

PARTIE A

La figure 1 ci-dessous représente la surface S d'équation $z = -2x^2 + 27x - xy + 12y - y^2$.

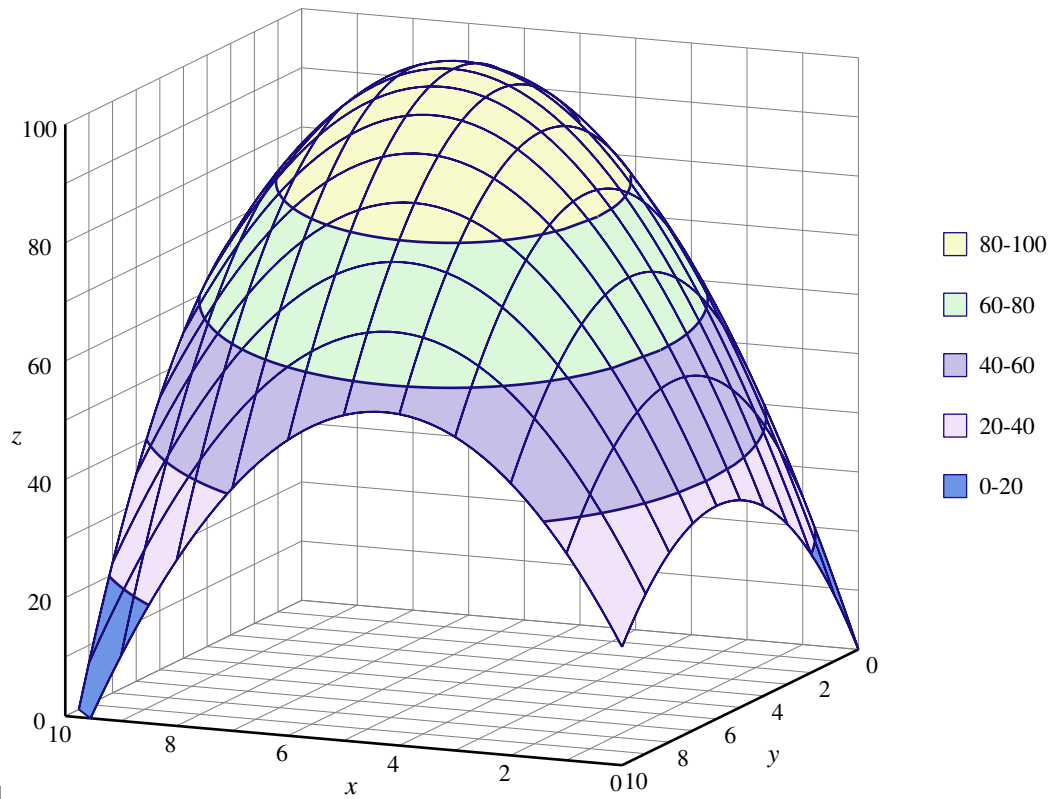
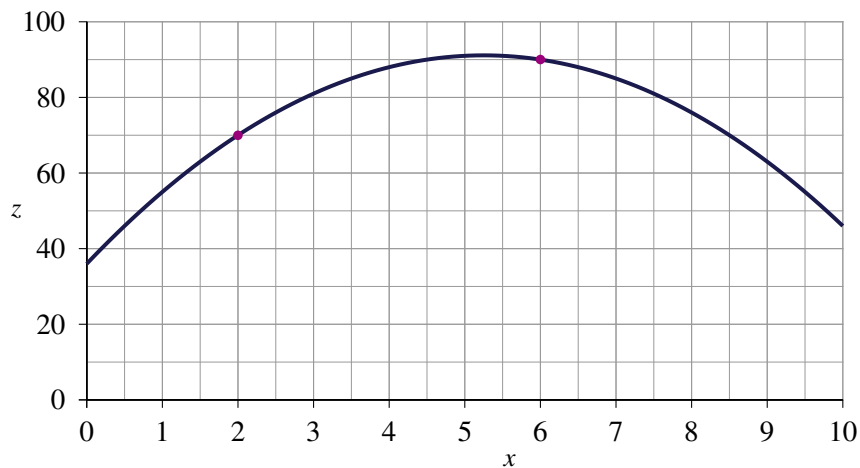


Figure 1

1. a) Le point $A(2; 6; 70)$ appartient-il à la surface S ?
 b) Placer, sur la figure ci-dessus, le point B d'abscisse 2 et d'ordonnée 4 qui appartient à S . Quelle est la cote du point B ?
2. a) Soit $y = 2$. Exprimer alors z sous la forme $z = f(x)$ puis donner la nature de la section de la surface S par le plan d'équation $y = 2$.
 b) Sur la figure 2, la courbe C représente la projection orthogonale dans le plan (xOz) d'une courbe de niveau d'ordonnée constante k . Déterminer la valeur de k .

