EXERCICE 1 (6 *points*)

La courbe tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $]-1;+\infty[$. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $]-1;+\infty[$ et par F une primitive de f sur $]-1;+\infty[$.

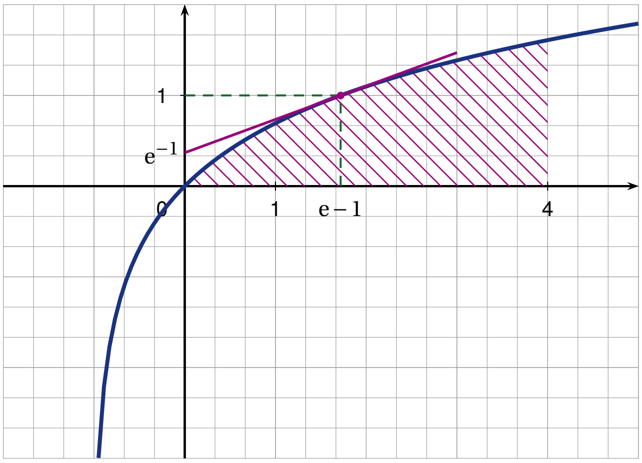
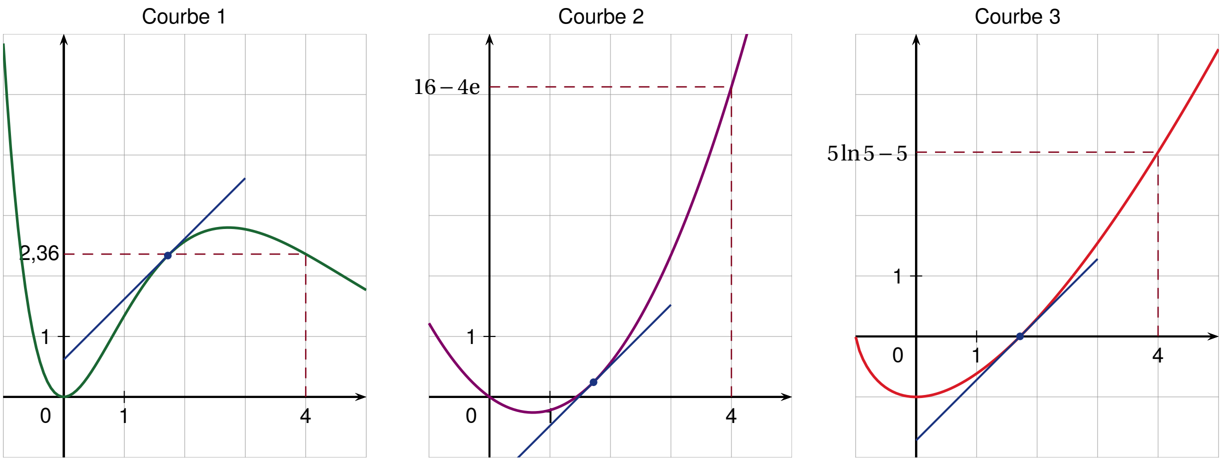


Figure 1

1. Déterminer $f'(\mathrm{e}-1)$.
2. Indiquer les variations de F sur l'intervalle $]-1;+\infty[$.
3. Une des trois courbes représentées ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction F.



   a) Ces trois courbes admettent au point d'abscisse $(\mathrm{e}-1)$ une tangente ayant le même coefficient directeur m. Quelle est la valeur de m ?
   b) Laquelle de ces trois courbes peut convenir ?
4. Déterminer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré sur la figure 1.
5. Quelle est la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$?

EXERCICE 2 (9 *points*)

