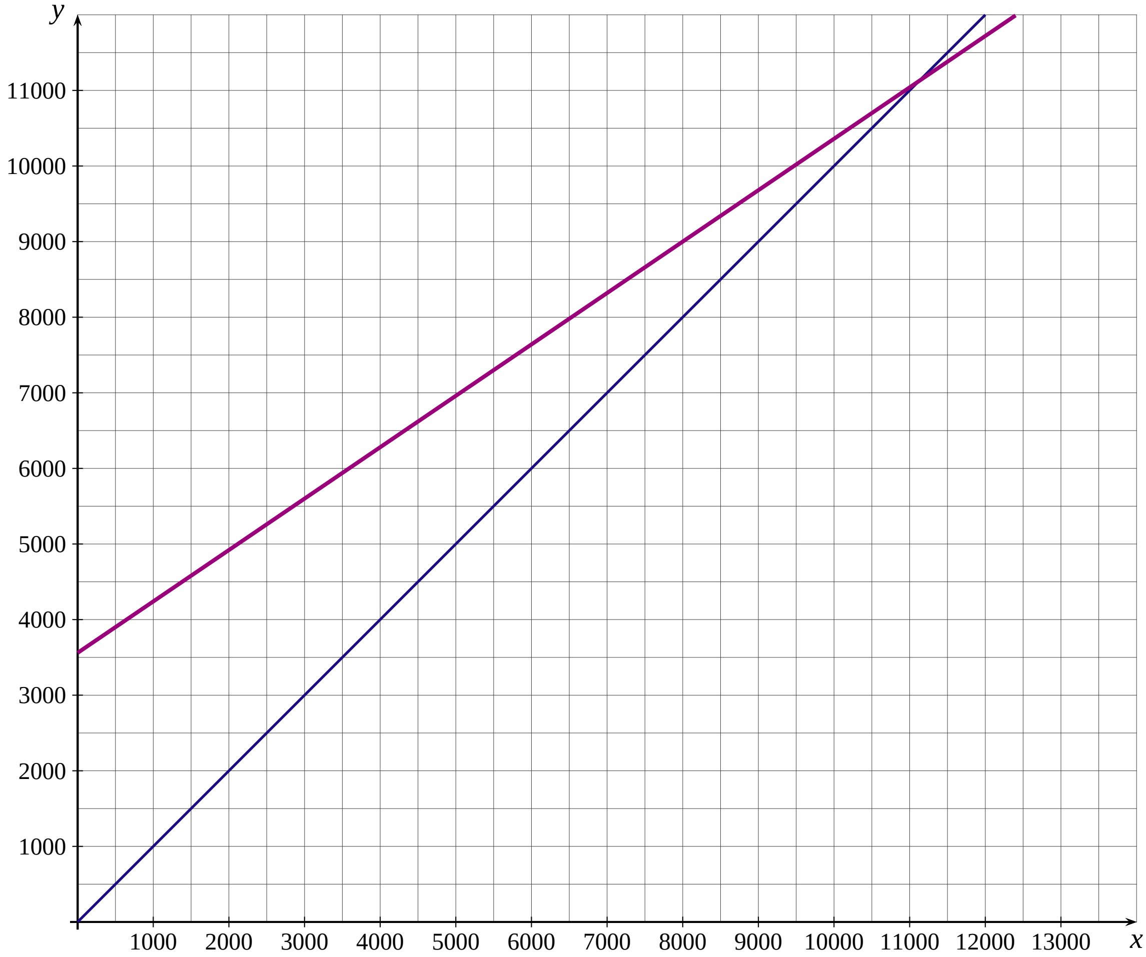
EXERCICE 1

PARTIE A

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 5500$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}68 \times u_n + 3560$.

1. a) Utiliser les droites d'équations $y = x$ et $y = 0{,}68x + 3560$ pour construire les quatre premiers termes de la suite (u_n).



Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) ainsi que la limite de la suite (u_n).

b) Quel est le rôle de l'algorithme suivant ?

> $A = 5500$;
> $k = 0$;
> **TANT_QUE** $A < 11000$ **FAIRE**
> k prend la valeur $k + 1$;
> A prend la valeur $0{,}68 \times A + 3560$;
> **FIN TANT_QUE**
> **SORTIE :** Afficher k;

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - 11125$.

