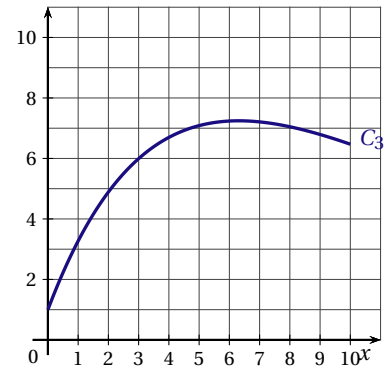
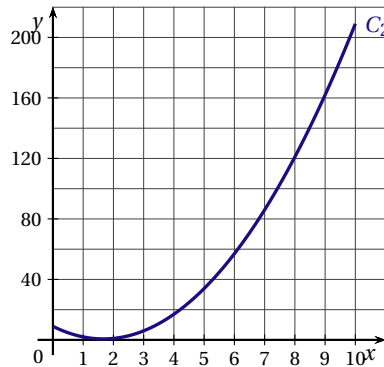
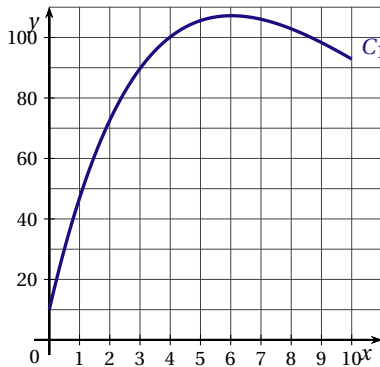


EXERCICE 1

PARTIE A

On a tracé en annexe ci-dessous, la courbe \mathcal{C}_f d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; 10]$. La tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point $A(3; 90)$ passe par le point $B(5; 102)$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .

1. À partir du graphique et des renseignements fournis déterminer $f'(3)$.
2. Quelle est, parmi les trois courbes proposées ci-dessous, celle qui représente la fonction dérivée f' ?



PARTIE B

Une entreprise fabrique et commercialise un certain produit. Sa capacité de production est limitée à 10 milliers d'articles par mois.

Soit x le nombre de milliers d'articles fabriqués chaque mois; le coût total de production exprimé en milliers d'euros est modélisé par la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 9x + 81$$

Le coût marginal est assimilé sur l'intervalle $[0; 10]$ à la dérivée f' du coût total de production. La courbe \mathcal{C}_f , donnée en annexe, est la courbe représentative de la fonction f .

1. Calculer $f'(x)$.
2. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur $[0; 10]$.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse $\frac{9}{2}$.
Tracer la droite T sur le graphique donné en annexe.

PARTIE C

Chaque article est vendu 57 euros, la recette mensuelle exprimée en milliers d'euros est donnée par

$$R(x) = 57x$$

1. a) Tracer sur le graphique joint en annexe, la courbe \mathcal{D} représentative de la fonction R .
b) Par lecture graphique, déterminer les quantités commercialisées, arrondies à la centaine d'articles près, dégagant un bénéfice positif.
2. Le bénéfice mensuel exprimé en milliers d'euros est modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par $B(x) = R(x) - f(x)$ où f est la fonction coût total définie dans la partie B.
 - a) On note B' la dérivée de la fonction B .
Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0; 10]$ on a $B'(x) = -3x^2 + 10x + 48$.
 - b) Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0; 10]$.
 - c) En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal?

PARTIE D

On note $C(x)$ le coût moyen de production exprimé en euros, par article fabriqué.

La fonction C est définie sur l'intervalle $]0; 10]$ par $C(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 9x + 81}{x}$.

On admet que la fonction C est dérivable sur l'intervalle $]0; 10]$ et on appelle C' sa fonction dérivée.

1. Calculer $C'(x)$, et vérifier que $C'(x) = \frac{(2x-9)(x^2+2x+9)}{x^2}$ pour tout réel x de l'intervalle $]0; 10]$.
2. Étudier les variations de la fonction C sur $]0; 10]$.
3. En dessous de quel prix de vente unitaire, l'entreprise est-elle sûre de ne faire aucun bénéfice?

EXERCICE 2

PARTIE A

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 250$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,72u_n + 420$.

1. Calculer u_2 .
2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 1500$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
 - b) Exprimer v_n en fonction de n .
 - c) En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , $u_n = 1500 - 1250 \times 0,72^n$.
3. Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .

PARTIE B

Une municipalité a décidé de proposer un abonnement mensuel à un service de location de vélos.

Au mois de janvier 2018, 250 personnes se sont abonnées à ce service.

Une étude statistique a permis de modéliser l'évolution du nombre d'abonnements pour les prochains mois à l'aide de la suite (u_n) définie dans la partie A.

1. On considère l'algorithme suivant :

```
U ← 250
N ← 0
Tant que U ≤ 1435
    U ← 0,72 × U + 420
    N ← N + 1
Fin Tant que
```

2. Donner une interprétation de la valeur $N = 9$ obtenue à la fin de l'exécution de cet algorithme.
3. Selon ce modèle, donner une estimation du nombre d'abonnés au bout de 12 mois.
3. Est-il possible d'envisager nombre d'abonnés supérieur à 2 000?

ANNEXE DE L'EXERCICE 1
(À rendre avec la copie)

