $g$.

3. On sait que $f$ est une fonction strictement positive sur $\mathbb{R}$ et que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$.

   A : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left[f(x)\right] = 1$.

   B : La limite de $\ln(f)$ en $-\infty$ n'existe pas.

   C : $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln\left[f(x)\right] = -\infty$.

4. L'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{0} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

   A : $\mathrm{e}-1$.

   B : $1-\mathrm{e}$.

   C : $1+\mathrm{e}$.

## EXERCICE 7

*Polynésie 2009 (1)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes quatre réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.
Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.
*Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte enlève 0,5 point; l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cet exercice sera ramenée à zéro.*

1. On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative dans un repère orthogonal d'une fonction $g$ définie sur $]2;+\infty[$.
   Si $\lim\limits_{x\to 2} g(x) = +\infty$ alors :

   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$

- La droite d'équation $x = 2$ est asymptote horizontale à $\mathscr{C}$
- La droite d'équalion $x = 2$ est asymptote verticale à $\mathscr{C}$

2. Pour tout nombre réel $x$, $\ln(4\mathrm{e}^x)$ est égal à :
   - $x + \ln 4$
   - $4 + x$
   - $2x$
   - $4x$
3. Soit $f$ la fonction définie sur l'ensemble des réels $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$ et soit $f'$ sa fonction dérivée sur $\mathbb{R}$. Alors :
   - $f'(x) = -x^2\mathrm{e}^{-x^2}$
   - $f'(x) = -2x\mathrm{e}^{-x^2}$
   - $f'(x) = \mathrm{e}^{-2x}$
   - $f'(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$
4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{1-\ln x}$ est égale à :
   - $-\infty$
   - $0$
   - $\mathrm{e}$
   - $+\infty$

**EXERCICE 8** *Polynésie Septembre 2009 (1)*

*Pour chacune des questions ci-dessous, une et une seule affirmation est juste. Le candidat doit porter sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre associée à la réponse choisie.* ***Aucune justification n'est demandée.***
*Une bonne réponse rapporte* 1 *point, une mauvaise réponse retire* 0,25 *point et l'absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à* 0.

On désigne par $f$ une fonction définie sur l'intervalle $I = ]-1\,;+\infty[$.

1. Si la fonction $f$ vérifie que : $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, alors :
   a) on peut affirmer que la fonction $f$ est croissante sur $I$ ;
   b) on peut affirmer que la fonction $f$ est monotone sur $I$ ;
   c) on ne peut pas en déduire le sens de variations de $f$ sur $I$.
2. Si $f$ est strictement croissante sur $[10\,;+\infty[$, et si $g$ est la fonction définie par : $g(x) = \mathrm{e}^{-f(x)}$, alors :
   a) $g$ est strictement croissante sur $[10\,;+\infty[$ ;
   b) on ne peut pas déterminer le sens de variations de $g$ ;
   c) $g$ est strictement décroissante sur $[10\,;+\infty[$.
3. Si $F$ est la primitive de $f$ sur $I$, qui prend la valeur $\dfrac{3}{7}$ en 1 et si $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{2}{5}$, alors :
   a) $F(0) = \dfrac{1}{2}$ ;
   b) $F(0) = \dfrac{1}{35}$ ;
   c) on ne peut pas déterminer $F(0)$.
4. Si la fonction $u$ est définie par $u(x) = \ln[f(x)]$ alors :
   a) la fonction $u$ est définie sur $]0\,;\,+\infty[$ ;
   b) la fonction $u$ est définie sur $I$ ;
   c) on ne peut pas donner le domaine de définition de la fonction $u$.

# II Q.C.M DIVERS

## II. 1 Q.C.M ANALYSE ET PROBABILITÉS

### EXERCICE 1

*Amérique du Sud 2009 (1)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué.

*Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte,* 0,5 *point; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse,* 0 *point.*

1. Un véhicule coûte 15000 € en 2008. Il se déprécie de 10 % par an (c'est-à-dire que son prix de revente baisse de 10 % par an). Sa valeur à la vente au bout de cinq ans sera de :

   • 7500 € • 8857,35 € • 5000 €

2. Soit $u$ une fonction strictement positive sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
   Si $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=0$ alors :

   • $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln[u(x)]=+\infty$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln[u(x)]=-\infty$ • $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln[u(x)]=0$

3. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire $X$ :

| $x_i$ | $-10$ | 0 | 10 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,2 | 0,3 | 0,5 |

   - l'espérance mathématique de cette variable est 3
   - l'espérance mathématique de cette variable est $-3$
   - l'espérance mathématique de cette variable est 0

4. Pour tout $a>0$, $\ln 3a-\ln a$ est égale à :

   • $\ln 3$ • $\ln(2a)$ • $2\ln a$

5. $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x+1}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

   • $\mathrm{e}^3-1$ • $2\mathrm{e}^3-2\mathrm{e}$ • $\dfrac{\mathrm{e}^3-\mathrm{e}}{2}$

6. Pour tout réel $x$, $\mathrm{e}^{4+2x}$ est égale à :

   • $\left(\mathrm{e}^2\right)^{2x}$ • $\left(\mathrm{e}^{x+2}\right)^2$ • $\mathrm{e}^4+\mathrm{e}^{2x}$

### EXERCICE 2

*La Réunion 2009 (1)*

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, trois réponses sont proposées. Une seule de ces réponses est exacte.*

**Aucune justification n'est demandée. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.**

*Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte,* 1 *point; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse,* 0 *point.*

1. On connaît les probabilités suivantes : $p(A) = 0{,}23$ ; $p(B) = 0{,}56$ et $p(A \cap B) = 0{,}11$. Alors :
   **A.** $p(A \cup B) = 0{,}79$ **B.** $p(A \cup B) = 0{,}68$ **C.** $p(A \cup B) = 0{,}9$

2. $x$ est un réel strictement positif. La limite de $(1 - \ln x)$ en 0 est :
   **A.** $1$ **B.** $-\infty$ **C.** $+\infty$

3. Le prix d'un article a doublé en dix ans. L'augmentation annuelle moyenne du prix de cet article, à 1 % près, est de :
   **A.** 7 % **B.** 10 % **C.** 50 %

4. Parmi les fonctions suivantes, laquelle est une primitive de la fonction $f$, définie pour tout $x$ réel par $f(x) = e^{3x}$ :
   **A.** $F(x) = e^{3x}$ **B.** $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 5$ **C.** $F(x) = 3e^{3x} + 5$

## EXERCICE 3 *Nouvelle Calédonie 2009 (1)*

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à Choix Multiples). Pour chacune des questions, une seule des réponses a, b ou c est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
*Le barème sera établi comme suit : pour une réponse exacte,* 0,5 *point; pour une réponse fausse ou l'absence de réponse* 0 *point.*

1. J'ouvre un livret d'épargne rémunéré à un taux annuel de 3,8 % et je place de l'argent pendant deux ans : 750 € dès la première année et 850 € supplémentaires la deuxième année.
   À la fin des deux ans, je possède :
   **a.** 1660,80 € **b.** 1690,38 € **c.** 1723,91 €.

2. $\ln\left(e^2 + e\right)$ est égal à :
   **a.** $\ln e^2 + \ln e$ **b.** 2,31 **c.** $1 + \ln(e + 1)$

3. L'égalité $\ln\left(x^2 + 3x\right) = \ln x + \ln(x + 3)$ est vraie :
   **a.** pour tout $x$ réel **b.** si $x > 0$ **c.** si $x < -3$ ou si $x > 0$

4. On donne ci-dessous la fréquentation mensuelle des cinémas en France en 2006 en millions d'entrées :

| janv. | fév. | mars | avril | mai | juin | juil. | août | sept. | oct. | nov. | déc. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14,01 | 22,8 | 15 | 20,9 | 18,4 | 11,9 | 10,2 | 15,2 | 9,9 | 13,5 | 16,7 | 20,4 |

Sources : CNC/DEPS

   On appelle M la médiane de cette série et $Q_1$ le premier quartile. On a :
   **a.** $M = 2Q_1$ **b.** $M = \dfrac{11{,}9 + 10{,}2}{2}$ **c.** $M = 15{,}1$

5. L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 e^{2x}\,dx$ est égale à :
   **a.** $\dfrac{-1 + e^2}{2}$ **b.** $1 - e^2$ **c.** $2e^2 - 2$

6. $f$ est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
   La tangente au point d'abscisse 1 à la courbe représentative de cette fonction $f$ dans un repère du plan a comme équation réduite : $y = -x + 3$.
   Alors on peut dire que :

   **a.** $f'(1) = 3$ **b.** $f'(1) = -1$ **c.** $f(1) = 3$

7. La fonction $F : x \longmapsto 5 + \ln(2x + 10)$ est une primitive sur $[0; +\infty[$ de la fonction $f$ définie par :

   **a.** $f(x) = \dfrac{1}{x+5}$ **b.** $f(x) = \dfrac{1}{2x+10}$ **c.** $f(x) = 5 + \dfrac{1}{x+5}$

8. A et B sont deux évènements indépendants associés à une expérience aléatoire tels que :

$$P(\text{A}) \neq 0 \text{ et } P(\text{B}) = \frac{1}{2}$$

   **a.** $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) \times P(\text{B})$ **b.** $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) + P(\text{B})$ **c.** $P_{\text{A}}(B) = \dfrac{1}{2}$

# III PROBABILITÉS

## III. 1 TEST D'ADÉQUATION

### EXERCICE 1

*Amérique du Nord 2009 (2)*

Un pépiniériste a planté trois variétés de fleurs dans une prairie de quelques hectares : des violettes, des primevères et des marguerites. Il se demande s'il peut considérer que sa prairie contient autant de fleurs de chaque variété. Il cueille au hasard 500 fleurs et obtient les résultats suivants :

| Variétés | Violettes | Primevères | Marguerites |
|---|---|---|---|
| Effectifs | 179 | 133 | 188 |

1. Calculer les fréquences $f_V$ d'une fleur de variété Violette, $f_P$ d'une fleur de variété Primevère et $f_M$ d'une fleur de variété Marguerite. On donnera les valeurs décimales exactes.
2. On note $d^2_{\text{obs}} = \left(f_V - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_P - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(f_M - \frac{1}{3}\right)^2$.

   Calculer $500d^2_{\text{obs}}$. On donnera une valeur approchée arrondie au millième.
3. Le pépiniériste, ne voulant pas compter les quelques milliards de fleurs de sa prairie, opère sur ordinateur en simulant le comptage, au hasard, de 500 fleurs suivant la loi équirépartie. Il répète 2000 fois l'opération et calcule à chaque fois la valeur de $500d^2_{\text{obs}}$. Ses résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

| Intervalle auquel appartient $500d^2_{\text{obs}}$ | $[0;0,5[$ | $[0,5;1[$ | $[1;1,5[$ | $[1,5;2[$ | $[2;2,5[$ | $[2,5;3[$ | $[3;3,5[$ | $[3,5;4[$ | $[4;4,5[$ | $[4,5;5[$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre par intervalle | 163 | 439 | 458 | 350 | 231 | 161 | 80 | 47 | 37 | 34 |

   Par exemple : le nombre $500d^2_{\text{obs}}$ apparaît 163 fois dans l'intervalle $[0;0,5[$.

   On note $D_9$ le neuvième décile de cette série statistique.

   Montrer que $D_9 \in [2,5;3[$.
4. En argumentant soigneusement la réponse, dire si pour la série observée au début, on peut affirmer avec un risque inférieur à 10 % que « la prairie est composée d'autant de fleurs de chaque variété ».

## III. 2 GÉNÉRALITÉS

### EXERCICE 1

*Amérique du Nord 2009 (3 obligatoire)*

Un nouveau bachelier souhaitant souscrire un prêt automobile pour l'achat de sa première voiture, a le choix entre les trois agences bancaires de sa ville : agence A, agence B et agence C. On s'intéresse au nombre de prêts automobiles effectués dans cette ville.

*Les parties* A *et* B *sont indépendantes.*

#### PARTIE A

Dans le tableau suivant figure le nombre de prêts effectués dans l'agence B lors des premiers mois de 2009.

| Mois | Janvier | Février | Mars | Avril | Mai | Juin |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang du mois $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nombre de prêts $y_i$ | 56 | 44 | 42 | 52 | 50 | 56 |

1. En utilisant la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement affine de $y$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés.
2. Combien de prêts automobiles peut-on prévoir pour le mois de décembre 2009 avec cet ajustement ? On arrondira le résultat à l'entier le plus proche.

#### PARTIE B

Après vérification, on a constaté que :

20 % des prêts sont souscrits dans l'agence A,

45 % des prêts sont souscrits dans l'agence B,

les autres prêts étant souscrits dans l'agence C.

On suppose que tous les clients souscrivent à une assurance dans l'agence où le prêt est souscrit.

Deux types de contrats sont proposés : le contrat tout risque, dit *Zen* et le deuxième contrat appelé *Speed*.

80 % des clients de l'agence A ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.

30 % des clients de l'agence B ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Zen*.

$\frac{2}{7}$ des clients de l'agence C ayant souscrit un prêt automobile, souscrivent une assurance *Speed*.

On interroge au hasard un client d'une de ces trois banques ayant souscrit un contrat d'assurance automobile. On considère les évènements suivants :

A : « le prêt a été souscrit dans l'agence A »,

B : « le prêt a été souscrit dans l'agence B »,

C : « le prêt a été souscrit dans l'agence C »,

Z : « le contrat d'assurance *Zen* a été souscrit »,

S : « le contrat d'assurance *Speed* a été souscrit ».

Dans tout l'exercice, on donnera les valeurs exactes.

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité que le client interrogé ait souscrit un prêt automobile avec une assurance *Zen* dans l'agence A.
3. Vérifier que la probabilité de l'évènement Z est égale à 0,545.
4. Le client a souscrit une assurance *Zen*.
   Déterminer la probabilité que le prêt soit souscrit dans l'agence C.

