

**EXERCICE 1** (3 points)

Commun à tous les élèves

Chaque question comporte trois affirmations, une seule des trois est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et recopier l'affirmation exacte sans justifier votre choix.

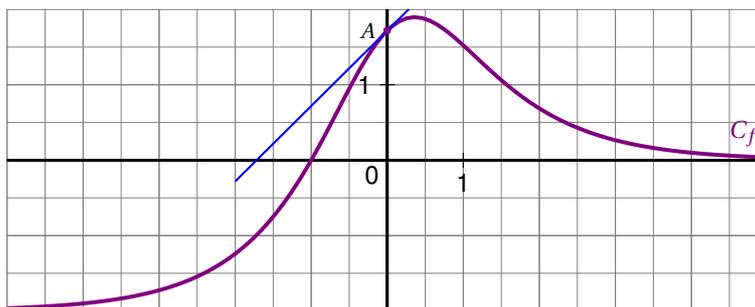
Une bonne réponse rapporte 0,5 point; une mauvaise réponse retire 0,25 point; l'absence de réponse donne 0 point.

**I. ÉTUDE GRAPHIQUE.**

La courbe  $C_f$  donnée ci-dessous est la représentation graphique, d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

On sait que :

- La tangente à la courbe  $C_f$  en  $A$  a pour équation  $y = x + e - 1$ .
- La courbe  $C_f$  coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse  $-1$ .



1. On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ 
  - $f'(0) = 1$
  - $f'(0) = e$
  - $f'(0) = e - 1$
2. On note  $F$  la primitive de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$  telle que  $F(-1) = 0$ .
  - $F(-2) < 0$
  - $F$  est croissante sur  $]-1; +\infty[$
  - $F'(0) = e - 1$
3. On pose  $g(x) = \ln(f(x))$ .
  - $g(2) < 0$
  - $g$  a les mêmes variations que  $f$  sur  $\mathbb{R}$
  - $g'(0) = \ln(e - 1)$

**II. PROBABILITÉS.**

On considère un dé qui a été truqué de telle sorte que, le numéro 6 sort une fois sur trois et les autres numéros (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5) ont chacun la même probabilité de sortir.

On jette ce dé une fois, et on note :

- $S$  : l'évènement « le 6 est sorti »;
- $A$  : l'évènement « le 1 est sorti »;
- $T$  : l'évènement « le 3 est sorti »;
- $M$  : l'évènement « il est sorti un numéro impair ».

4. Les évènements  $S$  et  $A$ 
  - sont équiprobables
  - sont incompatibles
  - sont indépendants
5. Les évènements  $T$  et  $M$ 
  - sont équiprobables
  - sont incompatibles
  - ne sont pas indépendants
6. La probabilité de l'évènement  $M$  est
  - $p(M) = \frac{1}{2}$
  - $p(M) = \frac{2}{5}$
  - $p(M) = \frac{1}{3}$

**EXERCICE 2** (5 points)

Commun à tous les élèves

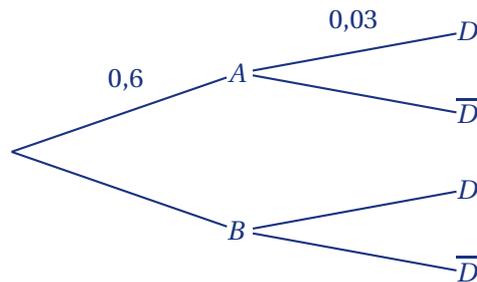
Une entreprise fabrique un article dans deux unités de production notées A et B. L'unité A, assure 60% de la production. On a constaté que :

- 3% des pièces provenant de l'unité A présentent un défaut de fabrication;
- 8% des pièces provenant de l'unité B présentent un défaut de fabrication.

1. On prélève un article au hasard, et on note :

- A l'évènement « la pièce provient de l'unité A »;
- B l'évènement « la pièce provient de l'unité B »;
- D l'évènement « la pièce présente un défaut »,  $\bar{D}$  l'évènement contraire.

a) Recopier et compléter l'arbre suivant :



b) Calculer la probabilité qu'un article présente un défaut et provienne de l'unité A.

c) Montrer que la probabilité qu'un article présente un défaut est égale à 0,05.

2. L'entreprise envisage de mettre en place un test de contrôle de ces articles avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 82% des articles défectueux, mais il élimine également à tort 4% des articles non défectueux. Les articles non éliminés sont alors mis en vente.

