

EXERCICE 1

Simplifier les écritures suivantes :

1. $\frac{(e^{x+2})^2}{e^{2x-1}}$ 2. $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$ 3. $\frac{e^{x+\ln 8}}{e^{x-\ln 2}}$

EXERCICE 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $e^{1-x^2} = 1$ 2. $e^{\ln(x^2+1)} - \ln(e^{1-x^2}) = \frac{1}{2}$ 3. $\ln(e^{-x}) + e^{-\ln x} = 0$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 1}{x - 1}$.

- Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.
- Déterminer la primitive F de la fonction f telle que $F(2) = 1$.

EXERCICE 4

On cherche à déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$. Pour cela, on considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x - x$.

- Déterminer $f'(x)$.
- Étudier les variations de f , en déduire que f admet un minimum.
- Justifier que pour tout réel x on a : $e^x > x$. En déduire la limite de la fonction exponentielle en $+\infty$.

EXERCICE 5

Un musée propose à la vente trois sortes de billets : un billet à 9 € pour visiter uniquement les collections permanentes; un billet à 11 € pour visiter uniquement l'exposition temporaire ou un billet à 13 € pour visiter les collections permanentes et l'exposition temporaire. On sait que :

- 60% des visiteurs visitent l'exposition temporaire.
- 45% des visiteurs achètent un billet à 11 €.

- Établir la loi de probabilité associée au prix d'un billet.
- Quelle est la recette quotidienne que peut espérer ce musée si le nombre de visiteurs par jour est en moyenne de 20 000?

EXERCICE 6

Un organisme a chargé un centre d'appel de démarcher des clients potentiels. On a constaté que 15% des clients contactés donnent suite à la demande et acceptent un rendez-vous.

On contacte n clients de cet organisme d'une façon indépendante et on note p_n la probabilité qu'au moins un des clients contactés accepte un rendez-vous.

- Dans le cas où $n = 3$, calculer la probabilité qu'aucun des trois clients contactés n'accepte un rendez-vous, puis en déduire p_3 .
- Prouver que $p_n = 1 - 0,85^n$.
- Quel est le nombre minimal de clients à démarcher pour que la probabilité qu'au moins un des clients contactés accepte un rendez-vous soit supérieure à 0,99?