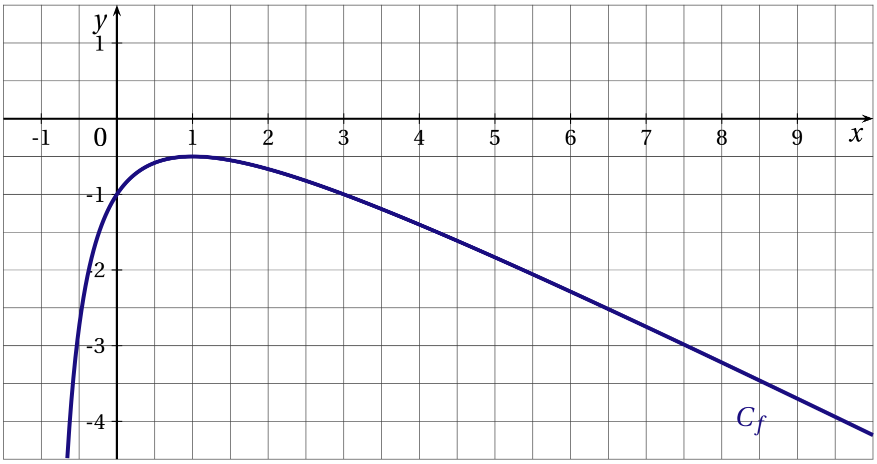
CONTRÔLE N° 1

EXERCICE 1 (8 *points*)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par $f(x) = 1 - \dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{x+1}$. On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.



1. a) Déterminer $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote pour la courbe C_f.
   b) Montrer que la courbe C_f admet une deuxième asymptote d'équation $y = -\dfrac{x}{2} + 1$.
   c) Tracer sur le graphique précédent, les asymptotes à la courbe C_f.
2. On note f' la dérivée de la fonction f.
   a) Calculer $f'(x)$.
   b) Étudier le signe de $f'(x)$.
   c) Donner le tableau complet des variations de f.

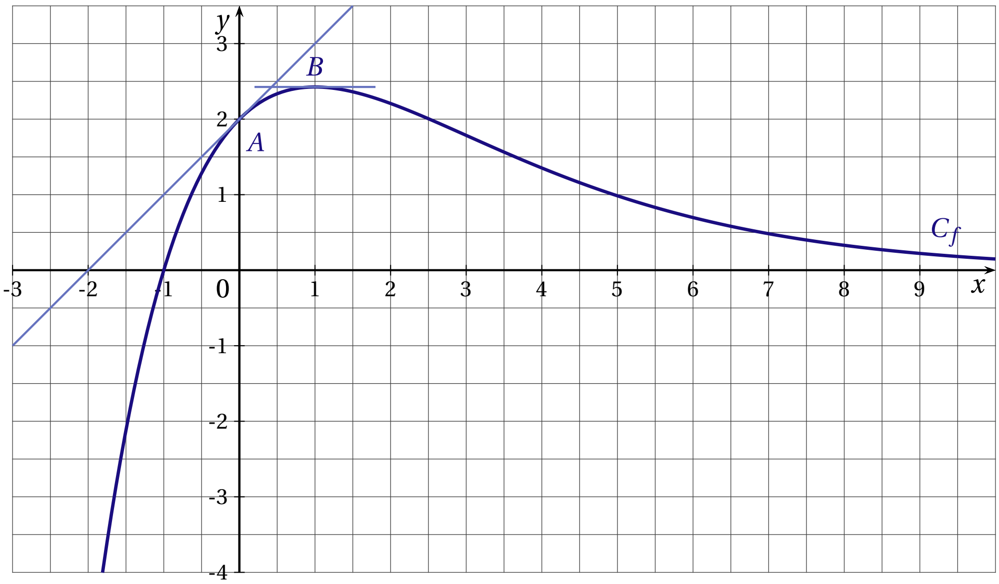
EXERCICE 2 (4 *points*)

La courbe C_f ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On sait que :

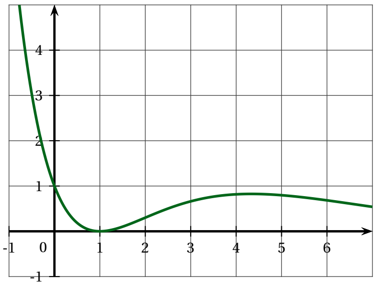
— la courbe coupe l'axe des ordonnées au point A et la tangente à la courbe au point A passe par le point de coordonnées $(-2;0)$;

