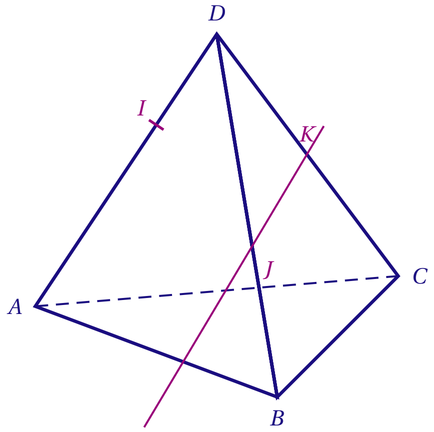
CONTRÔLE N° 9

EXERCICE 1

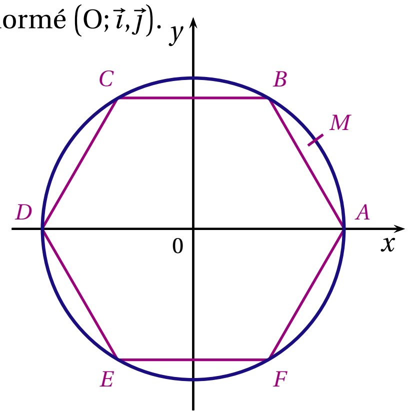
$ABCD$ est un tétraèdre. I, J et K sont trois points placés respectivement sur les arêtes $[DA]$, $[DB]$ et $[DC]$. La droite (JK) coupe le plan (ABC) en un point M.



1. Placer le point M.
2. Déterminer l'intersection d des plans (ABC) et (IJK).

EXERCICE 2

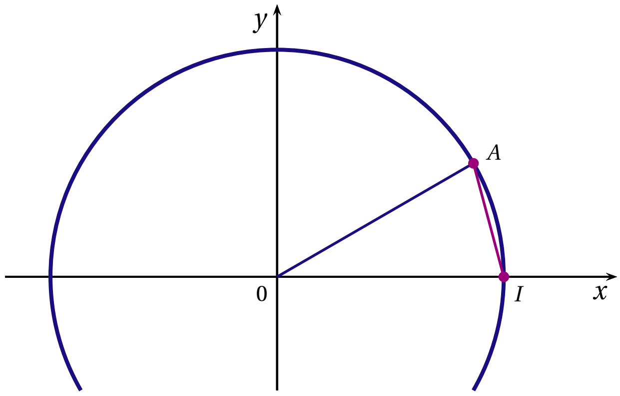
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.



1. $ABCDEF$ est un hexagone régulier inscrit dans le cercle trigonométrique.
   a) Par enroulement de la droite réelle sur le cercle trigonométrique, à quels réels de l'intervalle $]-\pi; \pi]$ sont associés les sommets de cet hexagone ?
   b) Déterminer les valeurs exactes des coordonnées des sommets de l'hexagone.
2. M est le point image du nombre réel $\dfrac{\pi}{5}$ sur le cercle trigonométrique.
   a) Placer sur le cercle trigonométrique les points N et P images respectives des réels $\dfrac{4\pi}{5}$ et $\dfrac{9\pi}{5}$.
   b) On donne $\cos\left(\dfrac{\pi}{5}\right) = \dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$. Déterminer les valeurs exactes des coordonnées des points M, N et P.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
A est le point du cercle trigonométrique image du réel $\frac{\pi}{6}$ et I le point de coordonnées $(1;0)$.



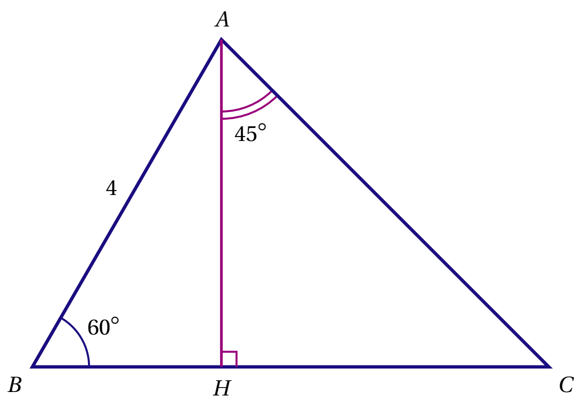
1. Calculer distance IA.
2. Montrer que $IA = 2 \times \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$. En déduire la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$
3. Déterminer alors $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$, $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 4

Résoudre les équations suivantes dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$.

1. $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
3. $1 - 2\cos x = 0$.
4. $2\sin^2 x - 1 = 0$.

EXERCICE 5



Déterminer l'aire du triangle ABC.