**EXERCICE 2** *France Métropolitaine Septembre 2009 (2 obligatoire)*

Dans un lycée général et technologique, il y a 1400 lycéens : des élèves de seconde, première ou terminale, et des étudiants en section de technicien supérieur (STS).
Pour pouvoir disposer des collections de manuels scolaires, tous les lycéens doivent adhérer à la coopérative scolaire et payer une location annuelle d'un montant de 50 € pour les élèves et 60 € pour les étudiants.
Sur l'ensemble des adhérents à la coopérative scolaire, 62,5 % sont les élèves de seconde, première ou terminale. Les autres sont les étudiants de STS.
Depuis quelques années, les élèves de seconde, première ou terminale disposent de chèques-lire avec lesquels ils peuvent régler cette location :

— 40 % paient leur location à l'aide de chèques-lire,

— 56 % paient par chèque bancaire,

— les autres paient par mandat ou en liquide.

Les étudiants de STS ne disposent pas de chèques-lire :

— 96 % paient par chèque bancaire,

— les autres paient par mandat ou en liquide.

Les parties I et II sont indépendantes

**PARTIE I**

Les 1400 lycéens, élèves comme étudiants, adhèrent à cette coopérative.

1. Calculer le montant des versements effectués par chèque bancaire.
2. Calculer le pourcentage du montant total des locations que cette somme représente.

**PARTIE II**

On prend au hasard la fiche d'un adhérent à la coopérative scolaire parmi les 1400 fiches.
On note :

L l'évènement « l'adhérent est un élève » ;

E l'évènement « l'adhérent est un étudiant en STS » ;

C l'évènement « l'adhérent paie avec ses chèques-lire » ;

B l'évènement « l'adhérent paie avec un chèque bancaire » ;

A l'évènement « l'adhérent paie par un autre moyen de paiement ».

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré la situation décrite ci-dessus.
2. a) Calculer la probabilité que l'adhérent soit un élève ayant payé sa location à l'aide de chèques-lire.
   b) Calculer la probabilité que l'adhérent soit un étudiant en STS ayant payé sa location à l'aide d'un chèque bancaire.
   c) Démontrer que la probabilité que l'adhérent ait payé par chèque bancaire est de 0,71.
3. Un adhérent a payé par chèque bancaire. Calculer le probabilité que ce soit un élève.

## III. 3 LOI BINOIMIALE

### EXERCICE 1

*Amérique du Sud 2009 (2 obligatoire)*

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis à $10^{-3}$ près.
Une étude sur le taux d'équipement en téléphonie des ménages d'une ville a permis d'établir les résultats suivants :

— 90 % des ménages possèdent un téléphone fixe ;

— parmi les ménages ne possédant pas de téléphone fixe, 87 % ont un téléphone portable ;

— 80 % des ménages possèdent à la fois un téléphone fixe et un téléphone portable.

*Notations : Si A et B sont des évènements, $\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de A et $P_B(A)$ la probabilité que l'évènement A soit réalisé sachant que l'évènement B l'est.*

On choisit un ménage au hasard et on note :

— F l'évènement : « le ménage possède un téléphone fixe » ;

— T l'évènement : « le ménage possède un téléphone portable ».

1. a) Grâce aux données de l'énoncé, donner $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{T})$, $P(\mathrm{F})$ et $P_{\overline{\mathrm{F}}}(\mathrm{T})$.
   b) Calculer $P_{\mathrm{F}}(\mathrm{T})$.
2. Démontrer que la probabilité de l'évènement T est 0,887.
3. Sachant que le ménage choisi n'a pas de téléphone portable, quelle est la probabilité que ce soit un ménage possédant un téléphone fixe ?
4. On choisit successivement au hasard et de manière indépendante trois ménages.
   Quelle est la probabilité qu'il y en ait au plus deux ayant un téléphone portable ?

### EXERCICE 2

*Antilles-Guyane 2009 (3)*

Au tennis, le joueur qui « est au service » joue une première balle.
Si elle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.
Si elle est jugée « faute », il joue une deuxième balle.
Si cette deuxième balle est jugée « bonne », il joue l'échange et peut gagner ou perdre.
Si cette deuxième balle est jugée « faute », il perd.
On désigne par

$S_1$ : l'évènement « la 1$^{\text{re}}$ balle de service est " bonne " » ;

$S_2$ : l'évènement « la 2$^{\text{e}}$ balle de service est " bonne " » ;

$G$ : l'évènement « le point est gagné par le joueur qui est au service ».

Pour le joueur Naderer qui est au service, on dispose des données suivantes :

— sa première balle de service est jugée « bonne » dans 40 % des cas ;

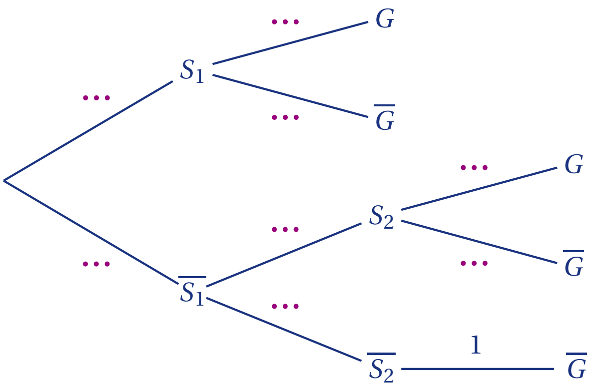
— sa deuxième balle de service est jugée « bonne » dans 95 % des cas ;

— si sa première balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 80 % des cas ;

— si sa deuxième balle de service est jugée « bonne », il gagne l'échange dans 60 % des cas.

Pour tout évènement $A$ on note $\overline{A}$ l'évènement contraire.

1. Recopier et compléter l'arbre suivant :




2. Calculer $p(S_1 \cap G)$.
3. Montrer que la probabilité que le joueur Naderer gagne l'échange est de 0,662.
4. Sachant que le joueur Naderer a gagné l'échange, calculer la probabilité que sa première balle de service ait été jugée « bonne ». Le résultat sera arrondi au millième.
5. Calculer la probabilité que le joueur Naderer gagne quatre échanges consécutifs. On donnera le resultat arrondi au millième.

## EXERCICE 3

*Centres étrangers 2009 (2 obligatoire)*

Un collectionneur de pièces de monnaie a observé que ses pièces peuvent présenter au maximum deux défauts notés $a$ et $b$. Il prélève au hasard une pièce dans sa collection.

On note $A$ l'évènement : « Une pièce prélevée au hasard dans la collection présente le défaut $a$ ».
On note $B$ l'évènement : « Une pièce prélevée au hasard dans la collection présente le défaut $b$ ».
On note $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires respectifs de $A$ et $B$.
On donne les probabilités suivantes : $p(A) = 0{,}2$ ; $p(B) = 0{,}1$ et $p(A \cup B) = 0{,}25$.
*Dans cet exercice, toutes les valeurs approchées des résultats demandés seront arrondies au centième.*

### PREMIÈRE PARTIE

1. Démontrer que la probabilité de l'évènement : « une pièce prélevée au hasard dans la collection présente les deux défauts » est égale à 0,05.
2. Les évènements $A$ et $B$ sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. Démontrer que la probabilité de l'évènement « une pièce prélevée au hasard dans la collection ne présente aucun des deux défauts » est égale à 0,75.
4. Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui présentent le défaut $b$. Calculer la probabilité que cette pièce présente également le défaut $a$.
5. Le collectionneur prélève au hasard une pièce parmi celles qui ne présentent pas le défaut $b$. Calculer la probabilité que cette pièce présente le défaut $a$.

### DEUXIÈME PARTIE

On prélève au hasard trois pièces dans la collection et on suppose que le nombre de pièces de la collection est suffisamment grand pour considérer ces trois prélèvements comme étant indépendants.

1. Calculer la probabilité qu'une seule des trois pièces soit sans défaut.
2. Calculer la probabilité qu'au moins une des trois pièces soit sans défaut.

## EXERCICE 4

*France Métropolitaine Juin 2009 (3)*

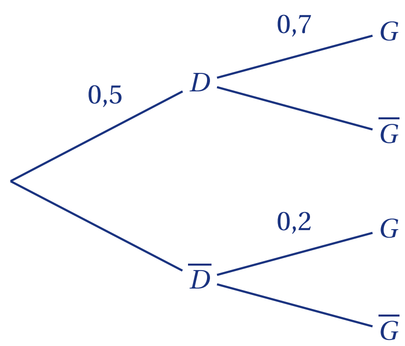
Une salle de jeu comporte deux consoles identiques proposant le même jeu.
Un jour l'une des deux est déréglée.
Les joueurs ne peuvent pas savoir laquelle des deux est déréglée.

1. Ce jour-là, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et il joue une partie sur cette console.
   On note :

   $D$ l'évènement « le joueur choisit la console déréglée » et $\overline{D}$ l'évènement contraire ;

   $G$ l'évènement « le joueur gagne la partie » et $\overline{G}$ l'évènement contraire.

   Cette situation aléatoire est modélisée par l'arbre incomplet suivant, dans lequel figure certaines probabilités.




   Ainsi, 0,7 est la probabilité que le joueur gagne sachant qu'il a choisi une console déréglée.

   a) Reproduire cet arbre sur la copie et le compléter.

   b) Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console déréglée et il gagne ».

   c) Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur choisit la console non déréglée et il gagne ».

   d) Montrer que la probabilité que le joueur gagne est égale à 0,45.

   e) Calculer la probabilité que le joueur ait choisit la console déréglée sachant qu'il a gagné.

2. Trois fois successivement et de façon indépendante, un joueur choisit au hasard l'une des deux consoles et joue une partie.
   Calculer la probabilité de l'évènement « le joueur gagne exactement deux fois ». Le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au millième.

## EXERCICE 5

*Nouvelle Calédonie 2009 (3 obligatoire)*

Le tableau ci-dessous donne, d'après un échantillon de 800 personnes interrogées en 2005, un aperçu de la lecture de la presse quotidienne en France.

| | Tous les jours ou presque | Une ou deux fois par semaine | Seulement pendant certaines périodes | Rarement | Jamais | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Agriculteurs exploitants | 1 | 10 | 2 | 8 | 79 | 100 |
| Artisans, commerçants, chefs d'entreprise | 11 | 11 | 5 | 7 | 66 | 100 |
| Cadres | 17 | 16 | 10 | 18 | 39 | 100 |
| Professions intermédiaires | 8 | 15 | 7 | 15 | 55 | 100 |
| Employés | 6 | 7 | 4 | 9 | 74 | 100 |
| Ouvriers (y compris agricoles) | 4 | 5 | 3 | 5 | 83 | 100 |
| Retraités | 6 | 7 | 2 | 6 | 79 | 100 |
| Autres inactifs | 5 | 9 | 4 | 9 | 73 | 100 |
| Total en effectif | 58 | 80 | 37 | 77 | 548 | 800 |
| Pourcentages du total | 7,25 % | 10 % | 4,625 % | | | |

Sources : INSEE/DEPS

*Dans cet exercice, les résultats seront donnés sous forme décimale et éventuellement arrondis à* 0,001 *près.*

**PARTIE I**

1. La dernière ligne du tableau ci-dessus représente la part de chaque catégorie par rapport à l'échantillon total. Calculer les valeurs manquantes de cette dernière ligne.
2. Donner la probabilité qu'une personne choisie au hasard parmi les cadres ne lise jamais.

**PARTIE II**

On choisit au hasard une personne dans cet échantillon de 800 personnes. Dans cette partie, on note les évènements suivants :

B l'évènement : « la personne choisie ne lit jamais » ;

R l'évènement : « la personne choisie est retraitée » ;

C l'évènement : « la personne choisie est cadre ».

1. Calculer la probabilité de l'événement $B \cap R$.
2. Calculer la probabilité de l'événement $B \cup C$.

**PARTIE III**

On s'intéresse maintenant uniquement aux personnes lisant la presse tous les jours ou presque.

1. On choisit au hasard une personne dans cet ensemble. Quelle est la probabilité que cette personne soit cadre ?
2. On choisit au hasard et de manière indépendante trois de ces personnes. Calculer la probabilité que parmi ces trois personnes, deux exactement soient cadres.

## EXERCICE 6

*Polynésie 2009 (3)*

Dans un laboratoire, se trouve un atelier nommé « L'école des souris ». Dès leur plus jeune âge, les souris apprennent à effectuer régulièrement le même parcours. Ce parcours est constitué de trappes et de tunnels que les souris doivent emprunter pour parvenir à croquer une friandise. Plus la souris effectue le parcours, plus elle va vite.
Une souris est dite « performante » lorsqu'elle parvient à effectuer le parcours en moins d'une minute.

Cette « école » élève des souris entraînées par trois dresseurs : 48 % des souris sont entraînées par Claude, 16 % par Dominique et les autres par Éric.
Après deux mois d'entraînement, on sait que :

— parmi les souris de Claude 60 % sont performantes ;
— 20 % des souris de Dominique ne sont pas encore performantes ;
— parmi les souris d'Éric, deux sur trois sont performantes.

On choisit au hasard une souris de cette « école ».
On note C, D, E et P les évènements suivants :

C : « la souris est entraînée par Claude » ;

D : « la souris est entraînée par Dominique » ;

E : « la souris est entraînée par Éric » ;

P : « la souris est performante ».

1. a) Déterminer $p(\mathrm{C})$, $p(\mathrm{E})$, $p_{\mathrm{D}}\left(\overline{\mathrm{P}}\right)$ et $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{P})$.
   b) Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement « la souris est entraînée par Claude et est performante ».
3. Démontrer que la probabilité pour une souris d'être performante est de 0,656.

*Pour les questions suivantes, on arrondira les résultats au millième.*

4. On choisit au hasard une souris parmi celles qui sont performantes.
   Quelle est la probabilité que cette souris soit entraînée par Dominique ?
5. *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte.*
   On choisit maintenant au hasard quatre souris de cette « école ».
   On assimile ce choix à un tirage avec remise.
   Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une souris performante ?

## EXERCICE 7

*Polynésie Septembre 2009 (1 obligatoire)*

*Les deux parties de cet exercice sont indépendantes*

### PARTIE A

On réalise une expérience aléatoire. $A$ désigne un évènement et $\overline{A}$ son évènement contraire.
On pose $p(A) = x$.

