EXERCICE 1

(4 *points*)

Pour chacune des questions, une seule réponse parmi les trois est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie correspondante puis justifier cette réponse.
Chaque réponse exacte et justifiée rapportera 1 point. Une réponse fausse non justifiée enlève 0,5 point.

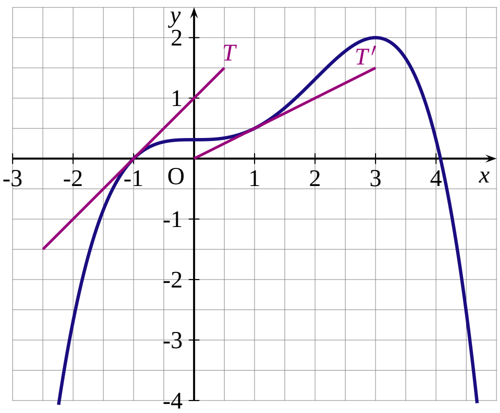
On donne le tableau de variation d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

1. L'équation $f(x) = 0$ admet :
   A. une solution B. deux solutions C. trois solutions

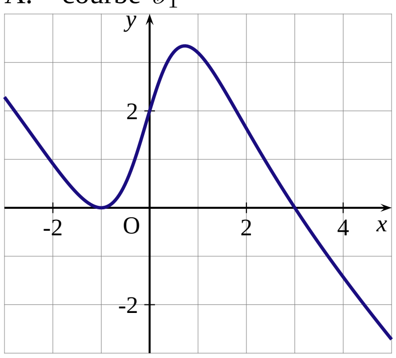
2. On note f' la dérivée de la fonction f. On peut affirmer que :
   A. $f'(-2) \times f'(1) \leqslant 0$ B. $f'(2) \times f'(5) \geqslant 0$ C. $f'(4) \times f'(7) \geqslant 0$

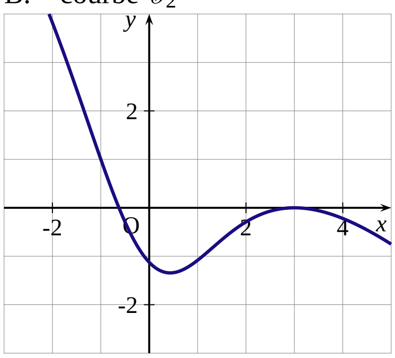
3. On donne ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f. Les droites T et T' sont tangentes à la courbe aux points d'abscisses respectives -1 et 1.

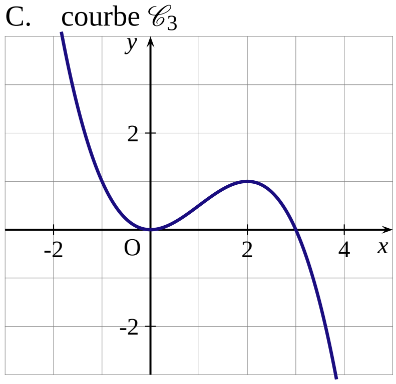


   A. $f'(-1) = 0$ B. $f'(-1) = 2 \times f'(1)$ C. $f'(1) = 2 \times f'(-1)$

4. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f'. Déterminer laquelle.
   A. courbe $\mathscr{C}_1$ B. courbe $\mathscr{C}_2$ C. courbe $\mathscr{C}_3$







EXERCICE 2

(4 *points*)

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes dérivables sur leur ensemble de définition :

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$

2. g est définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \left(1 + \dfrac{2}{x^2}\right)^2$

EXERCICE 3

(6 *points*)

PARTIE A

On considère les fonctions f et g définies et dérivables pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;8]$ par :

