

I PART EN POURCENTAGE

L'expression « une grandeur A représente $t\%$ de E » se traduit par l'égalité $A = E \times \frac{t}{100}$

EXEMPLE

La production totale d'électricité en France atteint 531,3 TWh (milliard de KWh) en 2016. La production d'électricité assurée par les centrales nucléaires est de 384 TWh.

La part en pourcentage de la production d'électricité d'origine nucléaire est :

$$\frac{384}{531,3} \approx 0,723$$

En 2016, la production d'origine nucléaire représente 72,3% de la production d'électricité totale.

II ÉVOLUTION EN POURCENTAGE

1 – COEFFICIENT MULTIPLICATEUR

— Augmenter une grandeur de $t\%$ équivaut à multiplier sa valeur initiale par $1 + \frac{t}{100}$.

— Diminuer une grandeur de $t\%$ équivaut à multiplier sa valeur initiale par $1 - \frac{t}{100}$.

$\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ et $\left(1 - \frac{t}{100}\right)$ sont appelés coefficients multiplicateurs.

* DÉMONSTRATION

— Soit V_0 la valeur initiale d'une grandeur et V_1 sa valeur finale suite à une augmentation de $t\%$.

$$V_1 = V_0 + V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$$

— Soit V_0 la valeur initiale d'une grandeur et V_1 sa valeur finale suite à une diminution de $t\%$.

$$V_1 = V_0 - V_0 \times \frac{t}{100} = V_0 \times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$$

EXEMPLES

— En 2016 avec près de 8,3 TWh produits, l'électricité produite par la filière solaire a augmenté de 11,5% par rapport à l'année précédente.

Soit S_0 la production d'électricité par la filière solaire en 2015 :

$$S_0 \times \left(1 + \frac{11,5}{100}\right) = 8,3 \iff S_0 = \frac{8,3}{1,115} \approx 7,4$$

En 2015, la production solaire s'élevait à environ 7,4 TWh.

— La filière éolienne a produit 20,7 TWh d'électricité au cours de l'année 2016, en recul de 1,8 % par rapport à l'année précédente.

Soit E_0 la production d'électricité par la filière éolienne en 2015 :

$$E_0 \times \left(1 - \frac{1,8}{100}\right) = 20,7 \iff E_0 = \frac{20,7}{0,982} \approx 21,1$$

La production éolienne en 2015 s'élevait à environ 21,1 TWh.

REMARQUES

- Un coefficient multiplicateur n'a pas d'unité.
- Si le coefficient multiplicateur est supérieur à 1, alors l'évolution est une augmentation.
- Si le coefficient multiplicateur est inférieur à 1, alors l'évolution est une diminution.
- Un pourcentage d'augmentation supérieur ou égal à 100% peut s'exprimer à l'aide d'un coefficient multiplicateur.

Par exemple si une population augmente de 150 %, le coefficient multiplicateur correspondant est :

$$1 + \frac{150}{100} = 2,5.$$

2 – TAUX D'ÉVOLUTION

Soit V_0 ($V_0 \neq 0$) la valeur initiale d'une grandeur et V_1 sa valeur finale suite à une évolution.

Le taux d'évolution de cette grandeur est égal à : $\frac{V_1 - V_0}{V_0}$.

En pourcentage, le taux d'évolution se note $t\%$ avec $t = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \times 100$.

* DÉMONSTRATION

Soit $t\%$ le taux d'évolution positif ou négatif de V_0 à V_1 . Alors

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) \iff 1 + \frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0} \\ &\iff \frac{t}{100} = \frac{V_1}{V_0} - 1 = \frac{V_1 - V_0}{V_0} \end{aligned}$$

REMARQUES

- Si $t > 0$, il s'agit d'une augmentation.
- Si $t < 0$, il s'agit d'une diminution.
- Le quotient $\frac{V_1}{V_0}$ est le coefficient multiplicateur correspondant au pourcentage d'évolution de $t\%$.

EXEMPLE

La production totale d'électricité en France était de 546,8 TWh en 2015 et de 531,3 TWh en 2016.