1. Exprimer $p\left(\overline{A}\right)$ en fonction de $x$.
2. Déterminer les valeurs possibles de $x$ sachant que : $p(A) \times p\left(\overline{A}\right) = 0{,}24$.

### PARTIE B

La « Revue Spéciale d'Économie » et le « Guide des Placements en Bourse » sont deux magazines mensuels offrant à leurs lecteurs la possibilité d'abonnement communs.
On s'intéresse à l'ensemble des lecteurs de l'une ou l'autre de ces deux revues.
Parmi ces lecteurs, certains sont abonnés. Les abonnés ont souscrit soit l'un des deux abonnements, soit les deux abonnements simultanément.
Une étude a permis de constater que :

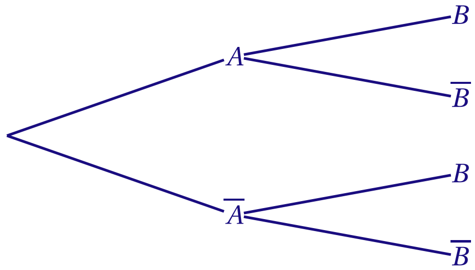
— 60 % de l'ensemble des lecteurs ont souscrit un abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie », et parmi eux $\frac{3}{5}$ ont aussi choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse » ;

— 10 % des lecteurs n'ayant pas choisi l'abonnement à la « Revue Spéciale d'Économie », ont souscrit l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

On note :
$A$ l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement à la "Revue Spéciale d'Économie" » ;
$B$ l'évènement : « le lecteur a choisi l'abonnement au "Guide des Placements en Bourse" ».

On interroge un lecteur au hasard.

1. Déduire de l'énoncé les probabi1ités $p(A)$, $p\left(\overline{A}\right)$ et $p_{\overline{A}}(B)$.
   Reproduire et compléter l'arbre suivant :




2. a) Traduire par une phrase l'évènement $A \cap B$. Donner sa probabilité.
   b) Traduire par une phrase l'évènement $\overline{A} \cap \overline{B}$. Donner sa probabilité.
3. Calculer $p(B)$. En déduire la probabilité qu'un lecteur soit abonné à la « Revue Spéciale d'Économie » sachant qu'il est abonné au « Guide des Placements en Bourse ».
4. On interroge au hasard 3 lecteurs indépendamment les uns des autres. Calculer la probabilité pour qu'au moins l'un d'eux ait choisi l'abonnement au « Guide des Placements en Bourse ».

## EXERCICE 8

*Pondichéry 2009 (1)*

### PARTIE A

Cette première partie est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes trois réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.
Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.
*Barème : Une réponse exacte rapporte* 0,75 *point, une réponse inexacte enlève* 0,25 *point. L'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cette partie sera ramenée à zéro.*

**Rappel de notations :** $p(\mathrm{A})$ désigne la probabilité de A, $p_{\mathrm{B}}\mathrm{A}$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B, $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$ signifie la probabilité de « A ou B » et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ signifie la probabilité de « A et B ».

1. On lance un dé cubique équilibré. Les faces sont numérotées de 1 à 6.
   La probabilité d'obtenir une face numérotée par un multiple de 3 est
   - $\frac{1}{6}$
   - $\frac{1}{3}$
   - $\frac{1}{2}$
2. Soient A et B deux évènements tels que $p(\mathrm{A}) = 0,2$, $p(\mathrm{B}) = 0,3$ et $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,1$ ; alors
   - $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,4$
   - $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,5$
   - $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,6$
3. Soient A et B deux évènements indépendants de probabilité non nulle, alors on a obligatoirement :
   - $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0$
   - $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$
   - $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) \times p(\mathrm{B})$

4. Une expérience aléatoire a trois issues possibles : 2 ; 3 et $a$ (où $a$ est un réel). On sait que $p(2)=\dfrac{1}{2}$, $p(3)=\dfrac{1}{3}$ et $p(a)=\dfrac{1}{6}$.
On sait de plus que l'espérance mathématique associée est nulle. On a alors

• $a=-12$ • $a=6$ • $a=-5$

**PARTIE B**

*Dans cette partie toutes les réponses seront justifiées*
Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.

1. Julien lance le ballon quatre fois de suite. Les quatre lancers sont indépendants les uns des autres.
   a) Montrer que la probabilité que Julien ne marque aucun panier est égale à 0,0256.
   b) Calculer la probabilité que Julien marque au moins un panier.
2. Combien de fois Julien doit-il lancer le ballon au minimum pour que la probabilité qu'il marque au moins un panier soit supérieure à 0,999 ?
   *Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

## III. 4 VARIABLE NUMÉRIQUE

### EXERCICE 1

*Asie 2009 (2 obligatoire)*

Une association propose à ses adhérents une sortie payante, Les adhérents peuvent choisir d'emporter leur pique-nique ou de payer à l'association un supplément pour le repas. Le tableau ci-dessous donne les différents tarifs suivant l'âge des adhérents.

| catégorie | A : adultes (plus de 18 ans) | B : jeunes de 10 à 18 ans | C : enfants de moins de 10 ans |
|---|---|---|---|
| prix de la sortie | 20 € | 15 € | 8 € |
| prix du repas | 6 € | 5 € | 3 € |

L'association a inscrit 87 participants pour cette sortie, dont 58 adultes et 12 enfants de moins de 10 ans. La moitié des adultes, un quart des enfants de moins de 10 ans et 10 jeunes de 10 à 18 ans ont emmené leur pique-nique.

On choisit un participant au hasard, et on note :

— $A$ l'évènement « le participant fait partie de la catégorie A » ;

— $B$ l'évènement « le participant fait partie de la catégorie B » ;

— $C$ l'évènement « le participant fait partie de la catégorie C » ;

— $R$ l'évènement « le participant choisit le repas proposé par l'association ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré, qui sera complété au cours de la résolution de l'exercice.
2. a) Calculer la probabilité de l'évènement $B$.
   b) Calculer la probabilité de l'évènement $R \cap A$.
   c) Montrer que la probabilité de l'évènement $R$ est égale à $\frac{15}{29}$.
   d) Sachant que le participant choisi a pris le repas proposé par l'association, quelle est la probabilité que ce participant soit un adulte ?
3. On note $X$ le prix payé à l'association par un participant,
   a) Déterminer les différentes valeurs que peut prendre le prix $X$.
   b) Établir la loi de probabilité du prix $X$.

### EXERCICE 2

*La Réunion 2009 (3 obligatoire)*

Dans cet exercice, donner les réponses sous forme de nombres décimaux qui ne seront pas arrondis.

Un concessionnaire automobile vend deux versions de voitures pour une marque donnée : routière ou break. Pour chaque version il existe deux motorisations : essence ou diesel. Le concessionnaire choisit au hasard un client ayant déjà acheté une voiture.
On note :

$R$ l'évènement : « la voiture achetée est une routière » ;

$B$ l'évènement : « la voiture achetée est une break » ;

$E$ l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation essence » ;

$D$ l'évènement : « la voiture est achetée avec une motorisation diesel ».

On sait que :

- 65 % des clients achètent une voiture routière.

- Lorsqu'un client achète une voiture break, il choisit dans 85 % des cas la motorisation diesel.
- 27,3 % des clients achètent une voiture routière avec une motorisation diesel.

1. Quelle est la probabilité $p(R)$ de l'événement $R$ ?
2. a) Construire l'arbre de probabilité complet.

   b) Démontrer que $P_R(D) = 0{,}42$ (probabilité de $D$ sachant $R$).
3. Calculer $p(D)$.
4. Lorsque le concessionnaire a choisi au hasard un client, on note $x$ le prix de vente (en milliers d'euros) de la voiture achetée.

   Compléter le tableau ci-dessous, donnant la loi de probabilité de $x$.

| **Version** | **Routière** | | **Break** | |
|---|---|---|---|---|
| **Motorisation** | **Essence** | **Diesel** | **Essence** | **Diesel** |
| $x_i$ : prix de vente (en milliers d'euros) | 15 | 18 | 17 | 20 |
| $P_i$ : probabilité | | 0,273 | | |

   Calculer l'espérance mathématique de $x$. Quelle interprétation peut-on en donner ?

## EXERCICE 3

*Liban 2009 (2)*

Un magasin de vêtements démarqués a reçu un lot important de chemisiers en coton. Le propriétaire du magasin constate que les chemisiers peuvent présenter deux types de défauts : un défaut de coloris ou un bouton manquant. Il note aussi que :

- 4 % de ces chemisiers présentent un défaut de coloris,
- 3 % des chemisiers ont un bouton manquant,
- 2 % des chemisiers ont à la fois un défaut de coloris et un bouton manquant.

Une cliente prend au hasard un chemisier dans le lot. On considère les évènements suivants :

B : « le chemisier a un bouton manquant »,

C : « le chemisier présente un défaut de coloris ».

1. Calculer la probabilité des évènements suivants :

   D : « cette cliente prend un chemisier ayant au moins un défaut »,

   E : « cette cliente prend un chemisier ayant un seul défaut »,

   F : « cette cliente prend un chemisier sans défaut ».
2. On sait que le chemisier qui intéresse la cliente présente un défaut de coloris. Quelle est la probabilité qu'il manque un bouton à ce chemisier ?
3. Une autre cliente prend au hasard deux chemisiers dans le lot. Ces choix peuvent être assimilés à un tirage au hasard avec remise dans le lot de chemisiers.

   Quelle est la probabilité que sur les deux chemisiers choisis, un seul ait un bouton manquant ?
4. Le propriétaire du magasin vend un chemisier sans défaut 40 euros, il fait une remise de 20 % si le chemisier a un seul défaut, et de 50 % s'il a les deux défauts.

   a) Établir la loi de probabilité du prix de vente en euros, noté $X$, d'un chemisier.

   b) Quel chiffre d'affaires le propriétaire peut-il espérer faire sur la vente de cent chemisiers ?

# IV STATISTIQUES

## IV. 1 AJUSTEMENT AFFINE D'UN NUAGE DE POINTS

### EXERCICE 1

*France Métropolitaine Juin 2009 (1)*

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de l'indice des prix de vente des appartements anciens à Paris au quatrième trimestre des années 2000 à 2007.

| Année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Indice : $y_i$ | 100 | 108,5 | 120,7 | 134,9 | 154,8 | 176,4 | 193,5 | 213 ,6 |

Source : INSEE

1. Calculer le pourcentage d'augmentation de cet indice de l'année 2000 à l' année 2007.
2. Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan $(P)$ muni d'un repère orthogonal défini de la manière suivante :
   — sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour représenter une année.
   — sur l'axe des ordonnées, on placera 100 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 10 unités.
3. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage. Placer le point G dans le plan $(P)$.
4. L'allure de ce nuage permet de penser qu'un ajustement affine est adapté.
   a) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite $(d)$ d'ajustement de $y$ en $x$, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis au centième.
   b) Tracer la droite $(d)$ dans le plan $(P)$.
5. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les deux années suivantes, estimer l'indice du prix de vente des appartements anciens de Paris au quatrième trimestre 2009. Justifier la réponse.

### EXERCICE 2

*France Métropolitaine Septembre 2009 (3)*

Pour établir le prix unitaire le plus adapté d'un produit, une société effectue une étude statistique.
Le tableau suivant indique le nombre d'acheteurs, exprimé en milliers, correspondant à un prix unitaire donné, exprimé en euros :

| Prix en euros : $x_i$ | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre d'acheteurs en milliers : $y_i$ | 125 | 120 | 100 | 80 | 70 | 50 | 40 | 25 |

1. Représenter le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans le plan $(P)$ muni d'un repère orthonormal d'unités 1 cm pour un euro sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliers d'acheteurs sur l'axe des ordonnées.
2. a) Déterminer l'équation $y = ax + b$ de la droite $(D)$ d'ajustement affine de $y$ en $x$, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients $a$ et $b$ seront arrondis à l'unité.
   b) Tracer la droite $(D)$ dans le plan $(P)$.
   c) En utilisant l'ajustement affine précédent, estimer graphiquement, à l'euro près, le prix unitaire maximum que la société peut fixer si elle veut conserver des acheteurs.
3. a) En utilisant l'ajustement affine précédent, justifier que la recette $R(x)$, exprimée en milliers d'euros, en fonction du prix unitaire $x$ d'un objet, exprimé en euros, vérifie :
   $$R(x) = -15x^2 + 189x.$$
   b) Étudier le sens de variation de la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par
   $$f(x) = -15x^2 + 189x.$$
   c) Quel conseil peut-on donner à la société ? Argumenter la réponse.

## EXERCICE 3

*Pondichéry 2009 (2 obligatoire)*

### PARTIE 1

Sachant qu'il y avait 13 millions de cotisants au régime général de retraites en France métropolitaine en 1975 et 16,6 millions de cotisants en 2005, calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de cotisants entre 1975 et 2005. On arrondira le résultat à 0,1 % près.

### PARTIE 2

Le tableau ci-dessous donne le nombre de retraités en France métropolitaine entre 1975 et 2005 :

| Année | 1975 | 1980 | 1985 | 1990 | 1995 | 2000 | 2005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$, $0 \leq i \leq 6$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Nombre de retraités (en millions) $y_i$ $0 \leq i \leq 6$ | 4,1 | 5,0 | 5,9 | 7,4 | 8,3 | 9,7 | 10,7 |

Source : INSEE / Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse 2007

1. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points $M_i\left(x_i; y_i\right)$, $0 \leq i \leq 6$, associé à la série statistique dans un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm en abscisse (pour les rangs d'année) et 1 cm en ordonnée (pour 1 million de retraités).
2. a) Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique.

   b) Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation réduite de la droite $d$ d'ajustement de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients au dixième).

   c) Placer le point G et tracer la droite $d$ dans le repère construit à la première question.
3. En utilisant l'ajustement trouvé à la question 2, déterminer par un calcul une estimation du nombre de retraités en 2010.