Figure 2



PARTIE B

La fabrication d'un produit dépend des durées de fonctionnement de deux machines A et B. On note :

- x la durée de fonctionnement de la machine A, exprimée en centaines d'heures ;
- y la durée de fonctionnement de la machine B, exprimée en centaines d'heures ;

La quantité produite exprimée en tonnes est donnée par la relation :

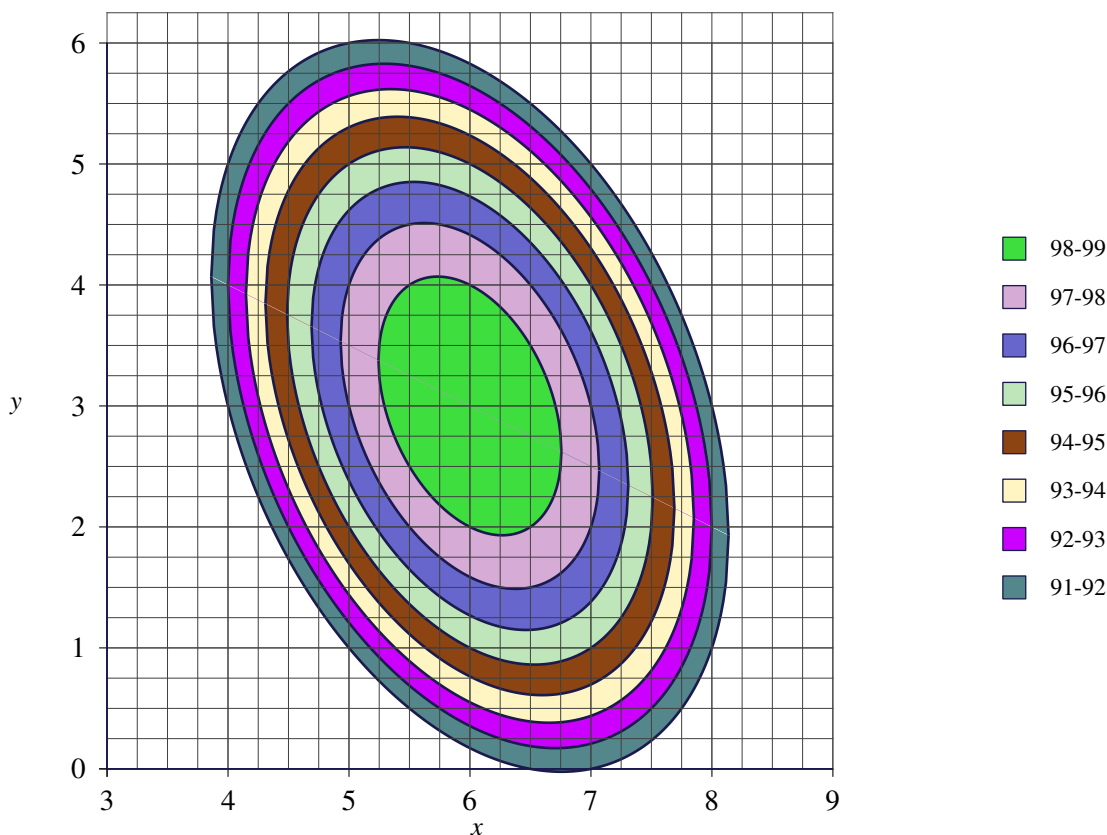
$$f(x; y) = -2x^2 + 27x - xy + 12y - y^2 \text{ avec } 0 < x \leq 10 \text{ et } 0 < y \leq 10$$

Les contraintes liées aux horaires de travail font que la somme des durées fonctionnement des deux machines A et B est de neuf centaines d'heures.

1. On cherche à maximiser la production sous cette contrainte.
 - a) Vérifier que la quantité produite exprimée en tonnes sous cette contrainte de temps peut être modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $]0; 10]$ par $g(x) = -2x^2 + 24x + 27$.
 - b) En déduire les durées de fonctionnement des machines A et B permettant d'obtenir une production maximale. Préciser la quantité maximale produite exprimée en tonnes.
2. La direction de l'entreprise envisage d'augmenter d'une centaine d'heures la somme des durées de fonctionnement des deux machines.

La figure 3 ci-dessous, représente des courbes de niveau de cote constante, projections orthogonales dans le plan (xOy) d'une partie de la surface S d'équation $z = -2x^2 + 27x - xy + 12y - y^2$.

Figure 3



- a) Représenter sur la figure 3 les contraintes $x + y = 10$ et $x + y = 9$.
- b) Quelle sera la conclusion de la direction de l'entreprise ?