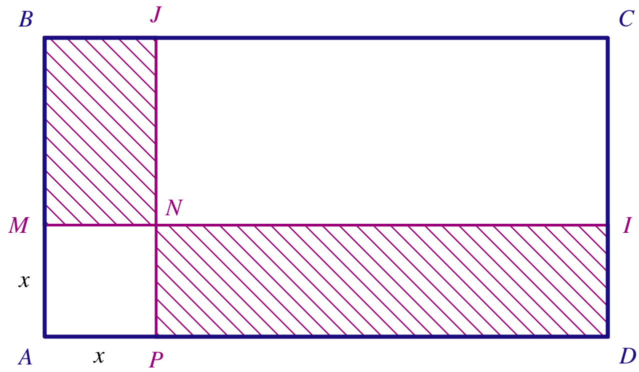
EXERCICE 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, placer les points $A(-5;3)$, $B(3;7)$ et $C(-2;-8)$.
La figure sera complétée au fur et à mesure des questions.

1. Centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
   a) Soit $M(x;y)$ un point de la droite $\mathscr{D}$ médiatrice du segment $[AB]$.
      (i) Exprimer MA^2 et MB^2 en fonction de x et y.
      (ii) En déduire une équation de la médiatrice $\mathscr{D}$ du segment $[AB]$.
   b) La médiatrice d du segment $[BC]$ a pour équation $y=-\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$. Tracer la droite d dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.
   c) Calculer les coordonnées du point Ω centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
2. Orthocentre du triangle ABC.
   a) Déterminer une équation de la hauteur (AA') du triangle ABC.
   b) Déterminer une équation de la hauteur (CC') du triangle ABC.
   c) Calculer les coordonnées du point H orthocentre du triangle ABC.
3. a) Calculer les coordonnées du point G tel que $3\overrightarrow{\Omega G}=\overrightarrow{\Omega H}$.
   b) Soit I le milieu du segment $[AB]$. Le point G appartient-il à la médiane (CI) ?

EXERCICE 2

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB=8$ et $AD=15$.
M étant un point du segment $[AB]$, on construit le carré $AMNP$ et le rectangle $NICJ$ comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On pose $AM=x$ et on note :

— $f(x)$ l'aire de la partie hachurée.

— $g(x)$ l'aire de la partie qui n'est pas hachurée.

1. Dans quel intervalle varie x ?
2. a) Montrer que $f(x)=-2x^2+23x$
   b) Donner le tableau de variation de la fonction f.
   c) En déduire la valeur maximale de l'aire de la partie hachurée.
3. a) Déterminer $g(x)$ en fonction de x.
   b) Donner le tableau de variation de la fonction g.
4. a) Montrer que pour tout réel x,

$$-2x^2+23x-30=-2\times\left[\left(x-\frac{23}{4}\right)^2-\frac{289}{16}\right]$$

   b) Pour quelles valeurs du réel x l'aire de la partie hachurée est-elle égale au quart de l'aire du rectangle $ABCD$?

ANNEXE