EXERCICE 1

Une entreprise vend des calculatrices d'une certaine marque. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pouvaient présenter deux types de défaut, l'un lié au clavier et l'autre lié à l'affichage.
Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :

- La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à 0,04.
- En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est de 0,03.
- Alors qu'en l'absence de défaut de clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94.

On note C l'évènement « la calculatrice présente un défaut de clavier », A l'évènement « la calculatrice présente un défaut d'affichage ».
On notera $p(E)$ la probabilité de l'évènement E. L'évènement contraire de E sera noté $\overline{E}$ et $p_F(E)$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé.
Dans cet exercice, les probabilités seront écrites sous forme de nombres décimaux arrondis à 10^{-4} près.

1. a. Préciser à l'aide de l'énoncé les probabilités suivantes : $p_{\overline{C}}\left(\overline{A}\right)$, $p_C(A)$ et $p(C)$.
   b. Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.
2. On choisit une calculatrice de cette marque au hasard.
   a. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.
   b. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.
   c. En déduire $p(A)$.
   d. Montrer que la probabilité de l'évènement D : « la calculatrice est de fabrication défectueuse » est égale à 0,0976.
3. Trois clients achètent de manière indépendante une calculatrice de cette marque.
   a. Calculer la probabilité pour qu'au moins une calculatrice soit sans défaut.
   b. Calculer la probabilité pour qu'une seule calculatrice soit sans défaut.

EXERCICE 2

À l'occasion de la fête du cinéma, le service de publicité d'un quotidien propose chaque jour la possibilité de gagner une place de cinéma sous forme de cartes à gratter.
Dans 13% des journaux mis en vente on trouve une carte gagnante.
Quelle est la probabilité, arrondie au centième, qu'un client qui a acheté pendant cinq jours ce quotidien gagne au moins une place de cinéma ?

EXERCICE 3

1. On considère la fonction f définie sur $[0; 10]$ par : $f(x) = 5\ln(x+1) - \dfrac{5}{x+1} + 6$.
   Sa courbe représentative C_f est tracée ci-dessous.
   a. Calculer $f'(x)$, où f' est la dérivée de f.
   b. Étudier le sens de variation de f sur $[0; 10]$.
2. Soit G la fonction définie sur $[0; 10]$ par $G(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$
   a. Montrer que G est une primitive de la fonction $x \to \ln(x+1)$.
   b. Déterminer la primitive F de la fonction f telle que $F(0) = 16$.

3. La fonction f modélise un coût marginal de production en fonction de la quantité x produite en milliers d'objets.

   Le coût total C en milliers d'euros pour une production de x milliers d'objets $(0 \leq x \leq 10)$ est défini par $C(x) = 5x\ln(x+1) + x + 16$ *on rappelle que* $C'(x) = f(x)$.

   Le coût moyen unitaire est défini sur l'intervalle $]0;10]$ par $g(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

   a. Quel est le coût moyen unitaire arrondi au centime d'euros d'un objet, quand l'entreprise produit 8 000 objets ?

   b. Étudier la fonction g sur l'intervalle $]0;10]$, limite en 0 et sens de variation.

   c. Tracer la courbe représentative de la fonction g sur le graphique fourni.

   d. Vérifier que lorsque le coût moyen est minimal, il est égal au coût marginal.