

EXERCICE 1 (9 points)

Une entreprise fabrique des articles en grande quantité.

Une étude statistique a permis de constater que 10% des articles fabriqués sont défectueux.

*Dans cet exercice, toutes les valeurs approchées des résultats demandés seront arrondies au millième.
Les trois parties sont indépendantes.*

PREMIÈRE PARTIE

Les articles fabriqués peuvent présenter au maximum deux défauts notés a et b .

On note :

A l'évènement : « Un article prélevé au hasard présente le défaut a » ;

B l'évènement : « Un article prélevé au hasard présente le défaut b » ;

\bar{A} et \bar{B} les évènements contraires respectifs de A et B .

On donne les probabilités suivantes : $p(A) = 0,05$; $p(B) = 0,06$.

1. Quelle est la probabilité de l'évènement « un article prélevé au hasard ne présente aucun défaut » ?
2. Calculer la probabilité de l'évènement « un article prélevé au hasard présente les deux défauts ».
3. On prélève au hasard un article parmi ceux qui présentent le défaut a . Calculer la probabilité que cet article présente également le défaut b .
4. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

DEUXIÈME PARTIE

On prélève au hasard trois articles et on considère ces trois prélèvements comme étant indépendants.

1. Calculer la probabilité qu'un seul des trois articles soit sans défaut.
2. Calculer la probabilité qu'au moins un des trois articles soit sans défaut.

TROISIÈME PARTIE

L'entreprise décide de mettre en place un test de contrôle de ces articles avant leur mise en vente. Ce contrôle détecte et élimine 85% des articles défectueux, mais il élimine également à tort 5% des articles non défectueux. Les articles non éliminés sont alors mis en vente.

On prend au hasard un article fabriqué et on note :

D l'évènement « l'article est défectueux » ;

V l'évènement « l'article est mis en vente ».

1. Construire un arbre pondéré rendant compte de cette situation.
2. Montrer que la probabilité qu'un article fabriqué soit mis en vente après contrôle est 0,87.
3. Calculer la probabilité qu'un article mis en vente après contrôle soit défectueux.

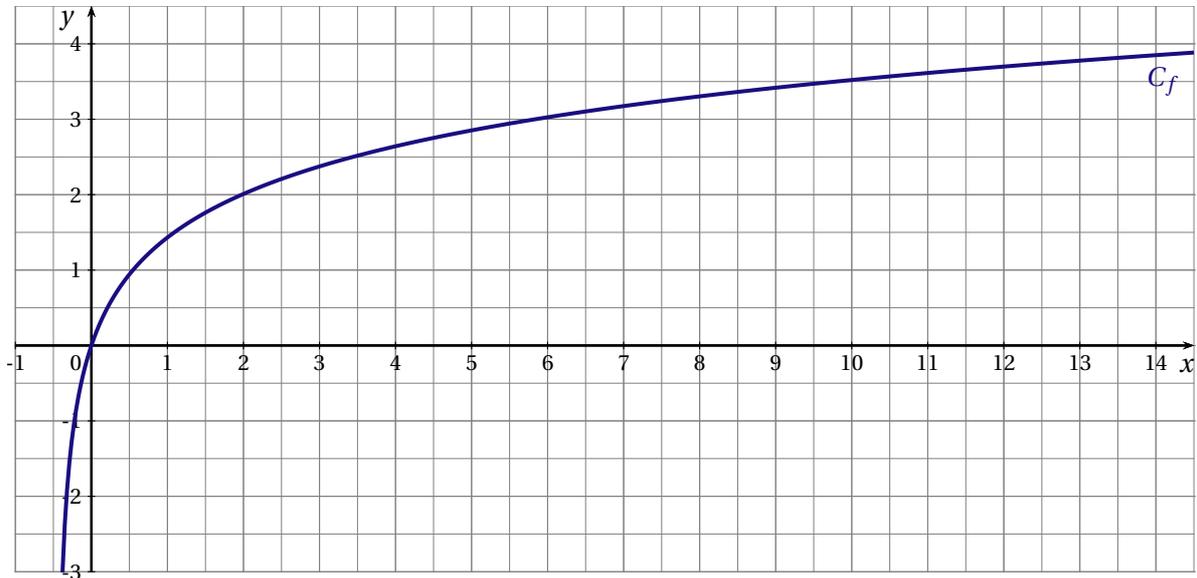
EXERCICE 2 (3 points)

Actuellement, le taux du livret A d'épargne est égal à 1,25%.

En supposant que ce taux reste inchangé sur le long terme, au bout de combien d'années, un capital placé sur le livret A aura-t-il plus que doublé ?

EXERCICE 3 (8 points)

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ par $f(x) = \ln(2x+1) + \frac{x}{2x+1}$.
Sa courbe représentative notée C_f est donnée ci-dessous.



1. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.
b) Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f .
 - a) Calculer $f'(x)$
 - b) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du réel x .
 - c) En déduire les variations de f .
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0 et la tracer sur le graphique.
4. Soit F la primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ telle que $F(0) = 0$.
 - a) Étudier les variations de la fonction F .
 - b) En déduire le signe de F .