EXERCICE 1 (4 *points*)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

1. **AFFIRMATION 1 :** L'équation $x^2 = x$ a pour unique solution $x = 1$.
2. Soit f une fonction définie sur $[-6;9]$ dont le tableau de variation est dressé ci-dessous.

x	-6	2	3	8
Variation de f	-4 ↗	0 ↘	-6 ↗	12

   a) **AFFIRMATION 2 :** Si $2 \leqslant x \leqslant 8$ alors $0 \leqslant f(x) \leqslant 12$.

   b) **AFFIRMATION 3 :** Si $-6 \leqslant x \leqslant 3$ alors $f(x) \leqslant 0$.

   c) **AFFIRMATION 4 :** Si $f(x) \leqslant 0$ alors $-6 \leqslant x \leqslant 3$.

EXERCICE 2 (5 *points*)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$, on donne le point A de coordonnées $(-3;-2)$, le point B de coordonnées $(-1;2)$, le point C de coordonnées $(3;3)$ et le point D de coordonnées $(1;-1)$.

1. Placer les points A,B,C et D dans le repère donné en ANNEXE 1. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.
2. Déterminer le périmètre du quadrilatère $ABCD$.
3. Construire le point E tel que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AD}$ et le point F tel que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BF}$.
   Démontrer que les droites (FC) et (DE) sont parallèles.
4. Déterminer une équation de la droite (BC).
5. On donne la droite d d'équation $y = -\dfrac{1}{3}x - 3$.

   a) Construire la droite d sur le graphique précédent.

   b) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du point d'intersection des droites d et (BC).

EXERCICE 3 (5 *points*)

On donne en ANNEXE 2 la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f.
On précise qu'elle passe par les points A et B de coordonnées respectives : $(-3;243)$ et $(-2;343)$.

PARTIE A : Lectures graphiques

1. Quel est l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f ?
2. Justifier que le nombre 75 possède deux antécédents.
   Donner un encadrement d'amplitude 0,5 de chacun de ces antécédents.
3. Donner une valeur approchée de l'image de $-1{,}5$.
4. Préciser le sens de variation de f.

PARTIE B : Fonction affine

On considère la fonction affine g dont la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ passe par les points de coordonnées respectives $(-2{,}5;350)$ et $(3;75)$.

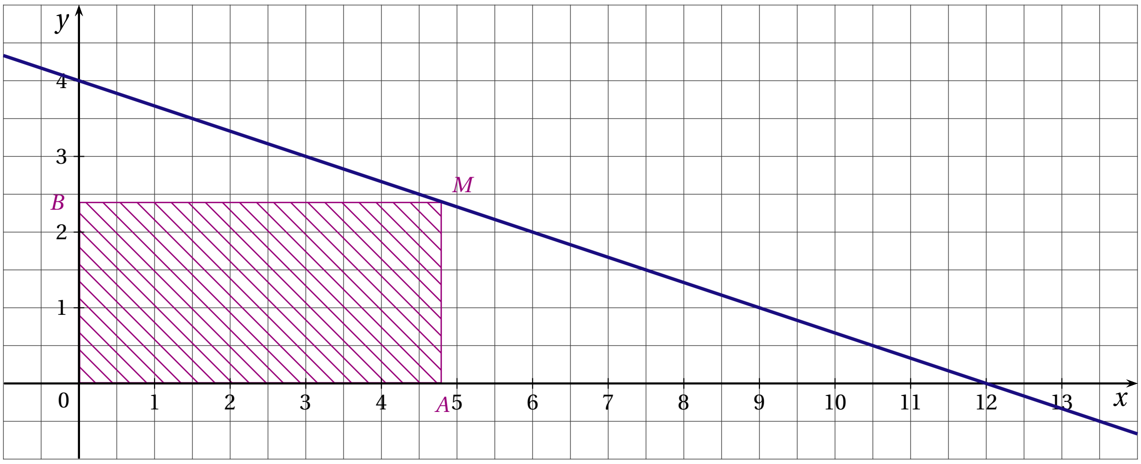
1. Démontrer que, pour tout x réel, $g(x) = -50x + 225$.
2. Le point E appartient-il à $\mathscr{C}_g$? Justifier la réponse.
3. Tracer $\mathscr{C}_g$ sur le graphique donné en annexe.
4. Préciser le nombre de solutions de l'équation $f(x) = g(x)$. Justifier la réponse.
5. Le nombre -2 est-il une solution de l'équation $f(x) < g(x)$?

