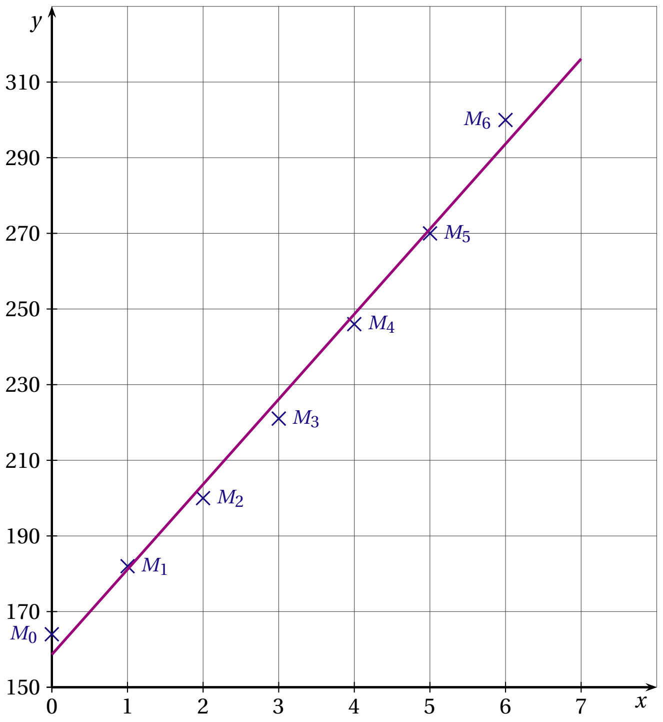
EXERCICE 1 (4 *points*) *Commun à tous les élèves*

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires (C.A.), en millions d'euros, sur la période 1996-2002 d'une entreprise.

Année	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6
C.A. y_i	164	182	200	221	246	270	300

Le nuage de points $M_i\left(x_i\,;y_i\right)$ est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal ainsi que la droite d'ajustement affine obtenue par la méthode des moindres carrés, d'équation $y = 22{,}5x + 158{,}64$ (*coefficients arrondis à* 10^{-2} *près*).



1. À l'aide de cet ajustement, déterminer le chiffre d'affaire que cette entreprise peut prévoir en 2005.
2. L'ajustement affine ne semblant pas traduire l'évolution du chiffre d'affaire, on pose $z_i = \ln y_i$.
   a) Calculer, en arrondissant à 10^{-2} près, pour i variant de 0 à 6, les valeurs z_i associées aux rangs x_i du tableau.
   b) Déterminer avec la calculatrice une équation de la droite d d'ajustement de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés (*coefficients arrondis à* 10^{-3} *près*).
   c) En déduire une relation entre y et x de la forme $y = B \times \mathrm{e}^{ax}$. (Arrondir B à l'entier près)
3. On admet que la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 164 \times \mathrm{e}^{0{,}1x}$ modélise l'évolution du chiffre d'affaires de cette entreprise.
   a) Donner une nouvelle estimation, arrondie au million d'euros, du chiffre d'affaires en 2005.
   b) À partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires sera supérieur à 500 millions d'euros ?

EXERCICE 2 (5 *points*) *Élèves n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

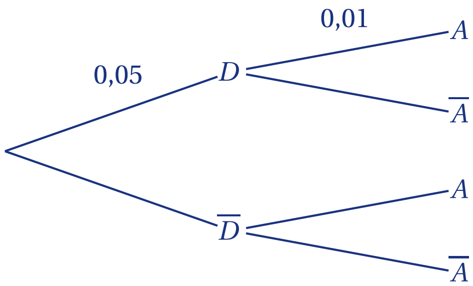
Une usine fabrique des composants pour l'industrie électronique. On considère dans la suite de l'exercice que 5 % des pièces fabriquées sont défectueuses.

Les résultats des différents calculs seront arrondis à 10^{-4} *près.*

1. On prélève au hasard un échantillon de 4 pièces, les prélèvements sont indépendants les uns des autres. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse ?

