CONTRÔLE N° 5

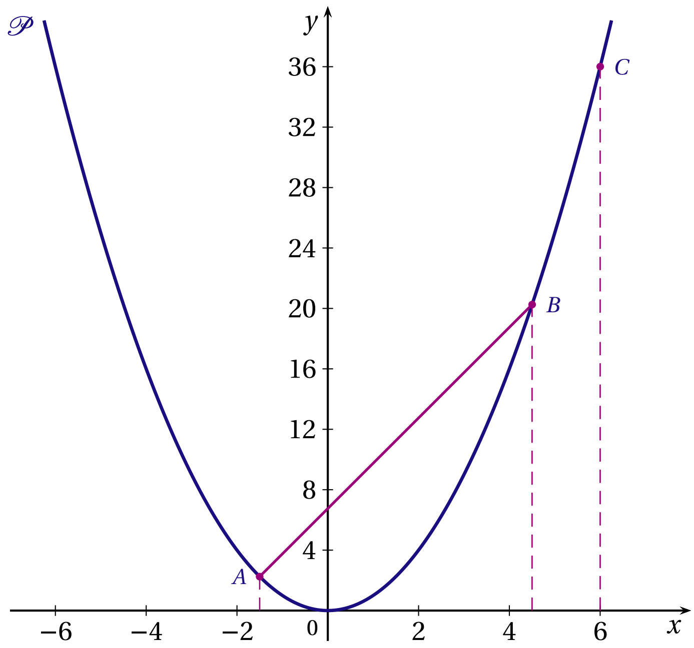
EXERCICE 1

f est la fonction carré définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$.

1. Calculer les images des réels : $\left(-\frac{5}{3}\right)$; 10^{-3} ; $2-\sqrt{3}$ et $2\sqrt{3}$.
2. Quels sont les antécédents éventuels de 8 ?
3. Soit a un réel de l'intervalle $\left[-\frac{3}{4};\frac{4}{3}\right]$. Donner un encadrement de a^2.

EXERCICE 2

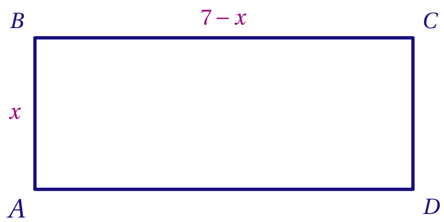
A, B et C sont trois points de la parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = x^2$ d'abscisses respectives $\left(-\frac{3}{2}\right)$, $\frac{9}{2}$ et 6.



1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Calculer les coordonnées du point D appartenant à la parabole $\mathscr{P}$ pour que les droites (AB) et (CD) soient parallèles.

EXERCICE 3

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = x$ et $BC = 7-x$. On note $f(x)$ l'aire du rectangle $ABCD$.



1. Quelles sont les valeurs possibles pour le réel x ?
2. Déterminer la valeur de x pour que l'aire du rectangle $ABCD$ soit maximale.
   En déduire l'aire maximale du rectangle $ABCD$.
3. a) Calculer l'aire du rectangle pour $x = 3$.
   b) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 12$.

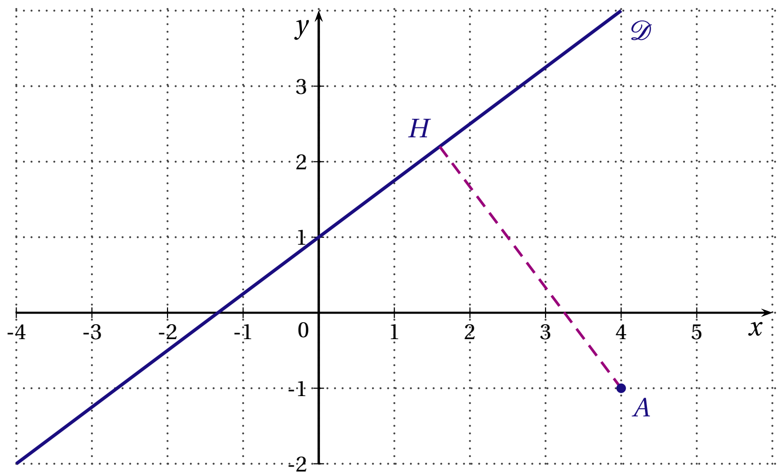
EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 5x - 12$.

1. Donner le tableau de variation de la fonction f.
2. a) Calculer $f(-3)$.
   b) En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 21$.
3. Soit m un réel appartenant à l'intervalle $[-3;5]$. Donner un encadrement de $f(m)$.
4. a) Montrer que pour tout réel x, on a $f(x) = 2 \times \left[\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{121}{16}\right]$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

EXERCICE 5

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = \frac{3}{4}x + 1$ et le point A de coordonnées $(4;-1)$. AH est la distance du point A à la droite $\mathscr{D}$.



1. Soit $M\left(x;\frac{3}{4}x+1\right)$ un point de la droite $\mathscr{D}$.
   a) Exprimer en fonction de x les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AM}$.
   b) Montrer que $AM^2 = \frac{25}{16}x^2 - 5x + 20$.
2. Donner le tableau des variations de la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = \frac{25}{16}x^2 - 5x + 20$.
3. En déduire la distance du point A à la droite $\mathscr{D}$.
4. Calculer les coordonnées du point H.