EXERCICE 4 (6 *points*)

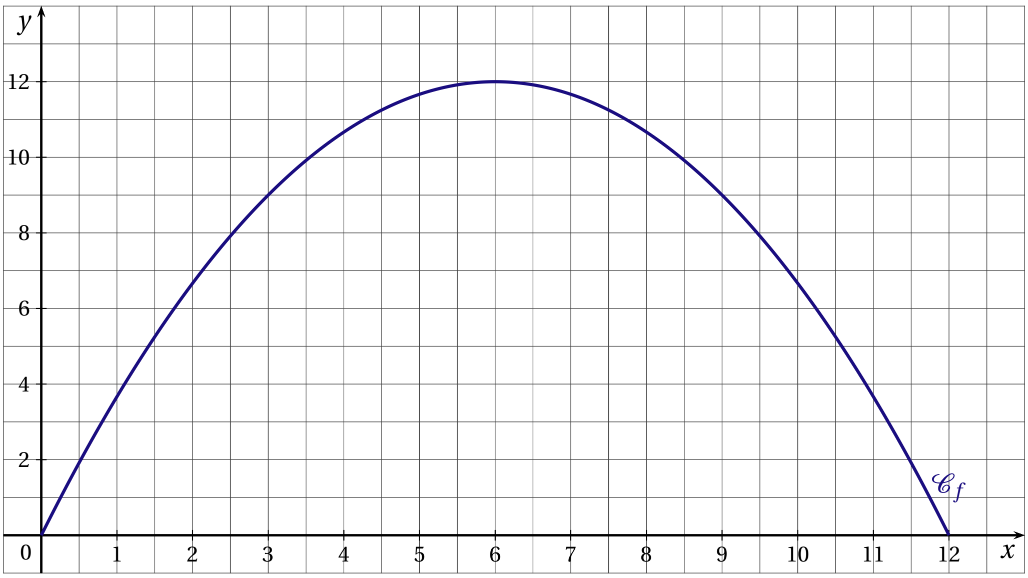
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = -\frac{x}{3} + 4$.

1. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la droite $\mathscr{D}$ avec les axes du repère.

Soit $M(x; y)$ un point de la droite $\mathscr{D}$ tel que $x \in [0;12]$.
On construit le rectangle $OAMB$ avec $A(x;0)$ et $B\left(0;-\frac{x}{3}+4\right)$.