— la courbe admet au point B d'abscisse 1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses ;

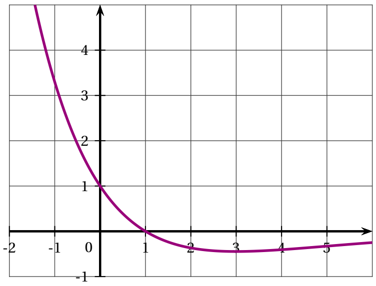
— l'axe des abscisses est asymptote à la courbe C_f.



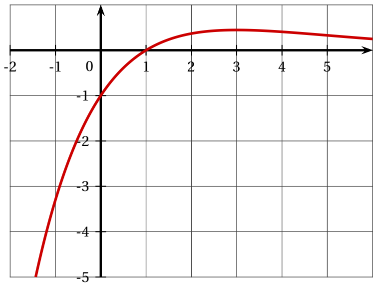
1. À partir du graphique et des renseignements fournis :
   a) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   b) Déterminer $f'(0)$ et $f'(1)$.
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



courbe C_1



courbe C_2



courbe C_3

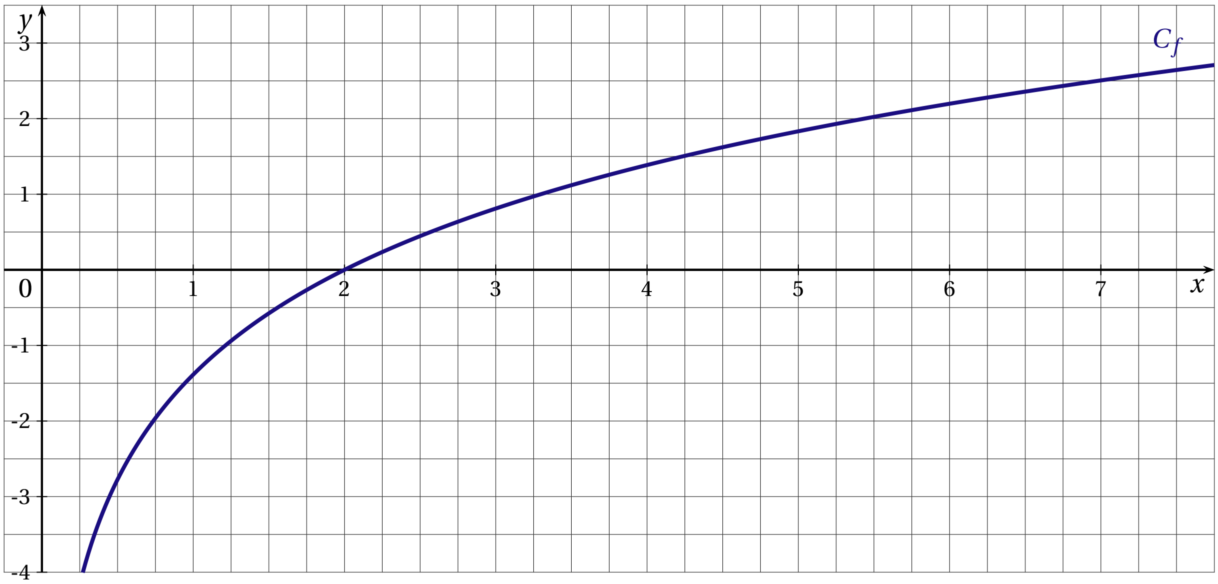
EXERCICE 3 (8 *points*)

Soient u la fonction définie pour tout réel x par $u(x) = x^2 - 1$ et g une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]-1;+\infty[$. On note g' la dérivée de la fonction g.

On sait que $\lim\limits_{x\to-1^+} g(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$, $g(3) = 0$ et pour tout réel $x > -1$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+1}$

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = g[u(x)]$. f est la composée de la fonction u suivie de la fonction g.

La courbe C_f ci-dessous représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. a) Donner le tableau des variations de la fonction g.
   b) Étudier le signe de $g(x)$.
2. a) Calculer $f(2)$.
   b) Déterminer $\lim\limits_{x\to0} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote pour la courbe C_f.
   c) On admet que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.
   d) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 2. La tracer sur le graphique précédent.