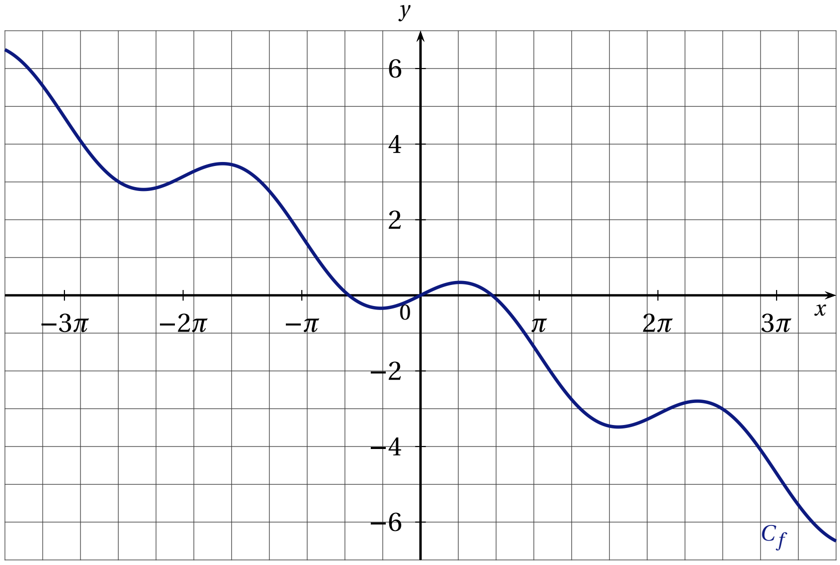
EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin x - \dfrac{x}{2}$ dont la courbe représentative C_f dans un repère orthonormé est donnée ci-dessous.



1. Montrer que la fonction f est impaire.
2. Soit M un point de la courbe C_f d'abscisse x et N le point de la courbe C_f d'abscisse $x + 2\pi$.
   Montrer que N est l'image de M par une translation dont on donnera le vecteur.
3. Tracer dans le repère précédent, la droite d'équation $y = -\dfrac{x}{2}$.
4. Résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi]$ l'équation $f(x) = -\dfrac{x}{2}$.

EXERCICE 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

1. $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x - 3y = 4 \\ \dfrac{2}{3}x + 3y = -1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{2x - 3y}{5} = 4 \\ -\dfrac{2}{3}x + y = -1 \end{cases}$

EXERCICE 3

La somme de deux nombres est égale à -5 et la différence de leurs carrés est égale à 1.
Quels sont ces nombres ?

EXERCICE 4

1. Soit a et b deux réels positifs tels que $0 \leqslant a \leqslant b$. Montrer que $-2 \leqslant \dfrac{-2}{a^2+1} \leqslant \dfrac{-2}{b^2+1}$.
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-2}{x^2+1}$.
   a) Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout réel x.
   b) En vous aidant du résultat établi dans la première question, déterminer le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$.
   c) Étudier le sens de variation de f sur $]-\infty; 0]$.
   d) Que peut-on déduire pour la fonction f ?