### PARTIE 3

*On utilisera les données des parties* 1 *et* 2. *Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme de pourcentage, arrondis au dixième.*

On appelle rapport démographique de l'année $n$ le rapport

$$R_n = \frac{\text{nombre de cotisants de l'année } n}{\text{nombre de retraités de l'année } n}.$$

1. Calculer le taux d'évolution de $R_n$ entre 1975 et 2005.
2. Entre 2005 et 2010, une étude montre que le nombre de cotisants devrait augmenter de 6,4 % et que le nombre de retraités devrait augmenter de 12,1 %. Calculer le taux d'évolution du rapport démographique entre 2005 et 2010.

   *Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*

## IV. 2 AJUSTEMENT EXPONENTIEL D'UN NUAGE DE POINTS

### EXERCICE 1

*Antilles-Guyane 2009 (4 obligatoire)*

D'après l'INSEE, l'indice du chiffre d'affaires du secteur du Bâtiment gros œuvre (base 100 en 2000) a évolué entre 2000 et 2007 de la manière suivante :

| année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i, 0 \leq i \leq 7$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Indice $y_i, 0 \leq i \leq 7$ | 100 | 105,6 | 106,9 | 110,8 | 121,3 | 132,5 | 145,5 | 161,8 |

**PARTIE 1** : Un ajustement affine est-il possible?

1. Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points $\left(x_i ; y_i\right)$ $0 \leq i \leq 7$ (unités graphiques : 2 cm pour 1 année sur l'axe des abscisses; 2 cm pour 10 unités d'indice sur l'axe des ordonnées, en graduant ce dernier à partir de $y = 90$).
2. Expliquer pourquoi un ajustement affine de ce nuage de points ne parait pas approprié.

**PARTIE 2** : On essaie un autre ajustement

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous; on donnera les résultats à $10^{-2}$

| $x_i, 0 \leq i \leq 7$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln y_i, 0 \leq i \leq 7$ | | | | | | | | |

2. a) À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de $z$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés : les coefficients seront arrondis au centième.
   b) En déduire une expression de $y$ en fonction de $x$ sous la forme $y = A \times \mathrm{e}^{Bx}$ où $A$ et $B$ sont des réels.
   c) Dans le repère précédent, représenter la fonction $f$ définie par $f(x) = 95{,}6 \times \mathrm{e}^{0{,}07x}$.
   d) À l'aide de ce modèle, donner une estimation de l'indice du chiffre d'affaires du secteur du Bâtiment gros œuvre pour l'année 2009.

**PARTIE 3** : Ce nouvel ajustement permet-il de prévoir l'avenir?

« Baisse des permis de construire et donc des mises en chantier, stocks de logements neufs trop importants, hausse des taux d'intérêts, des coûts des matériaux et de la main d'œuvre ... À en croire le numéro 1 de l'assurance crédit en France, qui publiait jeudi son étude intitulée « *Immobilier, construction : à quand la sortie de crise?* », le BTP français donne des signes de faiblesse. Et doit s'attendre selon l'assureur, tout d'abord à une dégradation de sa rentabilité. »

À la lecture de cette analyse faite en avril 2008, peut-on utiliser le modèle exponentiel de la partie 2 pour pronostiquer le chiffre d'affaires du secteur bâtiment gros œuvre en 2009?

### EXERCICE 2

*Centres étrangers 2009 (3)*

Une exploitation minière extrait un minerai rare dans ses gisements depuis l'année 1963.
Le tableau suivant indique la quantité extraite $y_i$ en tonnes durant l'année désignée par son rang $x_i$ :

| Année | 1963 | 1968 | 1973 | 1978 | 1983 | 1988 | 1993 | 1998 | 2003 | 2008 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang $x_i$ de l'année | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Quantité extraite $y_i$ en tonnes | 18,1 | 15,7 | 13,3 | 11 | 9,3 | 7,8 | 7,1 | 6,1 | 5,2 | 4,3 |

Le nuage de points associé à cette série statistique à deux variables est représenté dans le repère orthogonal (O; I, J) de **l'annexe 1**. Les unités graphiques de ce repère sont 1 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée.

Dans cet exercice, on désigne par la variable $y$ la quantité extraite en tonnes et par la variable $x$ le rang de l'année.

#### PREMIÈRE PARTIE

En première approximation, on envisage de représenter $y$ en tant que fonction affine de $x$.
La droite $D$ d'ajustement affine de $y$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés admet pour équation $y = -1{,}5x + 16{,}5$ dans laquelle les deux coefficients sont des valeurs arrondies au dixième.

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point dans le repère de **l'annexe 1**.
2. Tracer la droite $D$ dans le repère de **l'annexe 1**.
3. En considérant cet ajustement affine, quelle quantité de minerai, au dixième de tonne près, l'exploitation peut-elle prévoir d'extraire durant l'année 2013 ?

#### DEUXIÈME PARTIE

On admet que la courbe tracée en **annexe 1** représente un ajustement exponentiel de $y$ en fonction de $x$ et que son équation est de la forme $y = k\mathrm{e}^{px}$ où $k$ est un entier naturel et $p$ un nombre réel.

1. En utilisant cette courbe, lire la quantité de minerai extrait, au dixième de tonne près, que l'ajustement exponentiel laisse prévoir pendant l'année 2013.
2. En supposant que la courbe passe par les points $A(0;18)$ et $B(3;11{,}2)$, calculer l'entier naturel $k$ et le réel $p$ dont on donnera une valeur approchée arrondie au centième.

#### TROISIÈME PARTIE

On effectue le changement de variable $z = \ln y$ et on pose $z_i = \ln y_i$.

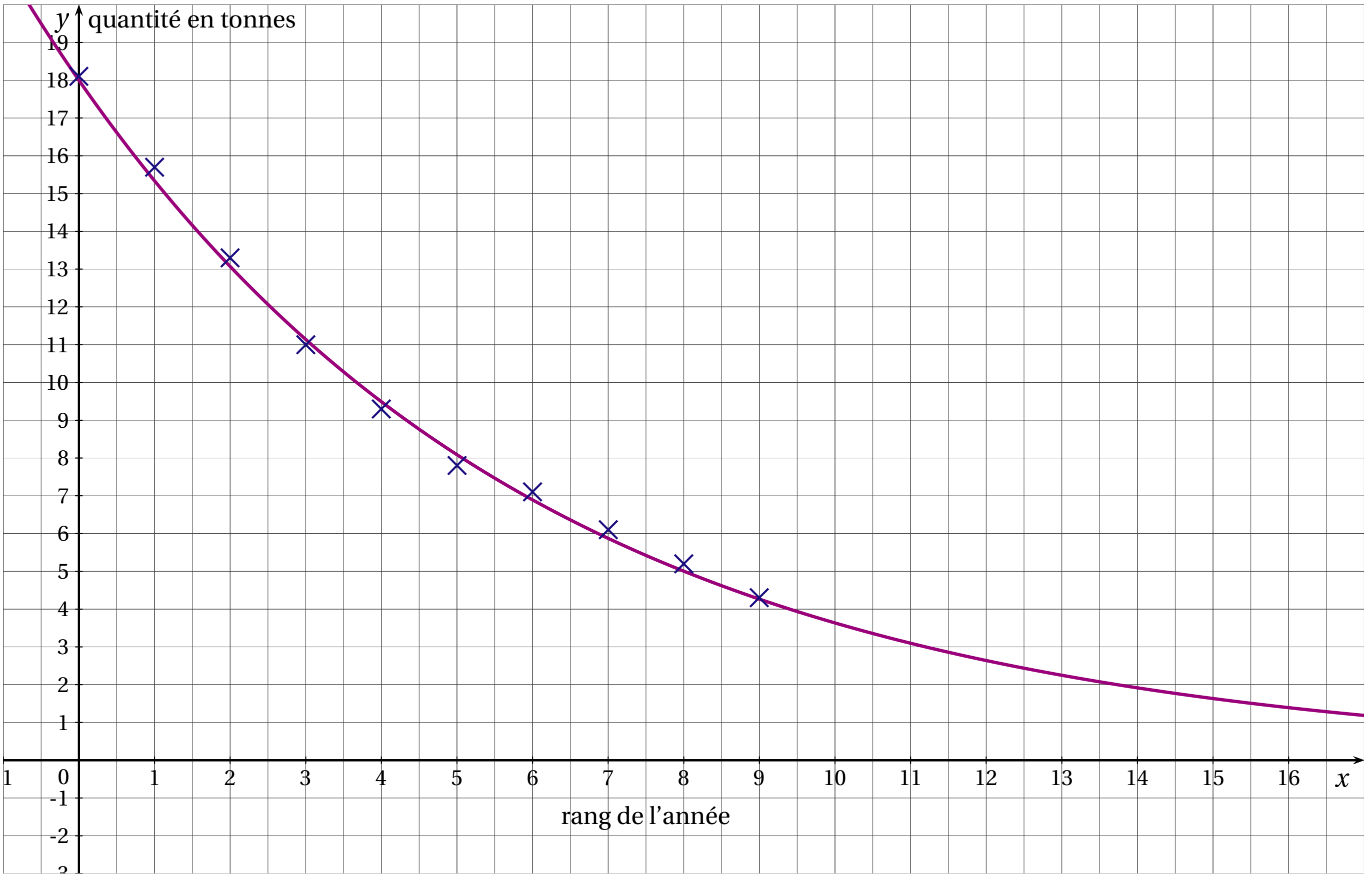
1. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant une valeur approchée de chaque résultat arrondie au centième :

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i$ | | | | | | | | | | |

2. À l'aide de la calculatrice et en donnant une valeur approchée de chaque coefficient arrondie au centième, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de $z$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés.
3. En déduire l'expression de $y$ en fonction de $x$ sous la forme $y = k\mathrm{e}^{px}$ et retrouver ainsi, en arrondissant $k$ au dixième, les coefficients $k$ et $p$ calculés à la question 2. de la deuxième partie.

#### ANNEXE 1

(À remettre avec la copie)




**EXERCICE 3** *Liban 2009 (4 obligatoire)*

Le tableau ci-dessous donne l'évolution de la production d'énergie d'origine éolienne en France, exprimée en milliers de tonnes d'équivalent pétrole (Ktep) :

| Année | 2000 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Production $y_i$ | 7 | 23 | 34 | 51 | 83 | 188 | 348 |

Source : INSEE avril 2008

1. a) Calculer le pourcentage d'augmentation de la production entre 2000 et 2007.
   b) Justifier que le pourcentage d'augmentation annuel moyen de la production entre 2000 et 2007 est 74,72 %, valeur arrondie au centième.
   c) En utilisant ce pourcentage d'augmentation annuel moyen de 74,72 %, déterminer la valeur obtenue en partant de l'année 2000 pour la production d'énergie d'origine éolienne en 2005 ? On donnera la valeur arrondie à l'unité.
   Quel est le pourcentage d 'erreur par rapport à la valeur réelle ?
2. Dans cette question, on se propose de réaliser un ajustement de type exponentiel.
   On pose $z = \ln y$.
   a) Recopier et compléter le tableau suivant. Les résultats seront arrondis au centième.

| $x_i$ | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln y_i$ | | | | | | | |

b) Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de $z$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés à l'aide de la calculatrice; les résultats seront arrondis au centième.

c) En déduire que : $y = 6{,}82 \times 1{,}72^x$, les résultats étant arrondis au centième.

d) En utilisant cet ajustement, déterminer la valeur arrondie à l'unité obtenue pour 2005.

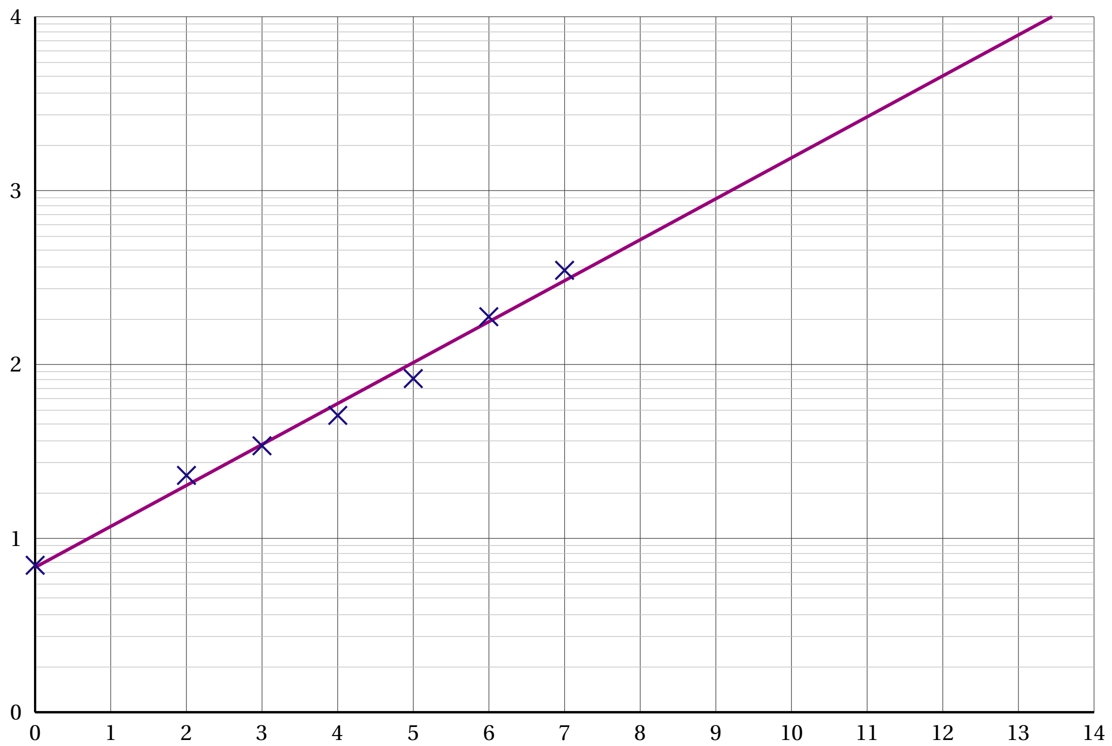
3. On a représenté le nuage de points $(x_i\,; y_i)$ ainsi que l'ajustement précédent dans un repère semi-logarithmique donné en annexe.

a) À l'aide du graphique, estimer la production pour l'année 2009. Placer le point correspondant sur le graphique.

b) À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle année la production de 2007 sera multipliée par dix. On mettra en évidence sur le graphique toute trace utile pour la réponse.

