EXERCICE 1

Un bijoutier propose des perles de culture pour fabriquer des bijoux.
60 % des perles disponibles dans son stock sont argentées et les autres perles sont noires.
Le bijoutier choisit dans son stock dix perles au hasard et de manière indépendante. On admet que le nombre de perles est suffisamment grand pour que le choix d'une perle soit assimilé à un tirage avec remise.
Soit X la variable aléatoire associée au nombre de perles argentées choisies.
Toutes les probabilités seront données sous forme décimale arrondie à 10^{-3} *près.*

1. Quelle est la loi de probabilité de X ?
2. Calculer la probabilité que toutes les perles choisies soient argentées.
3. Calculer la probabilité que la moitié des perles choisies soient argentées.
4. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux perles argentées.

EXERCICE 2

La société « Vélibre », spécialisée dans la location de vélos, a été créée en janvier 2010 avec un parc de 150 vélos neufs.
Afin de conserver un parc de bonne qualité, le directeur de la société a décidé :

— de racheter 40 vélos neufs en janvier de chaque année ;

— de revendre 20% des vélos en janvier 2011 et en janvier 2012 ;

— de revendre 20% au moins des vélos les plus usagés en janvier de chaque année suivante.

1. Déterminer le nombre de vélos du parc pour janvier 2011 et janvier 2012.
2. Pour tout nombre entier naturel n, on modélise le nombre approximatif de vélos du parc en janvier de l'année $2010+n$ par les termes de la suite (U_n) définie pour tout nombre entier naturel n par :

$$U_{n+1} = 0{,}8U_n + 40 \text{ et } U_0 = 150$$

   a) Pour connaître l'évolution du nombre approximatif de vélos du parc, le directeur utilise un tableur. Voici un extrait de sa feuille de calcul :

	A	B	C	D	E
1	Valeur de n	Valeur de U_n		Valeur de n	Valeur de U_n
2	0	150		18	199,10
3	1	160		19	199,28
4	2	168		20	199,42
5	3	174,4		21	199,54
6	4	179,52		22	199,63
7	5	183,62		23	199,70
8	6	186,89		24	199,76
9	7	189,51		25	199,81
10	8	191,61		26	199,85
11	9	193,29		27	199,88
12	10	194,63		28	199,90
13	11	195,71		29	199,92
14	12	196,56		30	199,94

   Conjecturer le sens de variation de la suite (U_n).

   b) Pour tout nombre entier naturel n, on pose $V_n = U_n - 200$.
   Prouver que la suite (V_n) est géométrique de raison 0,8. Déterminer son premier terme.

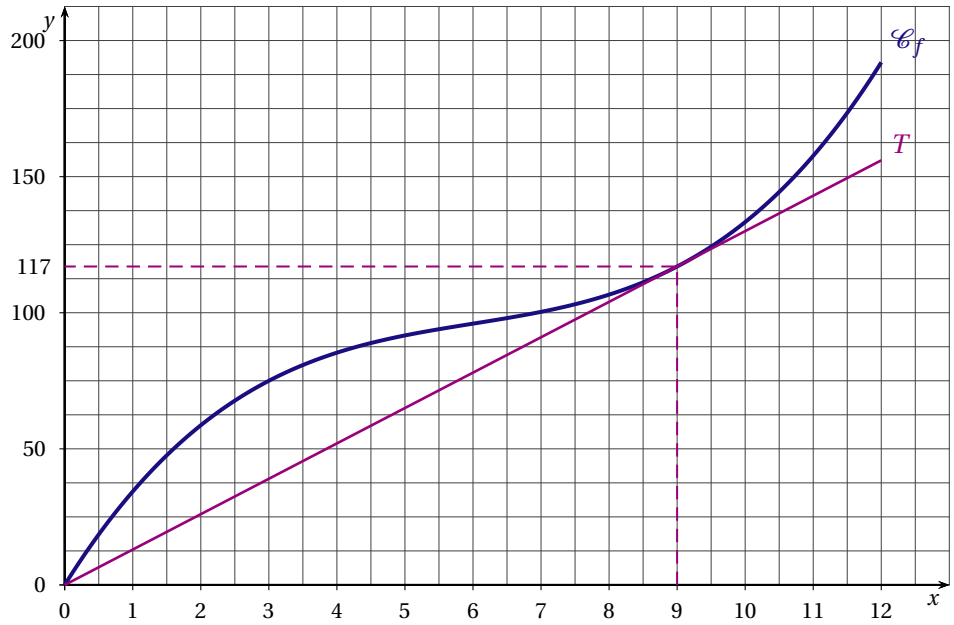
   c) En déduire, pour tout nombre entier naturel n, l'expression de U_n en fonction du nombre entier n.

   d) Démontrer que, pour tout nombre entier naturel n, on a $U_{n+1} - U_n = 10 \times 0{,}8^n$.

   e) En déduire le sens de variation de la suite (U_n).

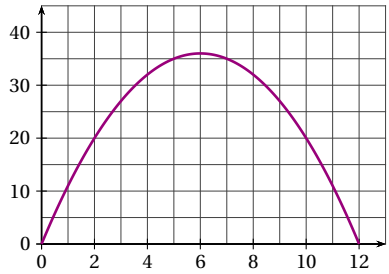
EXERCICE 3

On a tracé ci-dessous, la courbe C_f représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[0;12]$. On note f' la dérivée de la fonction f.

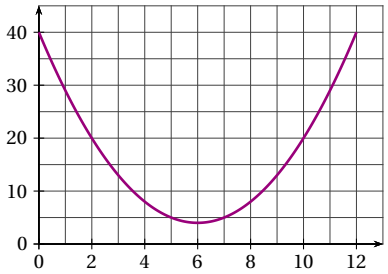


PARTIE A

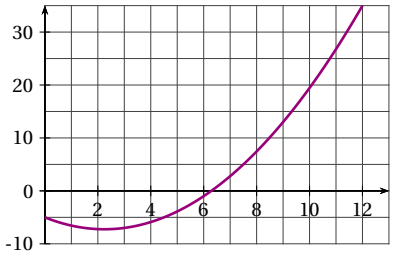
1. La tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 9 passe par l'origine du repère.
   Par lecture graphique, déterminer les valeurs de $f(9)$ et de $f'(9)$
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

PARTIE B

La fonction f définie sur l'intervalle $[0;12]$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - 6x^2 + 40x$ modélise le coût total de fabrication d'un produit où x représente le nombre de milliers d'unités fabriquées et $f(x)$ le coût de fabrication en milliers d'euros.

1. Le coût unitaire moyen est donné par $C(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ pour $x \in]0;12]$.
   Calculer le nombre d'unités à fabriquer pour que le coût unitaire moyen soit minimal.
2. On modélise le coût marginal par $f'(x)$ où f' est la dérivée de f.
   a) Exprimer en fonction de x le coût marginal.
   b) Vérifier que pour $x = 9$, le coût marginal est égal au coût unitaire moyen.
3. On suppose que l'entreprise vend toute sa production. Pour $x \in]0;12]$ le bénéfice en milliers d'euros, pour la production et la vente de x milliers d'unités est $B(x) = -\dfrac{x^3}{3} + 6x^2 - 20x$.
   Déterminer le nombre d'unités à fabriquer pour obtenir le bénéfice maximum.
   Que vaut ce bénéfice maximal?