Le taux d'évolution de la production d'électricité est :

$$\frac{531,3 - 546,8}{546,8} \approx -0,028$$

En 2016, la production d'électricité en France a diminué de près de 2,8% par rapport à 2015.

III ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES, ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

1 – TAUX D'ÉVOLUTION GLOBAL

Si une grandeur subit des évolutions successives (augmentation ou diminution), le coefficient multiplicateur global (correspondant au taux global d'évolution) est le produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

* DÉMONSTRATION

Soient V_0 la valeur initiale d'une grandeur, V_1 la valeur de cette grandeur après une évolution relative de $t_1\%$ et V_2 la valeur obtenue à partir de V_1 après une évolution relative de $t_2\%$. Ces évolutions se traduisent par :

$$\begin{array}{c}
 \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \quad \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right) \\
 V_0 \xrightarrow{\quad} V_1 \xrightarrow{\quad} V_2 \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{\times \left(1 + \frac{t}{100}\right)}
 \end{array}$$

Soit $V_1 = V_0 \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right)$ et $V_2 = V_1 \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$ d'où $V_2 = V_0 \times \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$

On obtient $1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{t_1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t_2}{100}\right)$.

EXEMPLE

En 2014, la production d'électricité de la filière thermique gaz était de 14,3 TWh.

Entre 2014 et 2015, cette production a augmenté de 53,1% ; entre 2015 et 2016 elle a augmenté de 61,2%.

Le taux global d'évolution de la production d'électricité de la filière thermique gaz entre 2014 et 2016 vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{53,1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{61,2}{100}\right), \text{ soit } 1 + \frac{t}{100} \approx 2,468$$

Soit un taux d'évolution global d'environ 146,8%.

On en déduit la production en 2016 :

$$14,3 \times 2,468 \approx 35,3$$

En 2016, la production d'électricité de la filière thermique gaz était de 35,3 TWh.

2 – ÉVOLUTION RÉCIPROQUE

L'évolution réciproque de la valeur V_0 à la valeur V_1 est l'évolution de la valeur V_1 à la valeur V_0 .

L'évolution réciproque d'une évolution de coefficient multiplicateur $1 + \frac{t}{100}$ est une évolution de coefficient

multiplicateur inverse $\frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$

* DÉMONSTRATION

Soient V_0 la valeur initiale d'une grandeur, V_1 la valeur de cette grandeur après une évolution relative de $t\%$.

On a $V_1 = V_0 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$, donc $V_0 = \frac{V_1}{1 + \frac{t}{100}}$.

Par conséquent, le pourcentage d'évolution $t'\%$ de V_1 à V_0 est tel que $1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 + \frac{t}{100}}$.

EXEMPLE

Entre 2014 et 2015, la production d'électricité de la filière thermique fioul a augmenté de 15,2%.

Fin 2016 cette production est revenue à son niveau initial de 2014.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une hausse de 15,2% est : $1 + \frac{15,2}{100} = 1,152$.

Le coefficient multiplicateur correspondant à l'évolution réciproque est l'inverse de 1,152.

Le taux d'évolution réciproque vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1,152} \text{ soit } \frac{t'}{100} = \frac{1}{1,152} - 1 \approx -0,132$$

Entre 2015 et 2016, la production d'électricité de la filière thermique fioul a baissé d'environ 13,2%.

EXERCICE 1

Dans une classe il y a 14 filles qui représentent 40 % de l'effectif total.
Quel est le nombre de garçons de la classe ?

EXERCICE 2

On a mélangé 5 litres de jus de fruit contenant 30% de sucre avec 3 litres de jus de fruits contenant 20% de sucre.
Quel est le pourcentage en sucre du mélange obtenu ?

EXERCICE 3

Pour engager des stagiaires, une entreprise organise des tests de sélection. Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves il y a 60% d'hommes.
Après avoir pris connaissance des résultats aux tests l'entreprise engage 70% des candidats masculins et 80% des femmes candidates.

1. Quel est le pourcentage d'hommes parmi les stagiaires embauchés ?
2. Quel est le pourcentage de femmes parmi les candidatures rejetées ?

