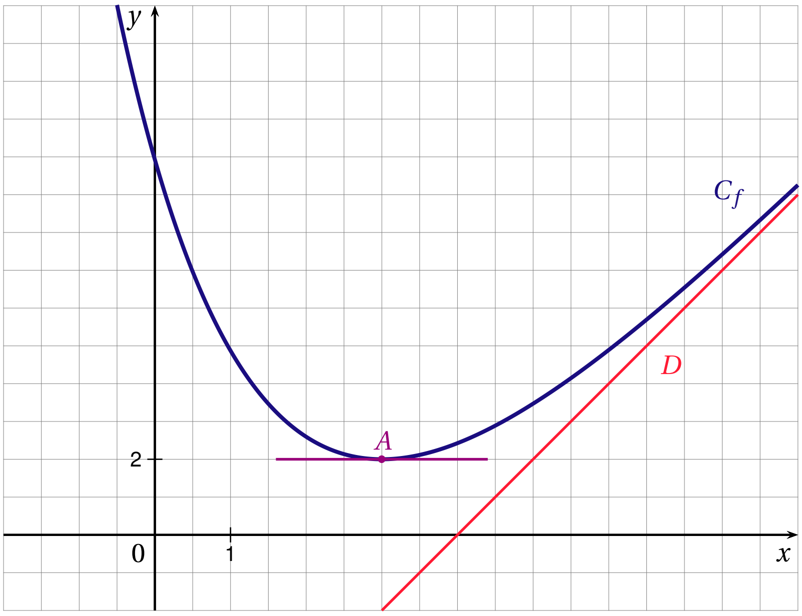
EXERCICE 1 (7 *points*)

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
On sait que :

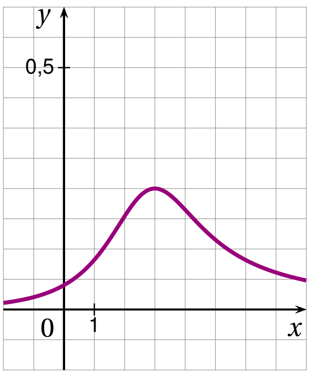
— la droite D d'équation $y = 2x - 8$ est asymptote à la courbe C_f en $+\infty$;

— la courbe C_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point $A(3;2)$.

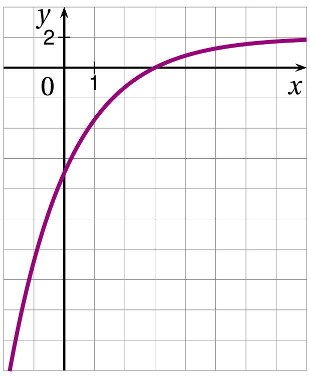


À partir du graphique et des renseignements fournis :

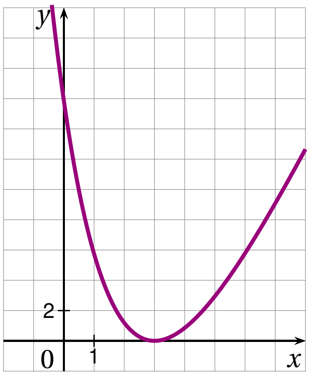
1. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - 2x + 8$. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
3. Déterminer $f(3)$ et $f'(3)$.
4. Quelle est parmi les trois courbes tracées ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f' ?



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

5. Une seule des trois propositions suivantes est exacte, déterminer laquelle.
   a. $f'(2) \times f'(4) < 0$ b. $f'(2) \times f'(4) = 0$ c. $f'(2) \times f'(4) > 0$
6. On considère la fonction h inverse de la fonction f. C'est-à-dire la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.
   a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.
   b) Quelle est parmi les trois courbes de la question 4, celle qui représente la fonction h ?

CONTRÔLE N° 2

EXERCICE 2 (6 *points*)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - 2x - \dfrac{3}{x^2+1}$. On note C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Étudier les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Soit D la droite d'équation $y = 1 - 2x$. Montrer que la droite D est asymptote à la courbe C_f en en $-\infty$ et en $+\infty$.
3. On note f' la dérivée de la fonction f, calculer $f'(x)$.
4. Le tableau de variation de la fonction f est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	

   a) Faire figurer les limites trouvées dans le tableau.

   b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$, admet une solution unique α , avec $\alpha \in]-1;0[$.

   c) Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur arrondie de α à 10^{-2} près.

EXERCICE 3 (7 *points*)

Soit C la fonction définie pour tout x élément de l'intervalle $]0;16]$ par $C(x) = 0{,}5x^3 - 12x^2 + 114x + 100$.
La fonction C modélise le coût total de production, exprimé en euro, de x centaines d'articles fabriqués par jour.
Sa représentation graphique sur cet intervalle, notée C_T, est donnée en annexe.

1. La recette totale en euros pour x centaines d'articles est donnée, en admettant que toute la production soit vendue, par $R(x) = 100x - 3x^2$.

   a) Tracer sur le graphique joint en annexe, la courbe G représentative de la fonction R.

   b) Par lecture graphique, déterminer :

   — l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour qu'il y ait un bénéfice ;

   — la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.

2. Le bénéfice est la fonction B définie sur l'intervalle $]0;16]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.

   a) Calculer $B'(x)$.

   b) Étudier les variations de la fonction B.

   c) En déduire la production x_0 (*arrondie à l'article près*) pour laquelle le bénéfice est maximal. Quel est le montant arrondi à l'euro près, de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE

À rendre avec votre copie