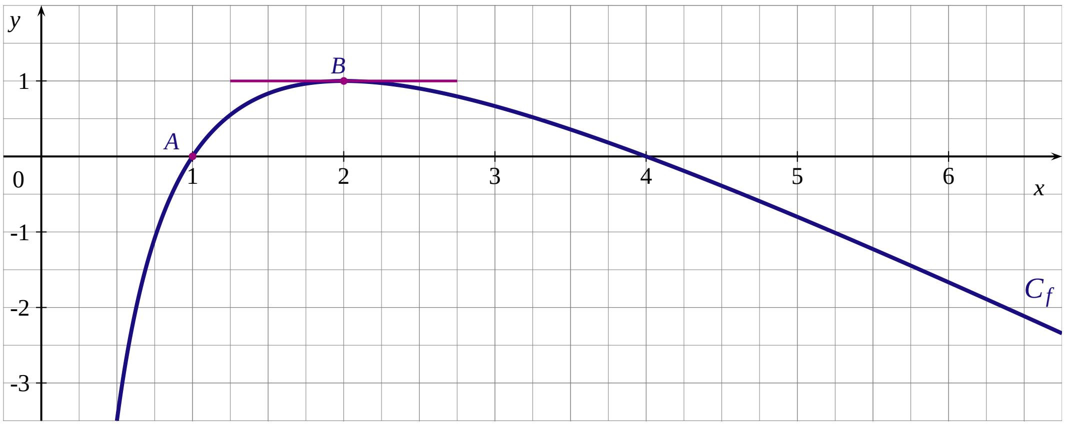
EXERCICE 1

Au 1er janvier 2005, une petite ville avait une population de 15 000 habitants.
Une étude a permis de constater qu'à partir du 1er janvier 2005, du fait des flux migratoires :
8% des habitants quittent la ville chaque année et 1 000 personnes supplémentaires viennent s'installer chaque année dans cette ville.
Pour tout entier naturel n, on appelle u_n le nombre d'habitants de cette ville le 1er janvier de l'année $(2005+n)$.
Ainsi, $u_0 = 15000$.

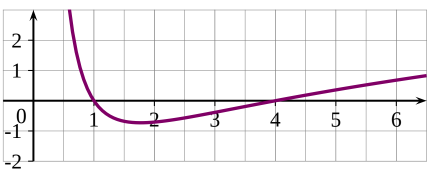
1. a. Calculer u_1, et u_2.
   La suite (u_n) de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.
   b. Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}92u_n + 1000$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 12500$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison et son premier terme v_0.
   b. Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 2500 \times 0{,}92^n + 12500$.
3. En se basant sur ce modèle théorique, quel serait le pourcentage d'évolution du nombre d'habitants de la ville entre le 1er janvier 2005 et le 1er janvier 2015 ? (Arrondir le résultat à 0,1% près)

EXERCICE 2

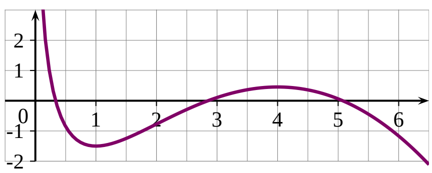
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x}$ où a, b et c sont trois réels. Sa courbe représentative notée C_f est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal. On note f' la dérivée de la fonction f.
La courbe C_f passe par les points $A(1;0)$ et $B(2;1)$. La tangente à la courbe C_f au point B est parallèle à l'axe des abscisses.



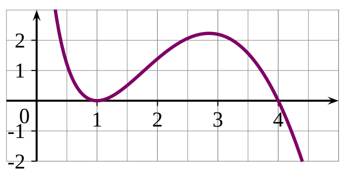
1. Déterminer $f'(2)$.
2. Exprimer $f'(x)$ à l'aide de a, b et c.
3. Calculer a, b et c et donner l'écriture de $f(x)$.
4. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{4-x^2}{x^2}$. Étudier le signe de $f'(x)$, en déduire le tableau des variations de la fonction f.
5. Donner une équation de la tangente T à la courbe au point A. Tracer cette droite sur le graphique précédent.
6. Des trois courbes représentées ci-dessous, quelle est celle qui est la représentation graphique d'une fonction F définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ et ayant pour dérivée la fonction f ?



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3