On prend au hasard un article fabriqué et on note V l'évènement « l'article est mis en vente ».

a) Calculer  $p(V \cap D)$  et  $p(V \cap \bar{D})$ . En déduire que la probabilité qu'un article fabriqué soit mis en vente après contrôle est 0,921.

b) L'entreprise souhaite qu'il y ait moins de 1% des articles vendus défectueux. Ce contrôle permet-il d'atteindre cet objectif?

**EXERCICE 3** (5 points)

*Élèves n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité ES*

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du SMIC horaire brut en euros de 2000 à 2006.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année $x_i$	0	1	2	3	4	5	6
SMIC horaire en euros $y_i$	6,41	6,67	6,83	7,19	7,61	8,03	8,27

Source INSEE.

- Calculer le pourcentage d'évolution du SMIC horaire entre les années 2000 et 2006 (le résultat sera arrondi au centième).
- Représenter le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i; y_i)$  dans le plan rapporté à un repère orthogonal (*unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 5 cm pour 1 euro sur l'axe des ordonnées ; les graduations commencent à 0 sur l'axe des abscisses et à 6 sur l'axe des ordonnées*).  
Calculer les coordonnées du point moyen  $G$  de la série  $(x_i; y_i)$ , et le placer sur le graphique.
- Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés et les résultats seront arrondis au millième.  
Le nuage de points montre qu'un ajustement affine est justifié.
  - Donner une équation de la droite de régression  $D$  de  $y$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés.
  - Représenter la droite  $D$  dans le repère précédent.
- Calculer, avec cet ajustement affine, le montant du SMIC horaire en euros que l'on peut prévoir en 2010 (résultat arrondi au centième).
- On envisage un autre modèle pour prévoir l'évolution du montant du SMIC horaire. On suppose qu'à partir de l'année 2007, le SMIC horaire progressera de 3,7% par an. On désigne par  $u_n$  le montant du SMIC horaire, en euros, de l'année  $(2006 + n)$ . On a donc  $u_0 = 8,27$ .
  - Calculer le montant du SMIC horaire en 2010 (résultat arrondi au centième).
  - À partir de quelle année le SMIC horaire aura-t-il dépassé 15 euros?

**EXERCICE 3** (5 points)

*Élèves ayant suivi l'enseignement de spécialité ES*

Une entreprise réalise une campagne publicitaire dans les journaux et par affichage. Les profits exprimés en milliers d'euros générés par cette campagne sont estimés par la fonction suivante :

$$P(x, y) = -0,001x^2 - 0,001y^2 + 0,5x + y + 400$$

où  $x$  est le montant investi dans la publicité dans les journaux (en milliers d'euros) et  $y$  est le montant investi dans la publicité par affichage (en milliers d'euros).

Le budget alloué à la publicité est de 500 000 €.

1. En considérant que le budget est totalement dépensé, calculer le montant du profit dans le cas où le montant investi dans la publicité dans les journaux est de 100 milliers d'euros.
2. Sous la contrainte de budget  $x + y = 500$ .
  - a) Montrer que le montant (exprimé en milliers d'euros) du profit en fonction de  $x$  est donné par  $f(x) = -0,002x^2 + 0,5x + y + 650$ .
  - b) Étudier les variations de la fonction  $f$ . En déduire le montant investi dans la publicité dans les journaux qui assure un profit maximum.
  - c) Donner la répartition du budget permettant de maximiser les profits et déterminer le montant du profit maximal.
3. Le patron de l'entreprise étudie la rentabilité d'une augmentation du budget.  
Avec une augmentation du budget de 1 000 € :
  - a) Donner la répartition du budget permettant de maximiser les profits et déterminer le montant du profit maximal.
  - b) Conclure.

**EXERCICE 4** (7 points)

Commun à tous les élèves

**PARTIE A**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]-1; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

1. Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
2. On note  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ . Calculer  $f'(x)$ .
3. Étudier le signe de  $f$  sur l'intervalle  $]-1; +\infty[$ .

**PARTIE B**

Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \ln(f(x))$  et  $C_g$  sa représentation graphique.

1. Déterminer l'intervalle  $I$  de définition de  $g$ .
2. Calculer les limites de  $g$  en  $+\infty$  et en  $1$ .  
En déduire les asymptotes à la courbe  $C_g$  en précisant une équation pour chacune d'elles.
3. Exprimer  $g'(x)$ . En déduire le tableau de variations de  $g$ .
4. Donner une équation de la tangente à la courbe  $C_g$  au point d'abscisse 2.
5. Ci-dessous, la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal a été tracée. Tracer la courbe  $C_g$  dans le même repère.