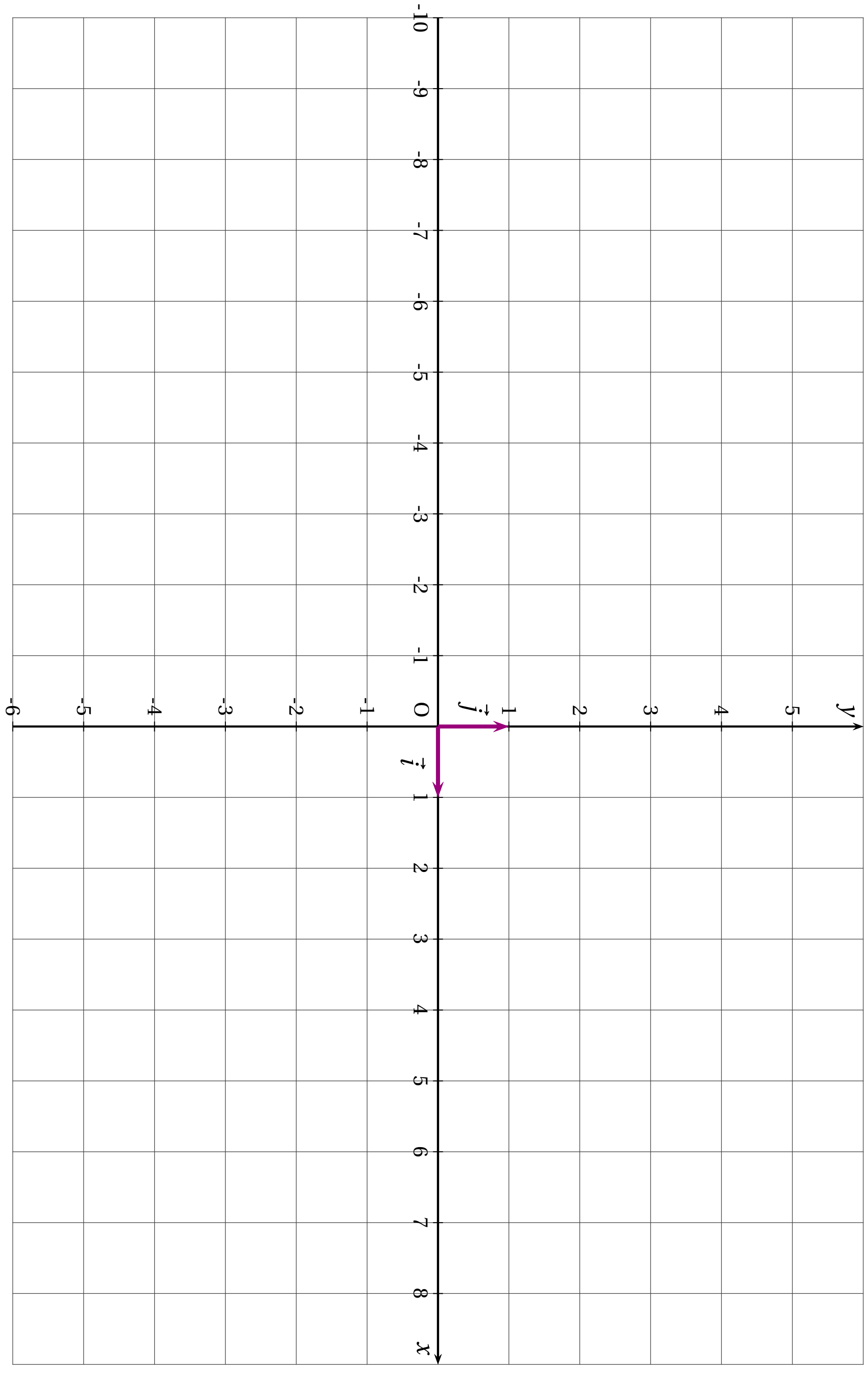
2. Calculer les coordonnées du point M pour que le quadrilatère $OAMB$ soit un carré.
   Vérifier que l'aire de $OAMB$ est alors égale à 9.
3. On note $f(x)$ l'aire du rectangle $OAMB$.
   a) Justifier que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0;12]$ par $f(x) = -\frac{x^2}{3} + 4x$.
   b) Donner le tableau de variation de la fonction f. Justifier.
   c) En déduire la valeur maximale de l'aire du rectangle $OAMB$.
4. La courbe $\mathscr{C}_f$ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthogonal.



   a) Par lecture graphique, déterminer l'ensemble des abscisses des points M pour que l'aire du rectangle $OAMB$ soit supérieure ou égale à 9.
   b) Justifier que pour tout réel x de l'intervalle $[0;12]$, $f(x) - 9 = -\frac{1}{3} \times \left[(x-6)^2 - 9\right]$.
   c) Résoudre dans l'intervalle $[0;12]$ l'inéquation $f(x) - 9 \geqslant 0$.

ANNEXE 1 Exercice 2

À rendre avec la copie



ANNEXE 2 Exercice 3

À rendre avec la copie