EXERCICE 1

(5 *points*)

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

PROPOSITION 1 : Si a est un réel tel que $-2 \leqslant a \leqslant 4$ alors $4 \leqslant a^2 \leqslant 16$.

PROPOSITION 2 : Si f est une fonction affine telle que $f(2) = -1$ et $f(-1) = 4$ alors f est croissante sur $\mathbb{R}$.

PROPOSITION 3 : Si f est une fonction affine telle que $f(-1) = 3$ et $f(2) = 5$ alors $f(5) = 7$.

PROPOSITION 4 : Soient A et B deux points distincts du plan. Si $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{AB}$ alors M est le milieu du segment $[AB]$.

PROPOSITION 5 : Le point I de coordonnées $(-1{,}3)$ est le milieu du segment $[AB]$ où les coordonnées des points A et B sont respectivement $(2;-3)$ et $(-4;9)$.

EXERCICE 2

(4 *points*)

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque et M et N les points définis par $\overrightarrow{BM} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$.

1. Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AD}$
2. Établir les relations suivantes :
   a) $\overrightarrow{CM} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$.
   b) $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$
3. En déduire que si $ABCD$ est un parallélogramme alors les points C, M et N sont alignés.

EXERCICE 3

(5 *points*)

Soit $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormé du plan.

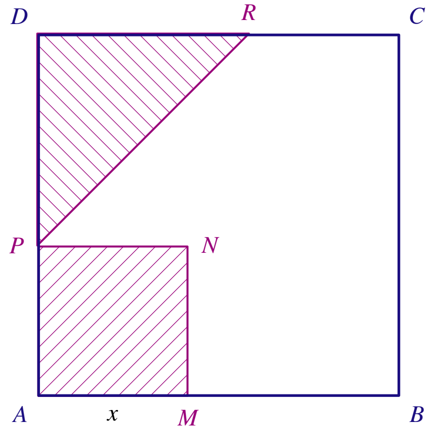
1. On considère la droite $\mathscr{D}$ passant par le point $E\,(4;-2)$ et admettant pour coefficient directeur (-2)
   a) Déterminer une équation de la droite $\mathscr{D}$.
   b) Le point $F\,(2;-1)$ est-il un point de la droite $\mathscr{D}$?
2. On considère les points $A\,(-4;9)$ et $B\,(2;12)$
   a) Déterminer une équation de la droite (AB).
   b) Les droites (AB) et $\mathscr{D}$ sont elles parallèles ?
3. Résoudre le système $S : \left\{\begin{array}{lcl} y & = & -2x+6 \\ y & = & 0{,}5x+11 \end{array}\right.$. Interpréter graphiquement le résultat.
4. On admettra maintenant que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ sont sécantes en $H(-2:10)$.
   Démontrer que le triangle BHE est rectangle en H.

EXERCICE 4

(6 *points*)

PARTIE A

$ABCD$ est un carré de côté 12 cm. M étant un point du segment $[AB]$, on construit le carré $AMNP$ et le triangle rectangle isocèle PRD comme indiqué sur la figure ci-dessous.

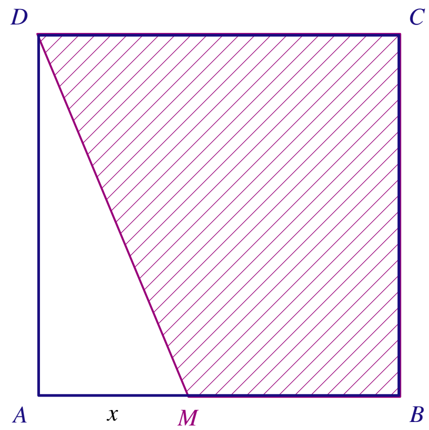


On pose $x = AM$ avec $x \in [0;12]$

1. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle PRD.
2. On note $f(x)$ l'aire en cm^2 de la partie hachurée.
   a) Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;12]$, $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - 12x + 72$.
   b) Donner, en justifiant, le tableau de variation de la fonction f.
   En déduire la valeur minimale de l'aire de la partie hachurée.
3. Déterminer les positions éventuelles du point M pour que l'aire de la partie hachurée soit égale à la moitié de l'aire du carré $ABCD$.

PARTIE B

$ABCD$ est un carré de côté 12 cm. M étant un point du segment $[AB]$, on construit le trapèze $DMBC$.



On pose $x = AM$ avec $x \in [0;12]$

1. On note $g(x)$ l'aire en cm^2 du trapèze $DMBC$.
   Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0;12]$, $g(x) = 144 - 6x$.
2. On donne en annexe la représentation graphique de la fonction f définie dans la partie A.
   a) Tracer sur la figure donnée la représentation graphique de la fonction g.
   b) Démontrer que, pour tout $x \in [0;12]$, $f(x) - g(x) = \dfrac{3}{2} \times \left[(x-2)^2 - 52\right]$.
   c) Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

ANNEXE

(*À rendre avec la copie*)