**ANNEXE**

(À remettre avec la copie)




## EXERCICE 4

*Polynésie 2009 (2 obligatoire)*

Le tableau suivant donne l'évolution du marché des capteurs solaires installés en France métropolitaine entre 2000 et 2007.

| Année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$, $1 \leqslant i \leqslant 8$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Surface de capteurs solaires installés en milliers de m$^2$ : $y_i$, $1 \leqslant i \leqslant 8$ | 6 | 18 | 23 | 39 | 52 | 121 | 220 | 2 53 |

Source : ENERPLAN (*Association professionnelle de l'énergie solaire*)

L'objectif gouvernemental est d'atteindre un marché d'un million de m$^2$ en 2010.

1. a) Calculer le pourcentage d'augmentation de la surface des capteurs solaires installés entre les années 2006 et 2007.

   b) Si ce pourcentage reste le même d'année en année jusqu'en 2010. l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

2. a) Sur une feuille de papier milimétré, représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ ; $1 \leqslant i \leqslant 8$, dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour une année eu abscisse et en ordonnée 1 cm pour 20 milliers de m$^2$ de capteurs solaires installés).
   La forme du nuage suggère de faire un ajustement exponentiel.
   Pour cela on pose $z_i = \ln\left(y_i\right)$.

   b) Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant où les valeurs $z_i$ seront arrondies au centième.

| Rang de l'année : $x_i$, $1 \leqslant i \leqslant 8$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln\left(y_i\right)$, $1 \leqslant i \leqslant 8$ | 1,79 | | | | | | | |

   c) En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de $z$ en $x$. Les coefficients seront arrondis au centième.

   d) On suppose que l'évolution se poursuit de cette façon jusqu'en 2010.
   À l'aide de cet ajustement exponentiel, estimer en m$^2$ la surface de capteurs solaires installés en 2010.
   Si l'évolution se poursuit selon ce modèle, l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

## EXERCICE 5

*Polynésie Septembre 2009 (2)*

Le tableau ci-dessous donne les cumuls des nombres d'entrées de cinq films sortis au cours de l'année 2006, d'une part en région parisienne, d'autre part sur la France dans son ensemble. (*source : « le film français », chiffres arrêtés au* 3 *avril* 2007)

| Film | Indice $i$ $(1 \leqslant i \leqslant 5)$ | Nombres d'entrées en région parisienne en centaines de milliers : $x_i$ | Nombres d'entrées en France en centaines de milliers : $y_i$ |
|---|---|---|---|
| Pirates des Caraïbes 2 | 1 | 10 | 75 |
| Arthur et les Minimoys | 2 | 9 | 62 |
| Da Vinci Code | 3 | 7,5 | 41,5 |
| Ne le dis à personne | 4 | 6,5 | 32 |
| Indigènes | 5 | 5 | 29,5 |

1. a) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i ; y_i\right)$
   $(1 \leqslant i \leqslant 5)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une centaine de milliers d'entrées sur l'axe des abscisses et 1 cm pour la centaines de milliers d'entrées sur l'axe des ordonnées).

   b) Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer G dans le repère précédent.

   c) Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de $\Delta$, droite d'ajustement de $y$ en $x$ obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients sont arrondis au dixième). Tracer cette droite dans le repère précédent.

   d) En utilisant cette approximation affine, calculer le nombre d'entrées cumulées sur la France qu'on aurait pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1140000 en région parisienne (on arrondira le résultat à la dizaine de milliers d'entrées).

2. La forme du nuage de points ci-dessus suggère de faire un ajustement par une courbe de type exponentiel d'équation $y = Ae^{Bx}$ (où $A$ et $B$ sont des réels). Pour cela on pose d'abord $z = \ln(y)$.

a) Recopier et compléter le tableau suivant avec des valeurs de $z_i$ arrondies à $10^{-2}$ $(1 \leq i \leq 5)$.

| $x_i$ | 10 | 9 | 7,5 | 6,5 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 75 | 62 | 41,5 | 32 | 29,5 |
| $z_i = \ln\left(y_i\right)$ | | | | | |

b) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de $z$ en $x$ par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

c) En utilisant la relation $z = \ln(y)$ déterminer alors les valeurs arrondies à $10^{-3}$ des réels $A$ et $B$ tels que $y = A\text{e}^{Bx}$.

d) En utilisant l'approximation $y \approx 9{,}689\text{e}^{0{,}202x}$, quel nombre d'entrées, cumulées sur la France aurait-on pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne ? On arrondira le résultat au millier d'entrées.

3. Le nombre d'entrées en fin d'exploitation pour ce film sur la France a été de 10 300 000.
Lequel des deux ajustements semble le plus approprié ?

## IV. 3 AJUSTEMENT D'UN NUAGE DE POINTS

### EXERCICE 1 *Amérique du Sud 2009 (3)*

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires, exprimé en milliers d'euros, réalisé par une chaîne commerciale :

| Année | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Chiffre d'affaires en milliers d'euros $y_i$ | 55 | 58 | 64 | 85 | 105 | 112 |

#### PARTIE 1

1. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\,;\,y_i\right)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal d'unités : 2 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 10 milliers d'euros en ordonnée.
2. Calculer les coordonnées du point moyen $G(x;y)$ et le placer sur la figure précédente.

*On décide d'effectuer deux ajustements successifs en vue de faire des prévisions.*

#### PARTIE 2

1. a) Déterminer à l'aide de la calculatrice une équation de la droite de régression $D$ de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients à $10^{-1}$ près.
   b) Tracer cette droite sur le graphique de la partie 1.
2. En supposant que l'évolution constatée se maintienne, estimer le chiffre d'affaires réalisé en 2011 (on précisera la méthode utilisée).

#### PARTIE 3

On décide d'ajuster le nuage de points de la partie 1 par la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant, dans le repère déjà défini, une fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par :
$f(x) = ab^x$, où $a$ et $b$ sont deux nombres réels strictement positifs.

1. On impose à la courbe représentative de la fonction $f$ de passer par les points $A(0;55)$ et $B(5;112)$.
   Calculer les valeurs exactes de $a$ et $b$ telles que la fonction $f$ vérifie cette condition, puis donner la valeur approchée arrondie à $10^{-2}$ près de $b$.
2. Pour la suite, on considérera que $f(x) = 55 \times 1{,}15^x$ pour tout réel $x$ de l'intervalle $[0;+\infty[$.
   Estimer grâce à ce nouvel ajustement le chiffre d'affaires, en milliers d'euros, réalisé en 2011 (on arrondira le résultat au centième).

#### PARTIE 4

*Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Estimer en quelle année le chiffre d'affaires aura dépassé pour la première fois 300 milliers d'euros, en utilisant successivement les ajustements affine et exponentiel des parties 2 et 3.

### EXERCICE 2 *Antilles-Guyane Septembre 2009 (1)*

1. « Un accroissement de population de 1,8 % par an peut paraître faible, il correspond pourtant à un doublement de la population en 40 ans ».
   Cette affirmation est-elle exacte ? Justifier.

2. D'après l'INED (Institut National d'Etudes Démographiques), la population mondiale a suivi l'évolution suivante :

| année | 1960 | 1970 | 1980 | 1990 | 2000 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang : $x_i$ $(0 \leqslant x_i \leqslant 40)$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| Population : $y_i$ en millions d'habitants | 3014 | 3683 | 4453 | 5201 | 6080 |

a) Calculer $T$, le taux d'évolution en pourcentage de la population mondiale entre 1960 et 2000 (arrondir à 0,1 % près).

b) On appelle $t$ le taux d'évolution moyen annuel, en %, entre 1960 et 2000.
Montrer que $t$ vérifie $\left(1+\dfrac{t}{100}\right)^{40} \approx 2{,}017$. En déduire une valeur approchée de $t$ (arrondie au dixième de pourcentage).

3. On suppose qu'à partir de l'an 2000, le taux d'évolution annuel de la population reste constant et égal à 1,8 %. Donner une estimation de la population mondiale en 2008 à 100 millions près.

4. a) On décide de modéliser les données du tableau ci-dessus avec un ajustement affine.
À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés.

b) Calculer la population mondiale en millions d'habitants qui aurait dû être atteinte en 2008 d'après ce modèle (à 100 millions près).

5. En fait, en 2008 on vient de dépasser 6,5 milliards d'habitants. Des deux estimations précédentes, laquelle est la plus proche de la réalité ?

## EXERCICE 3

*Asie 2009 (1)*

Le tableau ci-dessous donne le prix du kilogramme de pain dans un quartier d'une grande ville depuis 2001 (les prix sont relevés au premier janvier).

| Année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Prix $y_i$ du kilogramme de pain en euro | 1,90 | 1,94 | 2,01 | 2,07 | 2,13 | 2,16 |

1. Calculer le pourcentage d'évolution du prix du kilogramme de pain dans ce quartier entre les années 2000 et 2005. On donnera une valeur arrondie au centième.

2. Représenter le nuage de points associé à la série $(x_i ; y_i)$ dans un repère du plan.

a) Pourquoi un ajustement affine du nuage de points est-il justifié ?

b) Déterminer une équation de la droite $(D)$ d'ajustement affine de $y$ en $x$ obtenue par méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à $10^{-3}$ près.

c) Représenter la droite $(D)$ dans le repère précédent,

d) En admettant que le modèle précédent est valable pour les années suivantes, calculer le prix du kilogramme de pain dans ce quartier en 2010 (valeur arrondie au centième).

3. On considère maintenant un autre modèle pour étudier l'évolution du prix du kilogramme de pain dans ce quartier. Les relevés de prix entre 2005 et 2008 ont permis de constater que le prix du kilogramme de pain a augmenté de 1,5 % par an.
En admettant que le prix du kilogramme de pain continue d'augmenter chaque année de 1,5 % calculer le prix du kilogramme de pain dans ce quartier en 2010 (valeur arrondie au centième.

4. Pour chacun des modèles précédents, déterminer à partir de quelle année le prix du kilogramme de pain dans ce quartier dépassera 2,60 euros.

**EXERCICE 4** *Nouvelle Calédonie 2009 (2)*

Le tableau ci-dessous donne les taux d'équipement des ménages français en lecteurs de DVD, de 1998 à 2006.

| année | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| rang de l'année $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| pourcentage $y$ | 0,2 | 1,5 | 4,9 | 12,0 | 23,3 | 41,6 | 59,9 | 75,0 | 76,9 |

Sources : GIK-CNC/DEPS

**PARTIE I**

1. Représenter la série $(x; y)$ sur le graphique en annexe 1.
2. Donner, sans justification, une équation de la droite d'ajustement de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à 0,001 près).
3. Donner une estimation du taux d'équipement des ménages français en 2010 en utilisant cet ajustement. Que pensez-vous du résultat ?

**PARTIE II**

On admettra que la fonction $f$ définie et dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{82,75}{1+116,8\text{e}^{-x}}$ représentée sur le graphique en annexe 1 réalise un bon ajustement de cette série.

1. a) Déterminer le sens de variation de cette fonction.

   b) Donner, en utilisant ce nouvel ajustement, le taux d'équipement prévu en 2010 et en 2012.

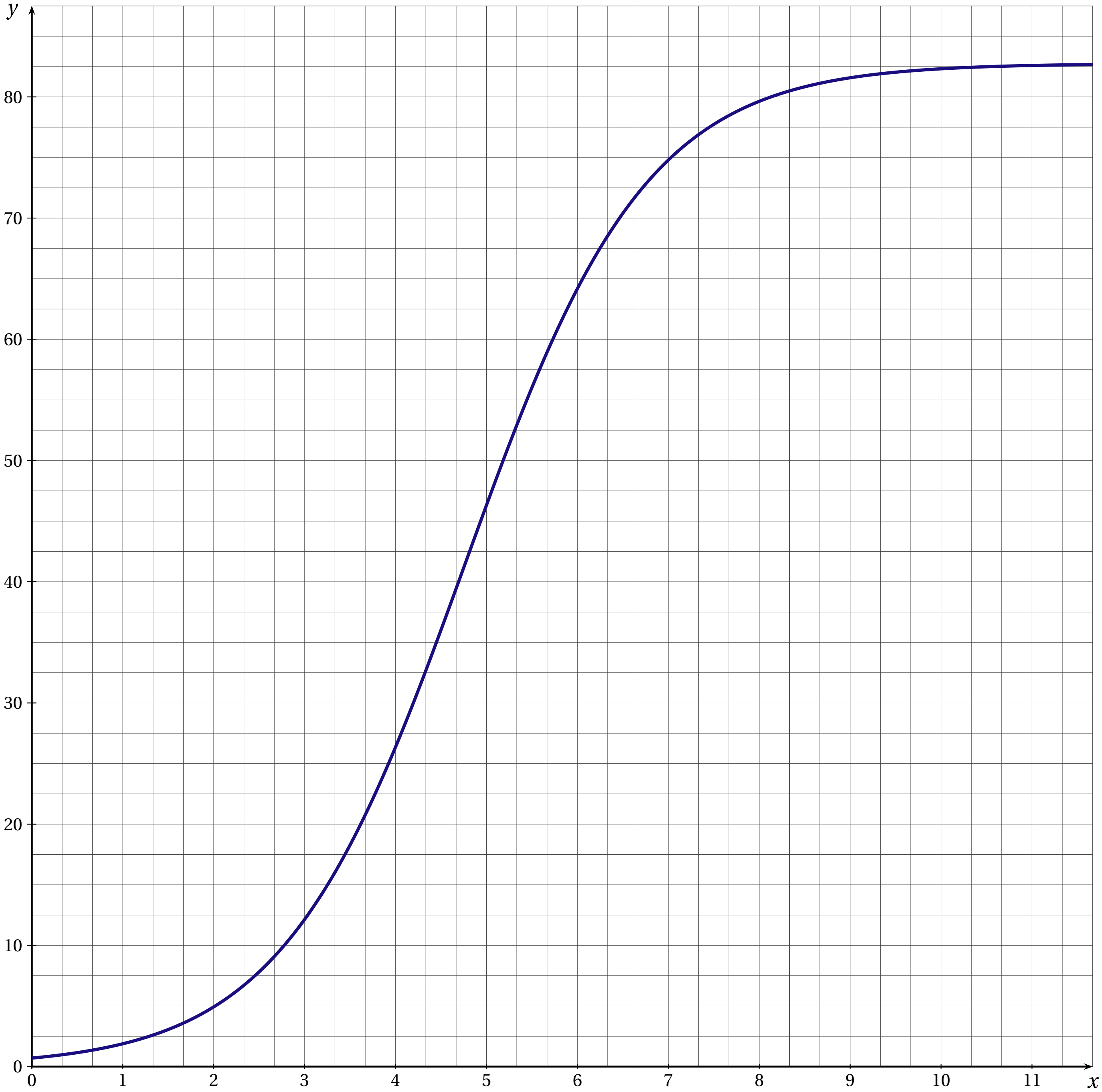
   (On arrondira le résultat au centième).
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En utilisant ce modèle, peut-on estimer que le taux d'équipement des ménages atteindra 90 % ? Si oui, en quelle année ?

