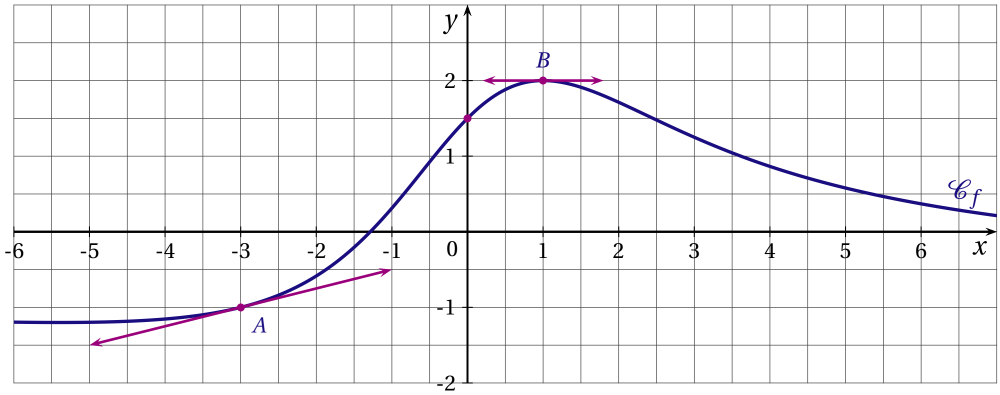
CONTRÔLE N° 5

EXERCICE 1

On a représenté ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ aux points A et B d'abscisses respectives (-3) et 1.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer graphiquement $f'(1)$ et $f'(-3)$.
2. On sait que $f'(0) = 1$. Le point de coordonnées $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ appartient-il à la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0 ?
3. La proposition $f'(-2) \leqslant f'(3)$ est-elle vraie ?

EXERCICE 2

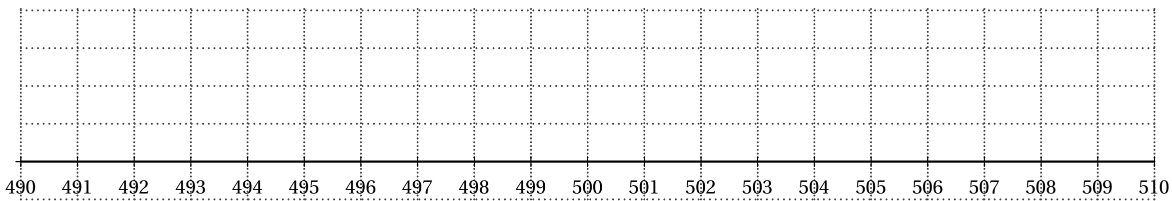
Une entreprise de produits alimentaires conditionne des pâtes dans des sachets de 500 grammes.
On suppose que le poids du sachet vide est négligeable.
Pour vérifier le réglage de la machine utilisée pour remplir les sachets, un échantillon aléatoire de 30 sachets est prélevé dans la production ; on mesure la masse de chaque sachet et on calcule la moyenne $\overline{m}$ des masses des sachets de l'échantillon ainsi que l'écart-type σ.
Au cours de la production, l'échantillon suivant a été prélevé.

501	500	500	502	499	497	497	499	498	498
498	500	502	503	500	500	501	500	495	504
501	503	505	502	501	501	497	498	499	496

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Masses	495	496	497	498	499	500	501	502	503	504	505
Effectifs											

2. Représenter la dispersion de cette série à l'aide d'un diagramme en boîte.



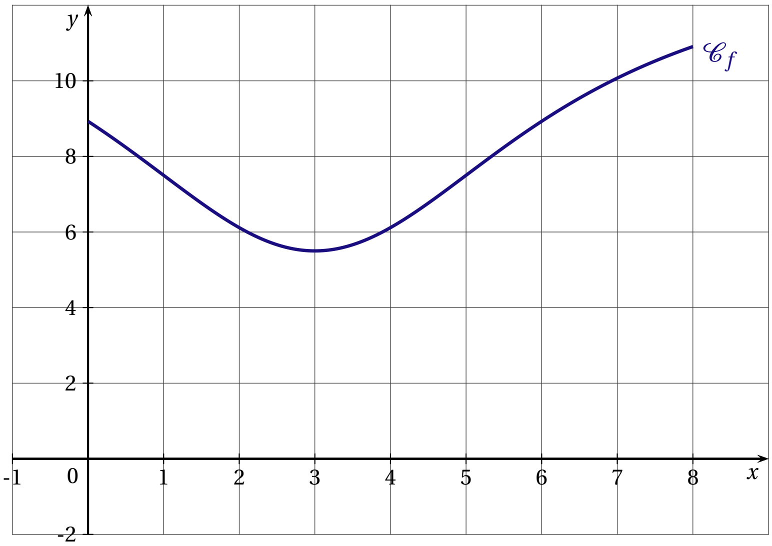
3. Donner la moyenne $\overline{m}$ de l'échantillon ainsi que l'arrondi au centième près de l'écart-type σ.
4. Un réglage de la machine est nécessaire si l'un des critères suivants n'est pas vérifié :
   — les sachets ont une masse en grammes comprise dans l'intervalle $[495; 505]$;
   — au moins la moitié des sachets ont une masse en grammes comprise dans l'intervalle $[498; 502]$;
   — 95% au moins des sachets ont une masse en grammes comprise dans l'intervalle $\left[\overline{m} - 2\sigma; \overline{m} + 2\sigma\right]$.

   Faut-il effectuer un réglage de la machine ? (*Justifier*)

EXERCICE 3

PARTIE A

Soit f la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0;8]$ par $f(x) = \dfrac{13{,}5x^2 - 81x + 187{,}5}{x^2 - 6x + 21}$.
On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f.



1. Justifier que pour tout réel x, on a : $x^2 - 6x + 21 > 0$.
2. On note f' la dérivée de la fonction f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{192x - 576}{\left(x^2 - 6x + 21\right)^2}$.
3. a) Étudier le signe de $f'(x)$.
   b) Donner le tableau des variations de f.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 5.
   Tracer sur le graphique donné, la tangente T.

PARTIE B

Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit.
Sa capacité de production quotidienne est limitée à 8 milliers d'articles.
Soit x le nombre de milliers d'articles fabriqués chaque jour. Le coût moyen de production exprimé en euros, par article fabriqué est modélisé par $f(x)$ où f est la fonction définie dans la partie A.

1. À partir de quel prix de vente unitaire, l'entreprise fera-t-elle un bénéfice ?
2. On suppose que chaque article produit est vendu au prix de 7,50 €.
   Calculer l'intervalle dans lequel doit se situer la production pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif ou nul.