EXERCICE 4

Dans une entreprise, 70% des salariés sont des hommes, 6% des femmes sont cadres et 5% des hommes sont cadres.
Quel est le pourcentage des cadres dans cette entreprise ?

EXERCICE 5

1. Par quel nombre est multiplié une quantité
 - a) qui augmente de 0,1% ? 1% ? 5% ? 10% ? 50% ? 100% ? 200% ?
 - b) qui diminue de 0,2% ? 2% ? 15% ? 25% ? 50% ?
2. Indiquer la variation en pourcentage d'une quantité
 - a) qui a été multipliée par 1,02 ; 1,12 ; 1,75 ; 2,5.
 - b) qui a été multipliée par 0,05 ; 0,15 ; 0,5 ; 0,987.

EXERCICE 6

Une entreprise a vu son chiffre d'affaires augmenter de 160 000 € régulièrement tous les ans.

1. Recopier et compléter le tableau des valeurs suivant :

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Chiffre d'affaires (en millions d'euros)	10	10,16	10,32	10,48	10,64	10,8	10,96
Pourcentage d'évolution annuel							

2. Le pourcentage d'évolution de 2016 par rapport à 2010 est-il égal à la somme des pourcentages d'évolution successifs ?

EXERCICE 7

Avant promotion, un article était vendu en paquet d'un kilogramme à 4,60 €.
Dans un magasin, une publicité annonce : « 15% de produit en plus pour un même prix de 4,60 € ».
Chez un concurrent, pour le même produit, on annonce : « 15% de remise à la caisse sur le paquet d'un kilogramme à 4,60 € ».
Ces deux offres sont-elles équivalentes ?

EXERCICE 8

- Un commerçant achète ses articles chez un grossiste qu'il revend augmenté d'une marge bénéficiaire de 60% du prix d'achat.
 - Quel est le prix de vente d'un article que le commerçant a acheté 150 € ?
 - Un article est vendu à 696 €, à quel prix le commerçant l'a-t-il acheté ?
 - Quelle part en pourcentage du prix de vente, le prix d'achat représente-t-il ?
- Sur certains articles, le commerçant souhaite augmenter sa marge bénéficiaire pour que le prix d'achat ne représente plus que 40% du prix de vente.
Quel pourcentage d'augmentation doit-il appliquer sur les prix d'achat ?

EXERCICE 9

- Le cours d'une action a baissé de 20%. Quel doit être le taux d'augmentation pour que cette action retrouve son cours initial ?
- Le prix d'un article a subi une hausse de 20%. Quel doit être le taux de remise pour que cet article retrouve son prix initial ?

EXERCICE 10

Après deux augmentations successives de 5% le prix d'un objet est de 48,51 €.
Quel était le prix initial de cet objet ?

EXERCICE 11

Le gouvernement d'un pays envisage de baisser un impôt de 19% en deux ans.
Pour atteindre son objectif, quel pourcentage annuel de baisse doit décider ce gouvernement, en supposant que ce pourcentage est le même sur les deux années ?

EXERCICE 12

Lors d'une année exceptionnelle la production de fruits d'un agriculteur a augmenté de $t_1\%$. Mais l'abondance de fruits sur le marché provoque une chute des prix de $t_2\%$.
On note p le prix et q la quantité produite lors d'une année normale.

- Dans le cas où $t_1 = 17$ et $t_2 = 15$ la recette de l'agriculteur a-t-elle augmenté ou diminué ?
- Dans le cas où $t_1 = 20$ et $t_2 = 16$ la recette de l'agriculteur a-t-elle augmenté ou diminué ?

EXERCICE 13

le prix initial d'un article, successivement augmenté puis diminué d'un même pourcentage, a finalement baissé de 6,25%.
Calculer le pourcentage de l'augmentation (puis de la diminution).

EXERCICE 14

- Après deux augmentations successives de $t\%$ le prix d'un article a augmenté de 16,64%.
Calculer le taux t de l'augmentation.
- Après deux baisses successives de $t\%$ le prix d'un article a diminué de 17,19%.
Calculer le taux t de la baisse.