**ANNEXE 1**

(*À compléter et à rendre avec la copie*)

**EXERCICE 2 (COMMUN À TOUS LES CANDIDATS)**



# V SPÉCIALITÉ

## V. 1 GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

### EXERCICE 1

*France Métropolitaine Septembre 2009 (2)*

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O};\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$.
Sur le dessin joint en annexe, on a placé les points $A(0;2;0)$, $B(0;0;6)$, $C(4;0;0)$, $D(0;4;0)$ et $E(0;0;4)$.
Soit $(P)$ le plan d'équation $3y+z=6$.
Il est représenté par ses traces sur le plan de base sur le dessin joint en annexe.

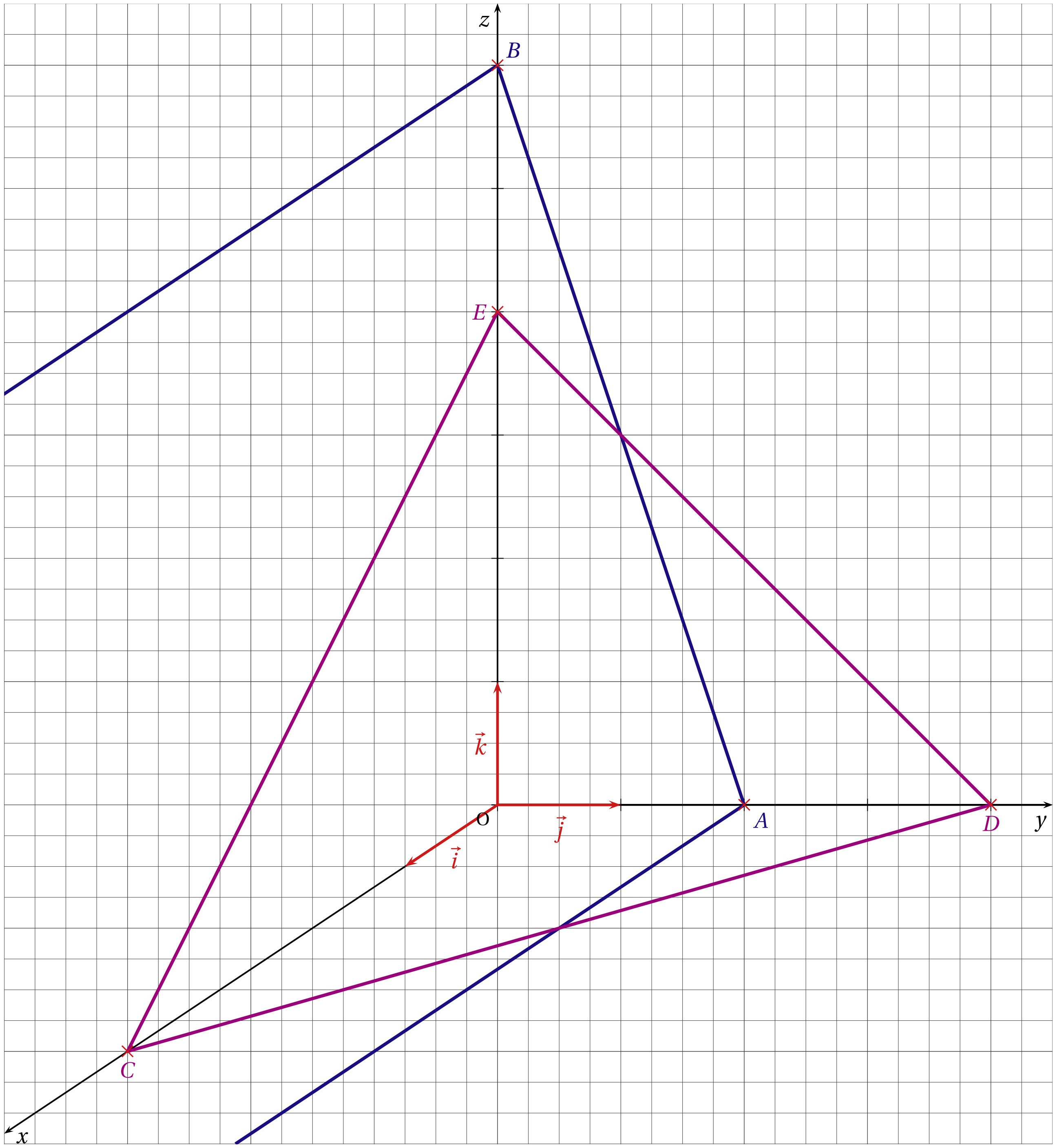
1. a) Démontrer que les points $C$, $D$ et $E$ déterminent un plan que l'on notera $(CDE)$.
   b) Vérifier que le plan $(CDE)$ a pour équation $x+y+z=4$.
2. a) Justifier que les plans $(P)$ et $(CDE)$ sont sécants. On note $(\Delta)$ leur intersection.
   b) Sans justifier, représenter $(\Delta)$ en couleur (ou à défaut en traits pointillés) sur la figure en annexe.
3. On considère les points $F(2;0;0)$ et $G(0;3;0)$.
   On note $(Q)$ le plan parallèle à l'axe $\left(\text{O};\ \vec{k}\right)$ et contenant les points $F$ et $G$.
   a) Placer sur la figure en annexe les points $F$ et $G$.
   Sans justifier, représenter le plan $(Q)$ par ses traces sur les plans de base, d'une autre couleur (ou à défaut en larges pointillés), sur la figure en annexe.
   b) Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que $ax+by=6$ soit une équation du plan $(Q)$.
4. L'intersection des plans $(CDE)$ et $(Q)$ est la droite $\left(\Delta'\right)$.
   Sans justifier, représenter la droite $\left(\Delta'\right)$, d'une troisième couleur (ou à défaut en très larges pointillés), sur la figure en annexe.
5. On considère le système de trois équations à trois inconnues suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} 3y+z & = & 6 \\ x+y+z & = & 4 \\ 3x+2y & = & 6 \end{array}\right.$$

   a) Résoudre ce système.
   b) Que peut-on alors en déduire pour les droites $(\Delta)$ et $\left(\Delta'\right)$ ?

**ANNEXE 1**

(À remettre avec la copie)



## V. 2 FONCTIONS DE DEUX VARIABLES

### EXERCICE 1

*La Réunion 2009 (3)*

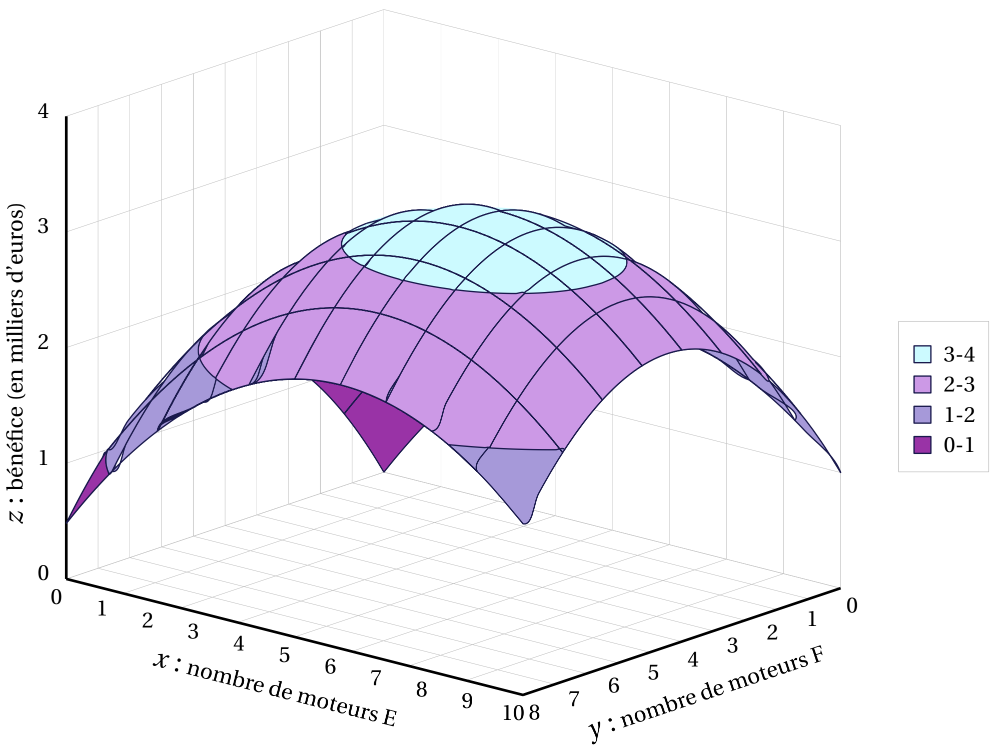
Une usine produit deux types E et F de moteurs.
Le bénéfice $B$, exprimé en milliers d'euros, pour une production journalière de $x$ moteurs E et $y$ moteurs F est :

$$B(x; y) = -0{,}05x^2 - 0{,}08y^2 + 0{,}6x + 0{,}7y.$$

On admet que la production totale est vendue et que $0 \leqslant x \leqslant 10; 0 \leqslant y \leqslant 8$.

1. Calculer le bénéfice réalisé avec :
   a) Une production de 7 moteurs E et de 5 moteurs F.
   b) Une production de 10 moteurs E et aucun moteur F.
2. La fonction $B$ est représentée par la surface $S$ (figure ci-dessous).
   L'usine veut obtenir un bénéfice dépassant 3000 €. Par lecture graphique de $B$ :
   a) Si l'usine fabrique 6 moteurs F, indiquer le nombre de moteurs E qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.
   b) Si l'usine fabrique 8 moteurs E, indiquer le nombre de moteurs F qu'il faut produire pour atteindre cet objectif. Préciser les différentes possibilités.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DU BÉNÉFICE $B$




3. La demande contraint l'usine à fabriquer autant de moteurs E que de moteurs F. Dans ce cas :
   a) Exprimer, en fonction de $x$, le bénéfice $B$ réalisé, lorsque $x$ varie de 0 à 8.
   b) Déterminer la production permettant de réaliser le bénéfice maximal.
   Calculer ce bénéfice maximal exprimé en euros.

**EXERCICE 2** *Liban 2009 (4)*

Une entreprise de services à la personne propose dans ses services l'entretien de jardins. Pour ce service, cette entreprise a recours à des employés à temps partiel pour une durée globale de $x$ heures, et elle loue le matériel nécessaire pour une durée globale de $y$ heures. La surface de jardin traitée en une semaine, exprimée en centaines de m$^2$, est donnée par la fonction $f(x;y) = \sqrt{2xy}$ où $x$ et $y$ sont exprimées en heures.

Une heure de travail coûte 15 euros et une heure de location du matériel coûte 30 euros. Les contraintes matérielles imposent que $0 \leq x \leq 120$ et $0 \leq y \leq 100$.
La figure 1 donnée en annexe représente la surface $\mathscr{S}$ d'équation $z = f(x;y)$.
La figure 2 donnée en annexe représente la projection orthogonale de la surface $\mathscr{S}$ sur le plan $(x\text{O}y)$, les courbes de niveau de cette surface étant représentées pour $z$ variant de 10 en 10.

1. a) Les points $A(20;40;z_A)$ et $B\left(60;y_B;60\right)$ sont des points de la surface $\mathscr{S}$.
   Déterminer pour chacun la coordonnée manquante.
   b) Lire sur la figure 1 les coordonnées du point $C$ et en donner une interprétation concrète.
   c) Placer sur la figure 1 le point $D$ de coordonnées $(10;80;40)$.
   d) Donner la nature de la courbe de niveau $z = 50$.
2. Les contraintes financières imposent de fixer le coût hebdomadaire correspondant à 2400 euros.
   a) Démontrer que $x$ et $y$ sont liés par la relation $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$.
   b) Quelle est la nature de l'ensemble $(\mathscr{E})$ des points $M(x;y;z)$ de l'espace dont les coordonnées vérifient $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$ ?
   c) Représenter l'ensemble $(\mathscr{E})$ sur la figure 2 de l'annexe.
   d) En déduire graphiquement la surface de jardin maximum qu'on peut traiter avec un coût hebdomadaire de 2400 euros.
3. a) Vérifier que, sous la contrainte $y = -\dfrac{1}{2}x + 80$, $z$ peut s'écrire sous la forme $z = g(x)$, $g$ étant la fonction définie sur $[0\,;\,120]$ par $g(x) = \sqrt{160x - x^2}$.
   b) Démontrer que sur $]0;120]$, $g'(x) = \dfrac{80 - x}{\sqrt{160x - x^2}}$, $g'$ désignant la fonction dérivée de $g$, puis démontrer que la fonction $g$ admet un maximum sur l'intervalle $[0;120]$.
   c) En déduire le temps de travail et la durée de location hebdomadaire qui permettent de traiter une surface maximum.