Chaque pièce est soumise à un contrôle automatisé de fabrication.
La probabilité qu'une pièce défectueuse soit acceptée est égale à 0,01 et la probabilité qu'une pièce sans défaut soit rejetée est égale à 0,03.
On note D l'évènement « la pièce a un défaut », A l'évènement « la pièce est acceptée » et $\overline{E}$ l'évènement contraire d'un évènement E.

2. Recopier et compléter l'arbre suivant :



3. Calculer les probabilités des événements suivants :
   a) « la pièce est rejetée et présente un défaut ».
   b) « la pièce est refusée ».
4. Quelle est la probabilité qu'une pièce refusée ne présente pas de défaut ?
5. Quelle est la probabilité qu'une pièce acceptée soit défectueuse ?

EXERCICE 2 (5 *points*) *Élèves ayant suivi l'enseignement de spécialité ES*

Deux opérateurs de téléphonie ont l'exclusivité du marché d'un pays. On admet que d'une année sur l'autre le nombre d'abonnés au téléphone de ce pays est stable.
Une enquête statistique réalisée sur les années 2002 à 2005 a conduit au modèle suivant :
À partir de 2005 on prévoit que d'une année sur l'autre, la société A, conservera 85 % de sa clientèle et récupèrera 10 % des clients de la société concurrente, notée B.
En se basant sur ce modèle, pour tout entier naturel n, on note pour l'année $(2005+n)$:

— a_n la part de marché de la société A;

— b_n la part de marché de la société B.

On a donc $b_n = 1 - a_n$.
En 2005, la part de marché de la société A est égale à 60 %. On a donc $a_0 = 0{,}6$.

1. Calculer la part de marché de la société A en 2006.
2. Montrer que : pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}75a_n + 0{,}1$.
3. On pose pour tout entier naturel n, $u_n = a_n - 0{,}4$.
   a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
   c) En déduire que, pour tout entier naturel n, $a_n = 0{,}2 \times 0{,}75^n + 0{,}4$.
   d) Déterminer la limite de la suite (a_n) lorsque n tend vers $+\infty$ et l'interpréter.
4. On admet qu'en 2013, la part de marché de la société A est de 42 %.
   On interroge quatre habitants ayant un téléphone choisis au hasard.
   Déterminer la probabilité qu'au moins un des quatre soit client de la société A en 2013.

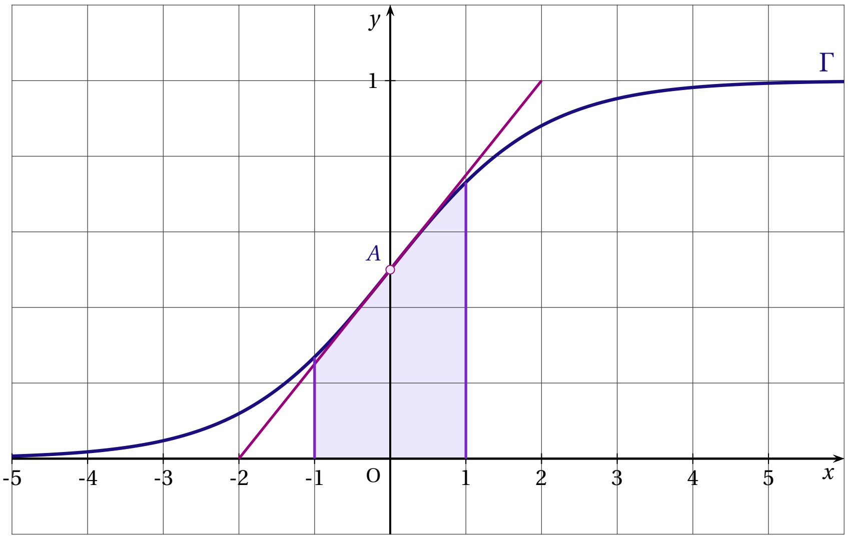
EXERCICE 3 (5 *points*) *Commun à tous les élèves*

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte.
L'exercice consiste à cocher cette réponse exacte sans justification.
Une réponse exacte rapporte 1 *point. Une réponse inexacte enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.*
Si le total des points est négatif, la note est ramenée à 0.

