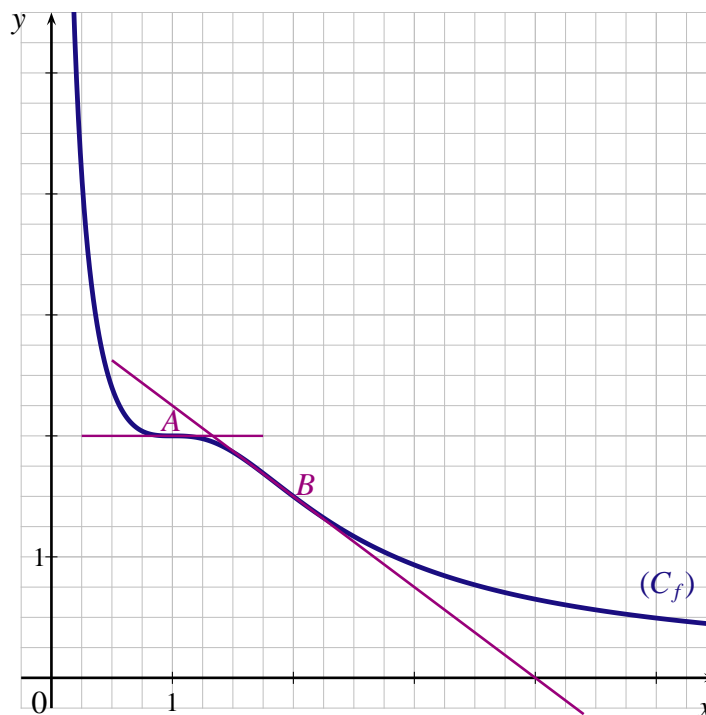


EXERCICE 1

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $]0; +\infty[$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f . On sait que :

- Les droites d'équation $x = 0$ et $y = 0$ sont asymptotes à la courbe C_f ;
- la courbe C_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A d'abscisse 1 ;
- la tangente à la courbe C_f au point $B\left(2; \frac{3}{2}\right)$ passe par le point de coordonnées $(4; 0)$



1. À partir du graphique et des renseignements fournis :
 - a. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - b. Déterminer $f(1)$, $f(2)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
2. On considère la fonction g inverse de la fonction f . C'est-à-dire la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.
 - a. Quel est le sens de variation de la fonction g sur $]0; +\infty[$?
 - b. Déterminer les valeurs de $g'(1)$ et $g'(2)$.
 - c. Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2.

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \left(\frac{2}{x} - 1\right)^3$

1. Étudier les limites de la fonction f aux bornes de son intervalle de définition. En donner une interprétation graphique.
2. Calculer $f'(x)$.
3. Étudier les variations de la fonction f .

EXERCICE 3

PARTIE A

1. Vérifier que pour tout réel x , $x^3 + 3x^2 - 54 = (x - 3)(x^2 + 6x + 18)$.
2. En déduire le signe du polynôme $P(x) = x^3 + 3x^2 - 54$.

PARTIE B

Une entreprise produit q milliers de pièces par jour, q étant un réel de $]0; 5]$. Le prix de revient d'une pièce, exprimé en euros, dépend de q et est donné par l'expression :

$$f(q) = \frac{q^3 + 6q^2 + 12q + 108}{12q}$$

1. Combien coûte, en moyenne, à l'euro près, la production de 4200 pièces ?
2. On désigne par f' la dérivée de la fonction f .
 - a. Calculer $f'(q)$.
 - b. En vous aidant de la partie A, étudiez les variations de la fonction f .
 - c. En déduire le nombre d'unités à fabriquer pour que le prix de revient d'une pièce soit minimal. Quel est alors le montant en euros du coût total de production ?