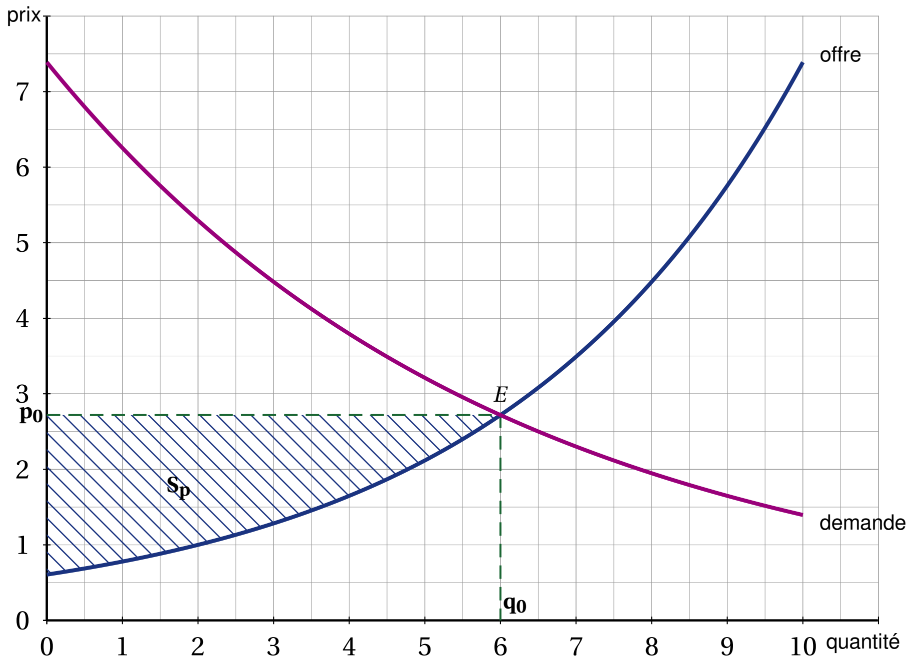
Les fonctions d'offre et de demande d'un produit sont définies sur $[0;10]$ par :

— fonction d'offre $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{x}{4}-\frac{1}{2}}$;

— fonction demande $g(x) = \mathrm{e}^{2-\frac{x}{6}}$.

Où x est la quantité en milliers d'articles et $f(x)$ et $g(x)$ sont des prix unitaires en euros.

1. Étudier les variations des fonctions f et g.
2. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 6.
3. Les courbes représentatives des fonctions f et g sont données ci-dessous. Au point E d'équilibre du marché, le prix p_0 en euro demandé par les consommateurs est égal au prix d'offre des producteurs et la quantité échangée sur le marché en milliers d'articles est égale à q_0.



   Calculer la quantité d'équilibre q_0 en nombre d'articles et le prix d'équilibre p_0 arrondi au centime d'euro près.

4. On considère les nombres $I = \displaystyle\int_0^{q_0} g(x)\mathrm{d}x$ et $J = p_0 q_0$. Donner une interprétation graphique de $I - J$. (*On pourra utiliser des hachures sur le dessin fourni*)
5. On admet que la quantité d'équilibre q_0 est de 6 milliers d'articles.

   a) Exprimé en milliers d'euros, le surplus des consommateurs, est donné par $S_d = \displaystyle\int_0^{6} g(x)\mathrm{d}x - 6\mathrm{e}$. Déterminer le surplus des consommateurs arrondi à l'euro près.

   b) L'aire S_p du domaine hachuré représente en milliers d'euros, le surplus des producteurs. Déterminer le surplus des producteurs arrondi à l'euro près.

EXERCICE 3 (5 *points*)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse.

Une réponse inexacte enlève la moitié des points attribués à la question. L'absence de réponse à une question ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

1. Si A et B sont deux évènements indépendants tels que $p(A) = 0{,}7$ et $p(B) = 0{,}2$ alors :
   - ☐ $p(A \cup B) = 0{,}9$
   - ☐ $p(A \cup B) = 0{,}76$
   - ☐ $p(A \cap B) = 0{,}5$
2. Si A et B sont deux évènements indépendants tels que tels que $p(A) = 0{,}6$ et $p(A \cup B) = 0{,}8$ alors :
   - ☐ $p(A \cap B) = 0{,}48$
   - ☐ $p(B) = 0{,}2$
   - ☐ $p_A(B) = 0{,}5$
3. On lance un dé équilibré trois fois de suite. La probabilité d'obtenir au moins un 6 est :
   - ☐ $\dfrac{3}{6}$
   - ☐ $\dfrac{1}{216}$
   - ☐ $\dfrac{91}{216}$
4. Si A et B sont deux évènements relatifs à une même épreuve tels que $p(A) = 0{,}4$ $p_A(B) = 0{,}2$ et $p_{\bar{A}}(B) = 0{,}4$ alors :
   - ☐ $p(B) = 0{,}6$
   - ☐ $p(B) = 0{,}32$
   - ☐ $p(A \cup B) = 0{,}08$
5. Si A et B sont deux évènements relatifs à une même épreuve tels que $p(A \cap B) = 0{,}12$ et $p(\bar{A} \cap B) = 0{,}36$ alors :
   - ☐ $p_B(A) = 0{,}24$
   - ☐ $p_B(A) = 0{,}48$
   - ☐ $p_B(A) = 0{,}25$