**FIGURE 1**

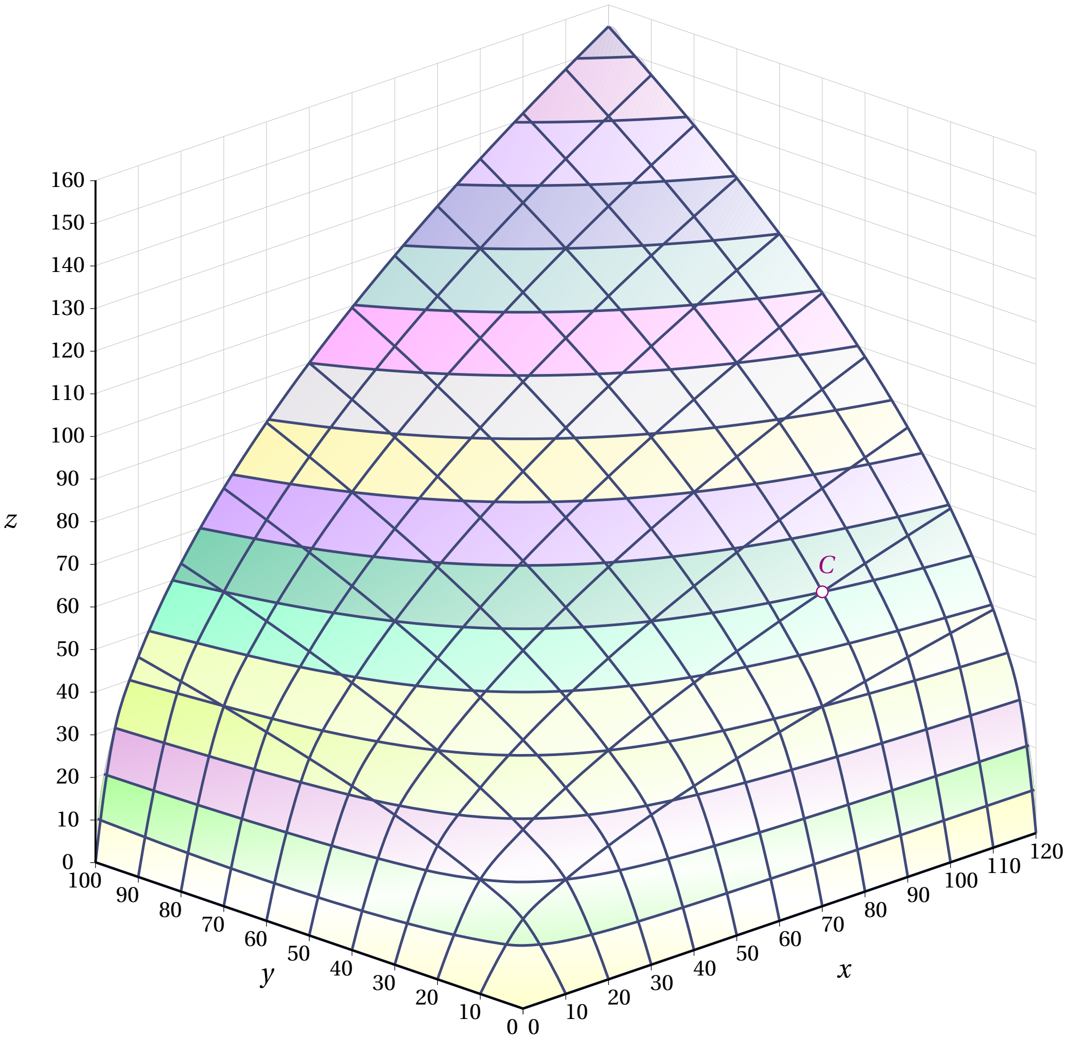
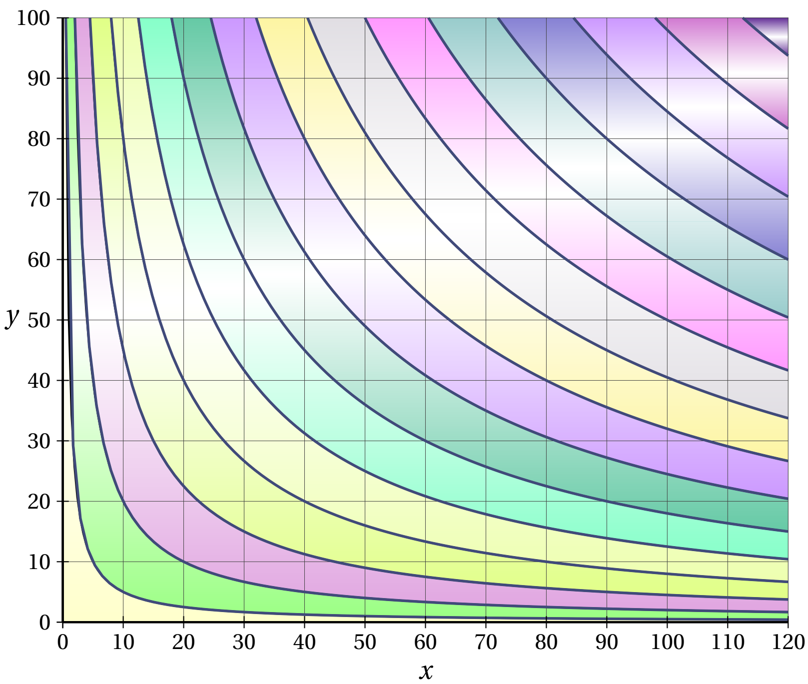



**FIGURE 2**

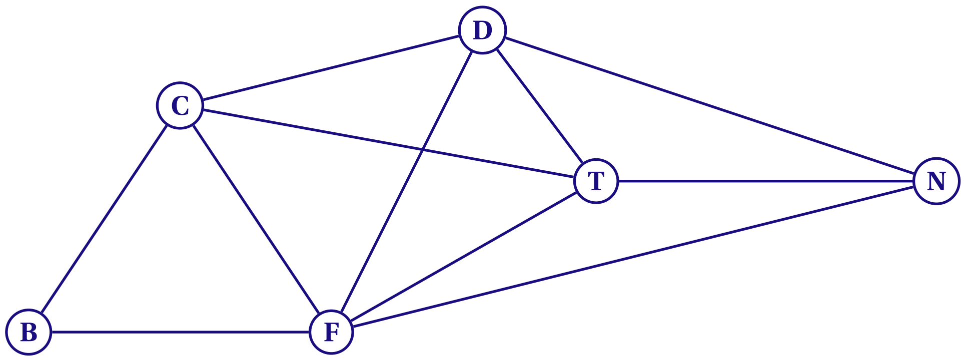


## V. 3 GRAPHES

### EXERCICE 1

*Amérique du Nord 2009 (3)*

Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.
On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.




1. a) Recopier et compléter le tableau suivant :

| Sommets | B | C | D | F | N | T |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Degré des sommets du graphe | | | | | | |

   b) Justifier que le graphe est connexe.

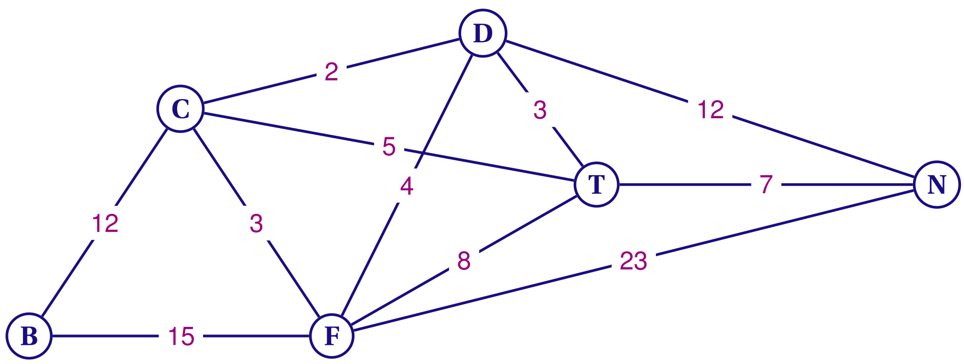
2. Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.

3. Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur. On note $n$ le nombre chromatique du graphe.

   a) Montrer que $4 \leq n \leq 6$.

   b) Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

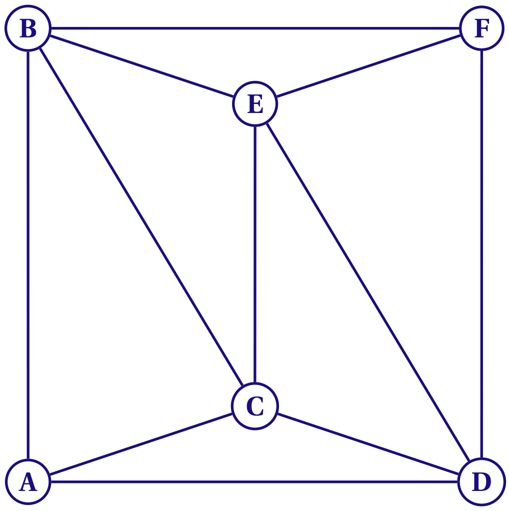
4. Le groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N. Les distances en kilomètres entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe.




Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet. Justifier la réponse.

**EXERCICE 2** *Antilles-Guyane 2009 (4)*

On considère le graphe $\mathcal{G}$ suivant :

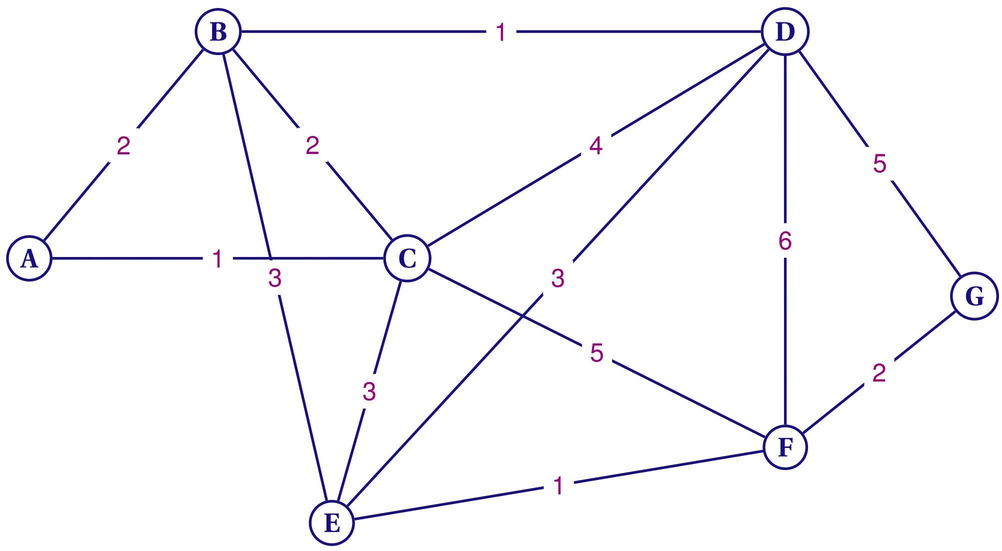



1. Le graphe $\mathcal{G}$ est-il connexe ? Expliquer la réponse.
2. Le graphe $\mathcal{G}$ admet-il des chaînes eulériennes ? Si oui, en préciser une.
3. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe $\mathcal{G}$. Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
4. Déterminer un encadrement du nombre chromatique du graphe $\mathcal{G}$. Justifier la réponse.
5. Déterminer alors ce nombre chromatique, en explicitant clairement la démarche.
6. Déterminer la matrice $M$ associée à ce graphe (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).
7. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 8 & 10 & 6 & 5 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 8 & 11 & 8 & 11 & 11 & 6 \\ 10 & 6 & 11 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 11 & 11 & 8 & 8 \\ 5 & 10 & 6 & 10 & 8 & 4 \end{pmatrix}$

   Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 partant du sommet A et aboutissant au sommet F. Citer alors toutes ces chaînes.

**EXERCICE 3** *France Métropolitaine Juin 2009 (2)*

Le graphe ci-dessous représente le plan d'une ville.
Le sommet A désigne l'emplacement des services techniques.
Les sommets B, C, D, E, F et G désignent les emplacements de jardins publics. Une arête représente l'avenue reliant deux emplacements et est pondérée par le nombre de feux tricolores situés sur le trajet.




**Les parties I et II sont indépendantes.**

**PARTIE I**

On s'intéresse au graphe non pondéré.

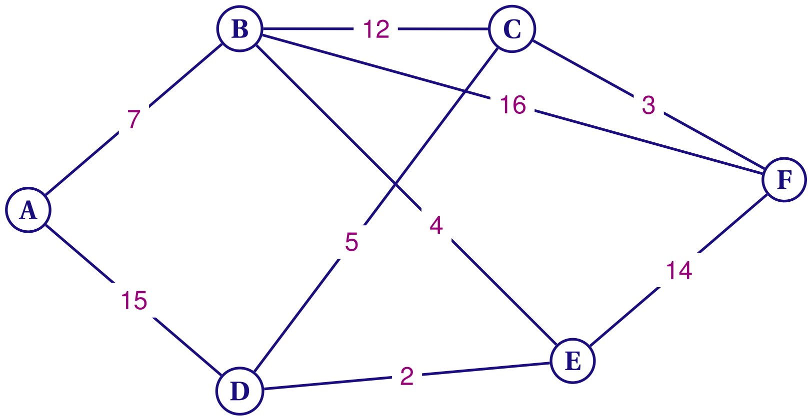
1. Répondre sans justification aux quatre questions suivantes :
   a) Ce graphe est-il connexe ?
   b) Ce graphe est-il complet ?
   c) Ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ?
   d) Ce graphe admet-il un cycle eulérien ?
2. Déterminer, en justifiant, le nombre chromatique de ce graphe.

**PARTIE II**

On s'intéresse au graphe pondéré.
Proposer un trajet comportant un minimum de feux tricolores reliant A à G.
La réponse sera justifiée par un algorithme.

## EXERCICE 4 *Pondichéry 2009 (2)*

Une agence de voyages organise différentes excursions dans une région du monde et propose la visite de sites incontournables, nommés A, B, C, D, E et F.
Ces excursions sont résumées sur le graphe ci-dessous dont les sommets désignent les sites, les arêtes représentent les routes pouvant être empruntées pour relier deux sites et le poids des arêtes désigne le temps de transport (en heures) entre chaque site.