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

b) Exprimer, pour tout entier naturel n, v_n en fonction de n.
En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 11125 - 5625 \times 0{,}68^n$.

c) La suite (u_n) est-elle convergente ?

PARTIE B

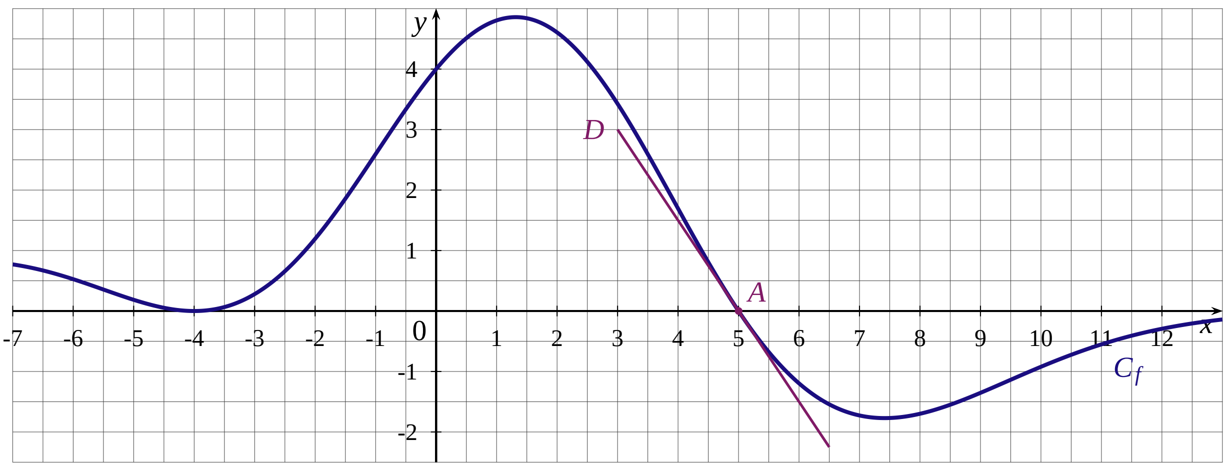
Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.
Une étude statistique a permis de constater que d'une année sur l'autre, 32% des abonnés ne renouvellent pas leur abonnement et 3560 nouvelles personnes souscrivent un abonnement.
En 2010, il y avait 5 500 abonnés à cette revue.

1. Donner une estimation du nombre d'abonnés à cette revue en 2012.
2. Pour tout nombre entier naturel n, on note u_n le nombre d'abonnés à la revue l'année $2010+n$.
   a) Justifier que pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}68 \times u_n + 3560$.
   b) Est-il possible d'envisager au bout d'un nombre d'années suffisamment grand, une diffusion supérieure à 12 000 abonnés ?
   c) À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés à la revue sera supérieur à 11 000.

EXERCICE 2

Cet exercice constitue un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des réponses proposées est exacte.
Pour chaque question, indiquer sur votre copie le numéro de la question et la réponse choisie en justifiant votre choix.

1. On place 15 000 € au taux annuel de 2,5%. On note C_n le capital disponible au bout de n années alors :
   - $C_n = 15000 + 375n$
   - $C_n = 15000 + 0{,}025^n$
   - $C_n = 15000 + 1{,}025^n$
   - $C_n = 15000 \times 1{,}025^n$
2. On note $S_n = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \cdots + \frac{1}{5^n}$ alors :
   - $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = +\infty$
   - $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 1{,}25$
   - $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 1{,}5$
   - $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 2$
3. Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$. La droite D est tangente à la courbe C_f au point $A(5;0)$.



   a) On note f' la dérivée de la fontion f
   - $f'(5) = 0$
   - $f'(5) = \frac{3}{2}$
   - $f'(5) = -\frac{2}{3}$
   - $f'(5) = -\frac{3}{2}$

   b) Sur l'intervalle $]-\infty;0[$:
   - $f'(x) \leqslant 0$
   - $f'(x) \geqslant 0$
   - $f'(-6) \leqslant f'(-4)$
   - $f'(-6) \geqslant f'(-4)$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{15x+60}{x^2+9}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
Sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan, notée C_f, est donnée en annexe ci-dessous à titre indicatif.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$.
3. Donner le tableau des variations de f.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse -4.
   Tracer sur le graphique donné en annexe, la tangente T.

ANNEXE