EXERCICE 1

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note est ramenée à* 0.

<table>
<tr><td>1. Une loi de probabilité d'espérance μ, de variance V et d'écart type σ est définie par le tableau ci-dessous.
<table><tr><td>x_i</td><td>-1</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>p_i</td><td>0,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0,4</td></tr></table>
On a alors :</td><td>☐ $\mu = 1{,}25$
☐ $V = 4{,}85$
☐ $\sigma = \dfrac{\sqrt{5}}{4}$</td></tr>
<tr><td>2. Soient A et B deux événements indépendants.
On donne : $p(A) = \dfrac{1}{4}$ et $p(B) = \dfrac{1}{3}$
On a alors :</td><td>☐ $p(A \cap B) = \dfrac{7}{12}$
☐ $p_A(B) = \dfrac{1}{12}$
☐ $p(A \cup B) = \dfrac{1}{2}$</td></tr>
<tr><td>3. x et y sont deux réels :</td><td>☐ $\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^y = \mathrm{e}^{x+y}$
☐ $\mathrm{e}^x \times \mathrm{e}^y = 1 \iff x = -y$
☐ $\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^y} = \dfrac{x}{y}$</td></tr>
<tr><td>4. L'équation $\ln x = -1$</td><td>☐ a pour solution $x = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$
☐ a pour solution $x = -\mathrm{e}$
☐ n'a pas de solution</td></tr>
<tr><td>5. L'équation $\mathrm{e}^{\ln x} = -1$</td><td>☐ a pour solution $x = -1$
☐ a pour solution $x = -\mathrm{e}$
☐ n'a pas de solution</td></tr>
</table>

EXERCICE 2

Pour chacune des fonctions f suivantes, trouver une primitive sur l'intervalle donné :

1. Sur $]1;+\infty[$, $f(x) = x + \dfrac{2x}{x^2-1}$.
2. Sur $]0;+\infty[$, $f(x) = 1 - x^2 + \dfrac{2}{x^2}$.

EXERCICE 3

1. Déterminer le plus grand entier naturel n tel que $e^{1-0,5n} \geqslant 1$.
2. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $e^{0,03n+2} \geqslant 10$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{2x} \times e^{3x-1} \geqslant 2$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $-2x^2+5x+3=0$. En déduire les solutions de :
   a) l'équation $-2e^{2x}+5e^{x}+3=0$.
   b) l'inéquation $-2e^{2x}+5e^{x}+3<0$.

EXERCICE 4

(D'après sujet Bac ES Amérique du Sud Novembre 2004

Un magasin vend des salons de jardin. Une enquête statistique a montré que :

— 10 % des personnes qui entrent dans le magasin achètent une table ;

— parmi les personnes qui achètent une table, 80 % achètent un lot de chaises ;

— parmi les personnes qui n'achètent pas de table, 10 % achètent un lot de chaises.

Une personne entre dans le magasin.
On note T l'évènement : « La personne achète une table »
On note C l'évènement : « La personne achète un lot de chaises »

1. Traduire à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau la situation décrite ci-dessus.
2. a) Montrer que la probabilité que la personne achète un lot de chaises est égale à 0,17.
   b) Quelle est la probabilité que la personne n'achète pas de table sachant qu'elle a acheté un lot de chaises ?
3. À la fin de la journée, le directeur du magasin constate qu'il a réalisé en moyenne un bénéfice de 11,80 € par personne entrant dans le magasin.
   On sait que le directeur a fait un bénéfice de 50 € par table vendue.
   On appelle x le bénéfice exprimé en euros qu'il a réalisé par lot de chaises vendues.
   On se propose de calculer x.
   a) Reproduire et compléter le tableau suivant définissant la loi de probabilité « montant du bénéfice réalisé par personne entrant dans le magasin ».

Montant du bénéfice	0	50	x	$50+x$
Probabilité				

   b) Montrer que l'espérance mathématique de cette loi est égale à $5+0,17x$.
   c) Conclure.

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2\ln(x) - 2$, dont le tableau de variations, incomplet est le suivant :

x	0		$\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$		$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
Variations de f	$\Vert$	2 $\searrow$	$f\left(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\right)$	$\nearrow$	

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan $\left(\mathrm{O};\vec{\imath},\vec{\jmath}\right)$.

1. Justifier par le calcul, le signe de $f'(x)$ sur chacun des intervalles $\left]0;\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\right[$ et $\left]\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}};+\infty\right[$.
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. Indiquer, en justifiant la réponse à l'aide du tableau de variations, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

   « La courbe représentative de f admet, dans le plan muni d'un repère orthonormal, une asymptote verticale d'équation $x = 0$ ».
4. Calculer la valeur exacte de $f\left(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\right)$.
5. À l'aide de ce tableau de variations, indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $]0;+\infty[$.

   Si ces solutions existent, donner pour chacune d'elles la valeur décimale approchée arrondie au centième.
6. Donner une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse e.
7. Indiquer, en justifiant la réponse, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

   « Toute primitive de f est strictement croissante sur l'intervalle $\left]\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}};+\infty\right[$ ».