$$f(x)=\frac{x^2}{3}+1 \text{ et } g(x)=\frac{x^3}{27}-\frac{4x^2}{9}-x+18$$

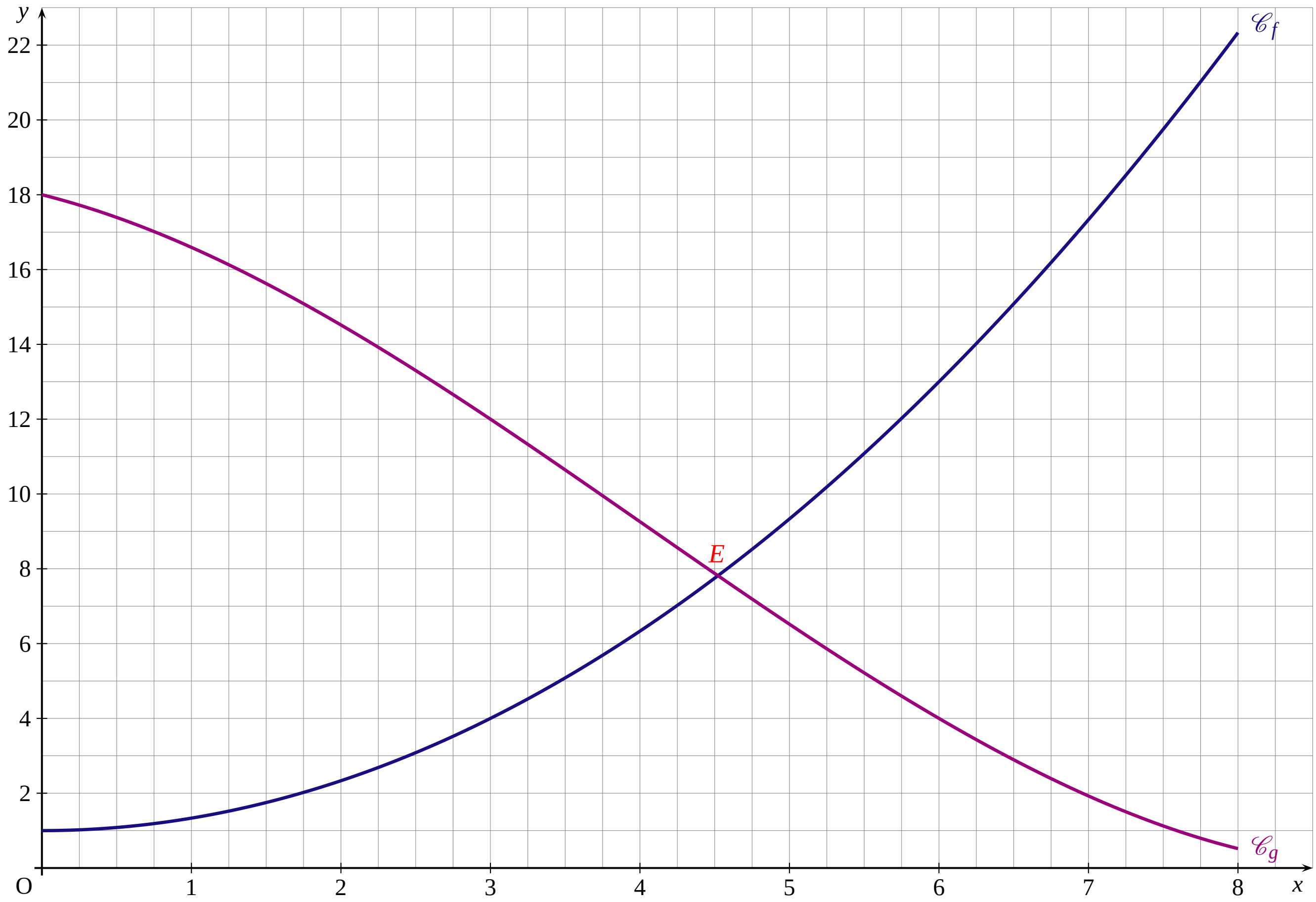
1. Les courbes représentatives respectives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g, dans un repère orthogonal, sont tracées ci-dessous. Lire avec la précision permise par le graphique une valeur approchée des coordonnées de leur point d'intersection E.
2. Afin de déterminer les coordonnées du point E de façon plus précise, on est amené à résoudre dans l'intervalle $]0\,;8]$ l'équation $g(x)=f(x)$.

   Pour cela, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;8]$ par $h(x)=g(x)-f(x)$.

   a) Déterminer le sens de variation de la fonction h sur l'intervalle $]0\,;8]$.

   b) Démontrer que l'équation $h(x)=0$ admet une solution unique x_0 dans l'intervalle $]0\,;8]$.

   c) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'arrondi de x_0 au centième.



PARTIE B

Les fonctions f et g définies dans la partie A modélisent respectivement l'offre et la demande d'un produit :

– $f(x)$ est la quantité, exprimée en milliers d'articles, que les producteurs sont prêts à vendre au prix unitaire de x centaines d'euros ;

– $g(x)$ la quantité, exprimée en milliers d'articles, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix unitaire de x centaines d'euros.

On appelle prix unitaire d'équilibre du marché la valeur de x pour laquelle l'offre est égale à la demande.

1. Quel est, exprimé à l'euro près, le prix unitaire d'équilibre du marché ?
2. Quel nombre d'articles, (*arrondi à la centaine d'articles près*), correspond à ce prix unitaire d'équilibre ?

EXERCICE 4

(6 *points*)

1. Soit u la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $u(x)=1+\dfrac{1}{x}$. Calculer $u'(x)$.
2. Soit g une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$. On note g' la dérivée de la fonction g.
   On sait que $g(2)=1$ et pour tout réel $x>0$, $g'(x)=\dfrac{x-1}{x}$.
   Donner le tableau des variations de la fonction g.
3. On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=g[u(x)]$.
   On admet que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et on note f' la dérivée de la fonction f.
   a) Calculer $f(1)$.
   b) Calculer $f'(x)$.
   c) La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous représente la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal.
   Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1. La tracer sur le graphique ci-dessous.