1. $\displaystyle\int_1^2 \frac{x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x =$	☐ $\dfrac{\ln 2 - \ln 1}{2}$ ☐ $\dfrac{\ln 5 - \ln 2}{2}$ ☐ $\dfrac{\ln 2 - \ln 5}{2}$
2. $\displaystyle\int_{-1}^2 \mathrm{e}^{1-2x}\,\mathrm{d}x =$	☐ $-\displaystyle\int_1^2 \mathrm{e}^{1-2x}\,\mathrm{d}x$ ☐ $-\displaystyle\int_2^{-1} \mathrm{e}^{1-2x}\,\mathrm{d}x$ ☐ $-\displaystyle\int_{-2}^{1} \mathrm{e}^{1-2x}\,\mathrm{d}x$
3. L'égalité $\ln\left(x^2-1\right) = \ln(x-1) + \ln(x+1)$ est vraie :	☐ Pour tout x de $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ ☐ Pour tout x de $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ☐ Pour tout x de $]1;+\infty[$
4. Pour tout réel x, le nombre $\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+2}$ est égal à :	☐ $-\dfrac{1}{2}$ ☐ $\dfrac{\mathrm{e}^{-x}-1}{\mathrm{e}^{-x}+2}$ ☐ $\dfrac{1-\mathrm{e}^{-x}}{1+2\mathrm{e}^{-x}}$
5. On pose $I = \displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{\mathrm{e}^x-1}\,\mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x-1}\,\mathrm{d}x$ alors, le nombre $I-J$ est égal à :	☐ $\ln\dfrac{2}{3}$ ☐ $\ln\dfrac{3}{2}$ ☐ $\dfrac{3}{2}$

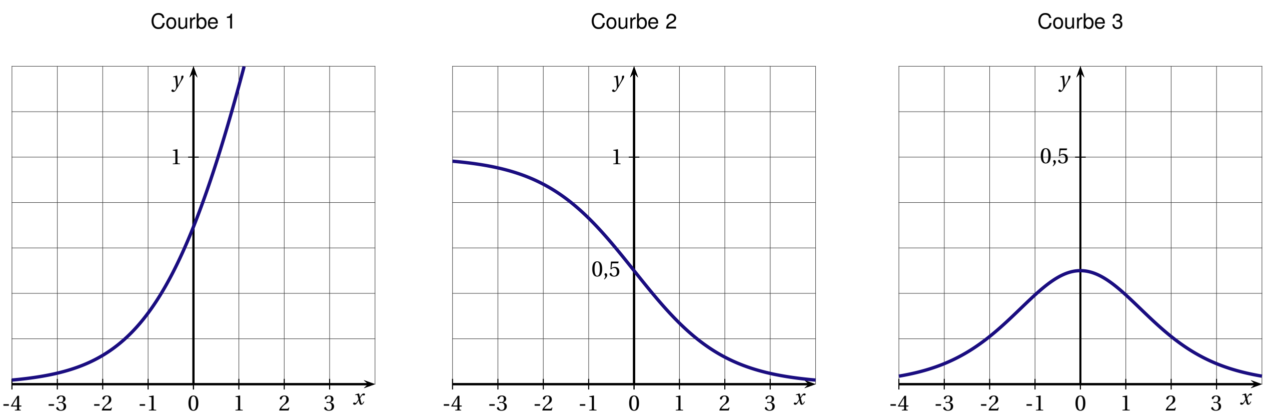
EXERCICE 4 (6 *points*) *Commun à tous les élèves*

On a représenté ci-dessous dans un repère orthogonal, la courbe représentative Γ, d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La courbe Γ passe par le point $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ et la tangente en A à Γ passe par le point de coordonnées $(2;1)$.



unités graphiques : 1 cm *sur l'axe des abscisses et* 5 cm *sur l'axe des ordonnées.*

1. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée f' de f et une autre représente une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.

   Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F. Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix.

2. On suppose que pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{1}{1+\mathrm{e}^{-x}}$.
   a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ces résultats.
   b) Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
   c) Exprimer à l'aide d'une intégrale l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine colorié compris entre la courbe Γ, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x=-1$ et $x=1$.
   d) Montrer que pour tout réel x, $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^x}$.
   e) Calculer l'aire du domaine colorié, exprimée en cm^2.