1. Justifier que ce graphe est connexe.
2. Un touriste désire aller du site A au site F en limitant au maximum les temps de transport.

   a) En utilisant un algorithme, déterminer la plus courte chaîne reliant le sommet A au sommet F.

   b) En déduire le temps de transport minimal pour aller du site A au site F.

3. Un touriste désirant apprécier un maximum de paysages souhaite suivre un parcours empruntant toutes les routes proposées une et une seule fois.
   Si ce parcours existe, le décrire sans justifier; dans le cas contraire justifier qu'un tel parcours n'existe pas.

## V. 4 GRAPHES PROBABILISTES

### EXERCICE 1 *Antilles-Guyane Septembre 2009 (4)*

#### PARTIE A

Dans une résidence de vacances d'été, les touristes vont tous les jours à la plage. Ils disposent pour se déplacer de deux moyens de locomotion : un minibus ou des bicyclettes. Le séjour dure un mois pour tous les vacanciers.
Chaque jour, ils peuvent modifier leur choix de transport. Le premier jour, 80 % des touristes choisissent le minibus.
On considère qu'ensuite, chaque jour, 30 % de ceux qui ont pris le minibus la veille choisissent la bicyclette et 15 % des vacanciers qui avaient emprunté la bicyclette la veille, choisissent le minibus.
Soit $n$ est un entier entre 1 et 31. On appelle $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ la matrice traduisant l'état probabiliste relatif au $n$-ième jour, où :
$a_n$ représente la proportion des vacanciers choisissant le minibus le jour $n$ ;
$b_n$ représente la proportion des vacanciers choisissant la bicyclette le jour $n$.

1. Représenter cette situation par un graphe probabiliste.
2. Écrire la matrice de transition, notée $M$, associée à cette situation.
3. Déterminer l'état initial $P_1$.
4. a) Calculer $P_2$ (faire apparaître les calculs). Interpréter le résultat obtenu.
   b) On suppose que $M^5 = \begin{pmatrix} 0{,}367 & 0{,}633 \\ 0{,}317 & 0{,}683 \end{pmatrix}$ et $M^6 = \begin{pmatrix} 0{,}352 & 0{,}648 \\ 0{,}324 & 0{,}676 \end{pmatrix}$, les coefficients ayant été arrondis au millième.
   En utilisant la matrice qui convient, déterminer la répartition prévisible le 6$^{e}$ jour. On donnera le résultat en pourcentage arrondi à 1 % près.
5. Soit $P = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ la matrice correspondant à l'état stable.
   Déterminer $x$ et $y$ ; en donner une interprétation.
6. Montrer que pour $n$ entier compris entre 1 et 30 on a $a_{n+1} = 0{,}55a_n + 0{,}15$.

#### PARTIE B

Pour $n$ entier, $n \geqslant 1$, on définit la suite $(u_n)$ par :

$$u_{n+1} = 0{,}55u_n + 0{,}15 \quad \text{et} \quad u_1 = 0{,}8.$$

1. On pose $U_n = u_n - \dfrac{1}{3}$.
   Montrer que la suite $(U_n)$ est géométrique. On précisera la raison et le premier terme de cette suite.
2. Exprimer $U_n$ puis $u_n$ en fonction de $n$.
3. En déduire la limite de la suite $(u_n)$. Quel résultat retrouve-t-on ?

### EXERCICE 2 *Asie 2009 (2)*

Un enfant joue aux fléchettes. Un adulte observe son jeu et remarque que si l'enfant atteint la cible lors d'un lancer, alors il atteint encore la cible au lancer suivant avec une probabilité égale à $\dfrac{3}{4}$.
Si l'enfant n'atteint pas la cible lors d'un lancer, alors il atteint la cible au lancer suivant avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{8}$.

Lors du premier lancer, l'enfant atteint la cible avec une probabilité égale à $\dfrac{1}{10}$.

1. On note $C$ l'état : « l'enfant atteint la cible » et on note $R$ l'état : « l'enfant n'atteint pas la cible ».
   a) Représenter la situation par un graphe probabiliste.
   b) Écrire la matrice de transition $M$ de ce graphe en considérant les états dans l'ordre alphabétique.
2. On désigne par $n$ un nombre entier naturel non nul.
   Soient $C_n$ l'évènement : « l'enfant atteint la cible au $n$-ième lancer » et $R_n$ l'évènement : « l'enfant n'atteint pas la cible au $n$-ième lancer ». L'état probabiliste lors du $n$-ième lancer est donné par la matrice ligne $E_n = \begin{pmatrix} c_n & r_n \end{pmatrix}$ où $c_n$ désigne la probabilité de l'évènement $C_n$ et $r_n$ la probabilité de l'évènement $R_n$.
   a) Écrire la matrice ligne $E_1$ de l'état probabiliste initial.
   b) Déterminer la matrice ligne $E_3$ et donner une interprétation du résultat obtenu.
3. Soit $E = \begin{pmatrix} c & r \end{pmatrix}$ la matrice ligne de l'état probabiliste stable.
   a) Déterminer $c$ et $r$.
   b) L'adulte affirme qu'après un très grand nombre de lancers, l'enfant a deux fois plus de chance de manquer la cible que de l'atteindre. Cette affirmation est-elle justifiée ?

## EXERCICE 3

*Centres étrangers 2009 (2)*

Chaque mois, un institut de sondage donne la cote de popularité d'un même groupe politique dans l'opinion publique. Les personnes sondées sont, soit favorables, soit défavorables à ce groupe. Initialement, il y a autant de personnes favorables à ce groupe politique que de personnes qui lui sont défavorables. De chaque mois au mois suivant, on considère que :

— 10 % des personnes qui étaient favorables à ce groupe politique ne le sont plus.

— 15 % des personnes qui n'étaient pas favorables à ce groupe politique le deviennent.

On note, pour tout entier naturel $n$ :

— $a_n$, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard au bout de $n$ mois soit favorable à ce groupe politique.

— $b_n$, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard au bout de $n$ mois ne soit pas favorable à ce groupe politique.

— $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$, la matrice traduisant l'état probabiliste au bout de $n$ mois.

On note $M$ la matrice de transition telle que, pour tout entier naturel $n$ : $P_{n+1} = P_n \times M$.

### PREMIÈRE PARTIE

1. Déterminer la matrice $P_0$ donnant l'état probabiliste initial.
2. Déterminer le graphe probabiliste correspondant à la situation.
3. On admet que $M = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}1 \\ 0{,}15 & 0{,}85 \end{pmatrix}$.
   Déterminer la matrice $P_2$ en détaillant les calculs, (on donnera les coefficients sous forme décimale arrondie au centième).
4. Déterminer l'état stable et interpréter ce résultat.

### DEUXIÈME PARTIE

1. Montrer que $a_{n+1} = 0{,}75a_n + 0{,}15$ pour tout entier naturel $n$.
2. On considère la suite $(u_n)$ telle que $u_n = a_n - 0{,}6$ pour tout entier naturel $n$.
   a) Démontrer que la suite $(u_n)$ est géométrique de raison 0,75.
   b) En déduire que $a_n = -0{,}1 \times (0{,}75)^n + 0{,}6$ pour tout entier naturel $n$.
   c) Calculer la limite de $a_n$ quand $n$ tend vers $+\infty$. Comment peut-on interpréter cette limite ? En quoi ce résultat est-il cohérent avec celui demandé à la question 4. de la première partie.

**EXERCICE 4** *Nouvelle Calédonie 2009 (3)*

Par suite d'une forte augmentation du prix des carburants de 2007 à 2008, certains salariés d'une entreprise changent de mode de déplacement pour se rendre sur leur lieu de travail.
En 2007, 60 % des salariés utilisaient leur voiture personnelle.
En 2008, 30 % des salariés utilisant leur voiture en 2007 ne l'utilisent plus et 5 % des personnes ne l'utilisant pas en 2007 l'utilisent en 2008.

On appelle les états suivants :

A l' état : « la personne utilise sa voiture » ;

B l' état : « la personne n'utilise pas sa voiture ».

On suppose que cette évolution se poursuit d'une année à l'autre à partir de 2008 et on appelle, pour tout entier naturel $n$, $P_n$, la matrice ligne donnant l'état probabiliste des moyens de déplacement des salariés de cette entreprise au cours de l'année $(2007+n)$.
On pose $P_n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \end{pmatrix}$ et on a $P_0 = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0{,}4 \end{pmatrix}$.

1. Tracer un graphe probabiliste représentant la situation décrite ci-dessus.
2. Donner la matrice de transition correspondant à ce graphe probabiliste, en respectant l'ordre alphabétique des sommets.
3. En supposant que cette évolution se poursuive et en utilisant la question précédente, quelle est la probabilité qu'un salarié de cette entreprise utilise sa voiture personnelle en 2009 ? En 2010 ?
   (On arrondira les résultats obtenus au centième).
4. a) Démontrer que pour tout entier naturel $n$, on a la relation : $a_{n+1} = 0{,}7a_n + 0{,}05b_n$.
   En déduire que $a_{n+1} = 0{,}65a_n + 0{,}05$.
   b) On admet que $a_n$ peut alors s'écrire, pour tout entier naturel $n$, $a_n = \dfrac{1}{7} + \dfrac{16}{35} \times 0{,}65^n$.
   Vérifier la validité de cette formule pour $a_0$, $a_1$ et $a_2$.
5. a) Déterminer la limite de la suite $(a_n)$.
   b) En supposant que cette évolution se poursuive, est-il possible d'envisager qu'à terme aucun des salariés de cette entreprise n'utilise sa voiture personnelle pour aller au travail ? Justifier la réponse.

**EXERCICE 5** *Polynésie Septembre 2009 (3)*

On considère une population donnée d'une île de Bretagne se rendant régulièrement sur le continent. Deux compagnies maritimes A et B effectuent la traversée.
En 2008, 60 % de la population voyage avec la compagnie A. Les campagnes publicitaires font évoluer cette répartition. Une enquête indique alors que chaque année 20 % des clients de la compagnie A l'abandonnent au profit de la compagnie B et que 10 % des clients de la compagnie B choisissent la compagnie A.
Pour tout entier naturel $n$, l'état probabiliste de l'année $2008+n$ est défini par la matrice ligne $\begin{pmatrix} x_n & y_n \end{pmatrix}$ où $x_n$ désigne la proportion de la population qui voyage avec la compagnie A et $y_n$ la proportion de la population qui voyage avec la compagnie B.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.
2. Écrire la matrice de transition $M$ de ce graphe en prenant les sommets A et B dans cet ordre.
3. Préciser l'état initial $P_0$ puis montrer que $P_1 = \begin{pmatrix} 0{,}52 & 0{,}48 \end{pmatrix}$.
4. Déterminer la répartition prévisible du trafic entre les compagnies A et B en 2011.
5. Déterminer l'état stable et l'interpréter.
6. Montrer que, pour tout entier naturel $n$, $x_{n+1} = 0{,}7x_n + 0{,}1$.
7. On admet que, pour tout entier naturel $n$, $x_n = \dfrac{4}{15} \times 0{,}7^n + \dfrac{1}{3}$.
   Déterminer la limite de la suite $(x_n)$ et l'interpréter.

## V. 5 SUITES

### EXERCICE 1 *Amérique du Sud 2009 (2)*

Soit la suite $(u_n)$ définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel $n$ par $u_{n+1} = \dfrac{2u_n + 4}{3}$.

1. Calculer $u_1$, $u_2$ et $u_3$.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$(unités graphiques : 2 cm).
   Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x+4}{3}$.
   a) Tracer la représentation graphique $d$ de la fonction $f$ ainsi que la droite $\Delta$ d'équation $y = x$.
   b) En utilisant $d$ et $\Delta$, construire $u_1$, $u_2$ et $u_3$.
   c) Conjecturer $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ à l'aide de la construction, que l'on peut imaginer, d'un grand nombre de termes de la suite $(u_n)$.
3. On considère la suite $(v_n)$ définie pour tout entier naturel $n$ par $v_n = u_n - 4$.
   a) Montrer que la suite $(v_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer $v_n$ en fonction de $n$ et en déduire que $u_n = 4 - 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.
   c) Quelle est la limite de la suite $(u_n)$ ?

### EXERCICE 2 *Polynésie 2009 (2)*

Soit $(u_n)$ la suite définie par :

$$u_0 = 8 \quad \text{et pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 0{,}85u_n + 1{,}8.$$

1. Sur une feuille de papier millimétré construire un repère orthonormé (unité 1 cm), où l'axe des ordonnées est placé à gauche de la feuille.
   a) Dans ce repère, tracer les droites d'équations respectives $y = 0{,}85x + 1{,}8$ et $y = x$.
   b) Dans ce repère, placer $u_0$ sur l'axe des abscisses puis, en utilisant les droites précédemment tracées, construire sut le même axe $u_1$, $u_2$ et $u_3$. On laissera apparents les traits de construction.
   c) À l'aide du graphique, conjecturer la limite de la suite $(u_n)$.
2. Soit $(v_n)$ la suite définie pour tout entier naturel $n$, par $v_n = u_n - 12$.
   a) Démontrer que $(v_n)$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer, pour tout entier naturel $n$, $v_n$ en fonction de $n$.
   En déduire que, pour tout entier naturel $n$, $u_n = 12 - 4 \times 0{,}85^n$.
   c) Donner le sens de variation de la suite $(v_n)$. En déduire celui de la suite $(u_n)$.
   d) Déterminer la limite de la suite $(u_n)$.
3. Un magazine est vendu uniquement par abonnement. On a constaté que :
   — il y a 1800 nouveaux abonnés chaque année;
   — d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.
   
   En 2008, il y avait 8000 abonnés.
   a) Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite $(u_n)$ où $u_n$ désigne le nombre de milliers d'abonnés en $(2008 + n)$.
   b) En utilisant la question 2. b., calculer une estimation du nombre d'abonnés en 2014.

# BACCALAURÉAT 2009

SÉRIE ES : INDEX DES DIFFÉRENTS SUJETS