CONTRÔLE COMMUN 2013

Lycée JANSON DE SAILLY

MATHÉMATIQUES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 2 heures

Ce sujet comporte 3 pages numérotées de 1 à 3

L'utilisation de la calculatrice est autorisé

Le candidat doit traiter tous les exercices.
Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (5 *points*)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte. Le candidat portera sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 0,5 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,25 *point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est* 0.

PARTIE A

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $[-6;6]$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	-6		-2		1		3		6
$f(x)$	-2	↘				↗	4	↘	
				↗	0				
			-3						1

1. L'image de 0 par la fonction f est :
   a) égale à 1 **b)** négative **c)** positive
2. L'équation $f(x) = 1$ admet :
   a) 0 solution **b)** 1 solution **c)** 2 solutions
3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant 0$ est :
   a) $[-2;0]$ **b)** $[-3;-2] \cup [-3;0]$ **c)** $[-6;1]$
4. La courbe représentative de la fonction f et la droite d'équation $x = -2$ ont :
   a) aucun point commun **b)** un point commun **c)** deux points communs
5. **a)** $f\left(-\dfrac{9}{2}\right) - f\left(-\dfrac{7}{2}\right) < 0$ **b)** $f(2) - f\left(\dfrac{3}{2}\right) < 0$ **c)** $f(4) - f\left(\dfrac{11}{3}\right) < 0$

PARTIE B

6. La courbe représentative de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = x^2 - x - 1$ passe par le point de coordonnées :
   a) $A\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{4}\right)$ **b)** $B\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};0\right)$ **c)** $C(-2;-3)$
7. L'ensemble des solutions de l'inéquation $(2-3x)(2x^2+3) \leqslant 0$ est :
   a) $\left]-\infty;-\dfrac{3}{2}\right] \cup \left[\dfrac{2}{3};+\infty\right[$ **b)** $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{2}{3}\right]$ **c)** $\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right[$

PARTIE C

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$, on considère les points $A(-1;2)$, $B(1;-3)$ et $C(4,4)$.

8. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :
   a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ **b)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ **c)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$
9. Le triangle ABC est :
   a) rectangle en A **b)** équilatéral **c)** quelconque
10. M est le milieu du segment $[BC]$:
   a) $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ **b)** $MA = MB$ **c)** $M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right)$

EXERCICE 2 (6 *points*)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 12$.

1. a) Déterminer les images respectives par f de $\frac{1}{2}$ et $\sqrt{3}$.

   b) Déterminer les antécédents par f de -12.

2. Vérifier que pour tout réel x,

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$$

   En déduire une factorisation de $f(x)$.

3. a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de la fonction f avec l'axe des abscisses.

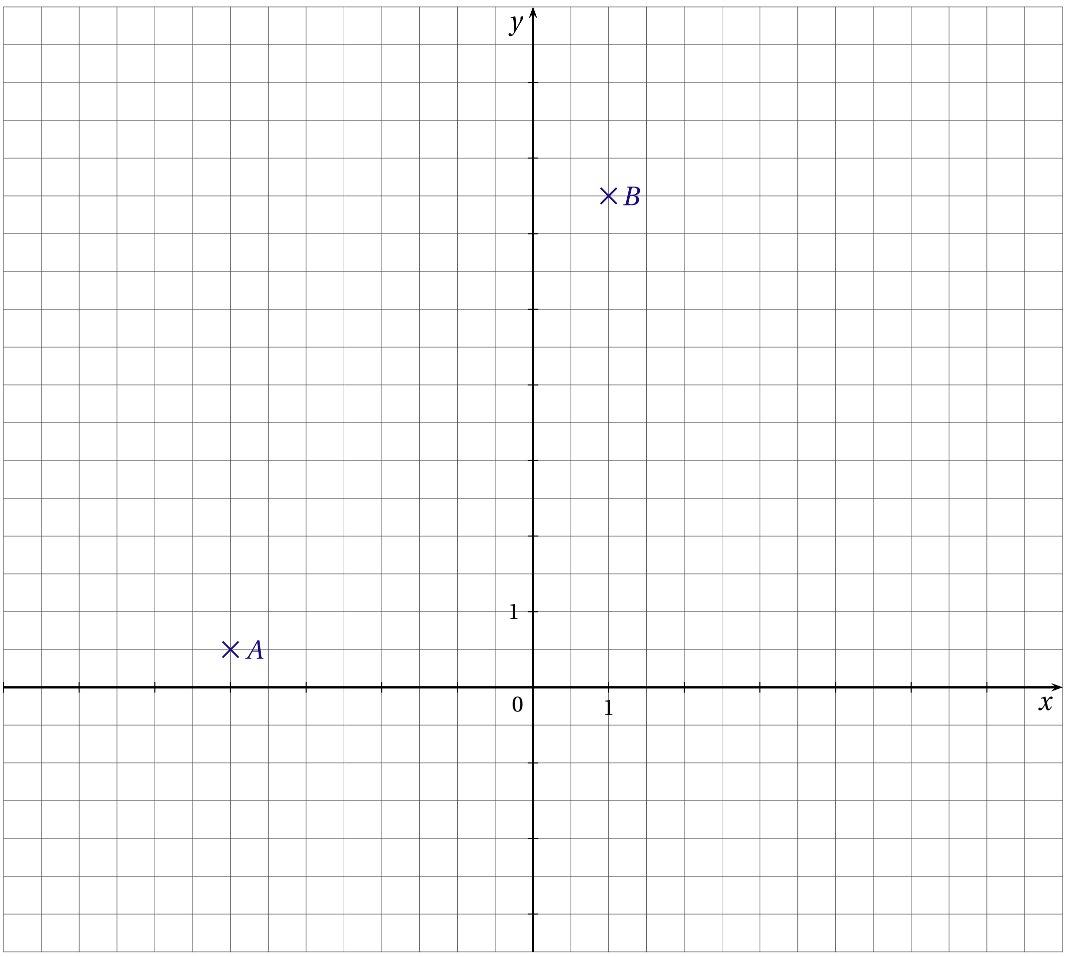
   b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.

   c) Dresser le tableau de variation de f.

EXERCICE 3 (3 *points*)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (*unités graphiques 1 cm sur chaque axe*)

1. Dans le repère ci-dessous, tracer la droite d_1 d'équation $y = -\frac{2}{3}x + 2{,}5$
2. Déterminer une équation de la droite d_2 qui passe par les points $A\left(-4; \frac{1}{2}\right)$ et $B\left(1; \frac{13}{2}\right)$.
3. Calculer les coordonnées du point I intersection des droites d_1 et d_2.



EXERCICE 4 (6 *points*)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (*unités graphiques 1 cm sur chaque axe*)

1. Dans le repère ci-dessous, placer les points $A(-4;-3)$, $B(-1;3)$ et $C(3;1)$.
2. Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme puis, placer D sur la figure.
3. Calculer les coordonnées du centre I du parallélogramme $ABCD$.
4. Soit M le point défini par

$$6\overrightarrow{BM} = 4\overrightarrow{AC} + 7\overrightarrow{CB}$$

   a) Démontrer que $\overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
   b) Construire le point M sur la figure (*on laissera apparents les traits de construction*).
   c) Calculer les coordonnées de M.
5. Les points D, I et M sont-ils alignés ? Justifier la réponse.