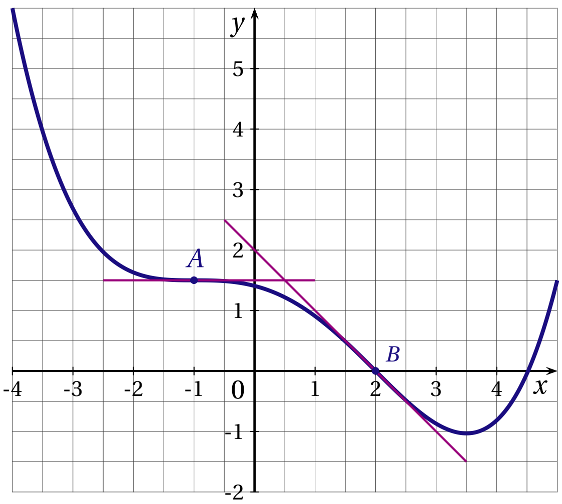
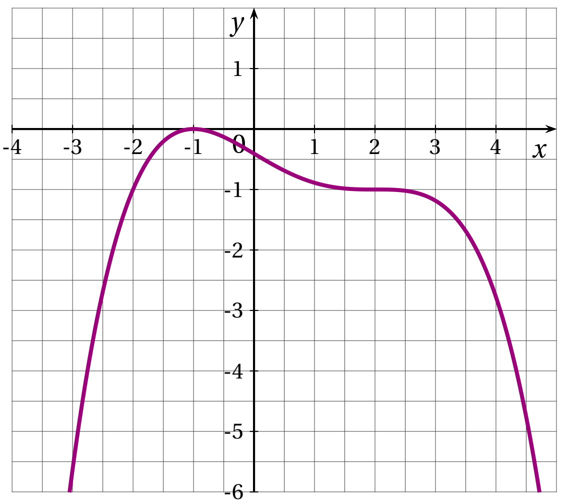
EXERCICE 1 (4 *points*)

Les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ sont les représentations graphiques de trois fonctions f, g et h définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. On note f', g' et h' les dérivées respectives des trois fonctions f, g et h.

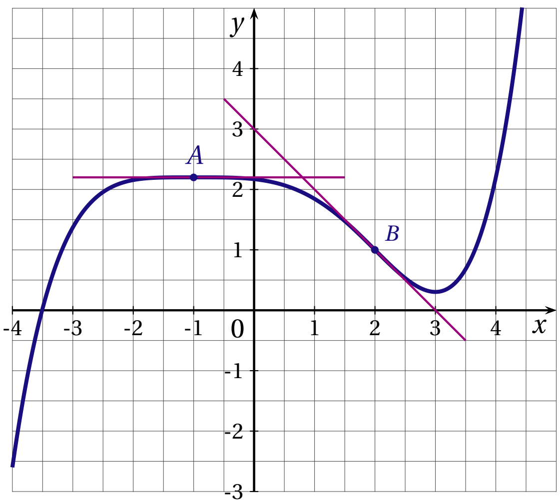
Courbe $\mathscr{C}_f$



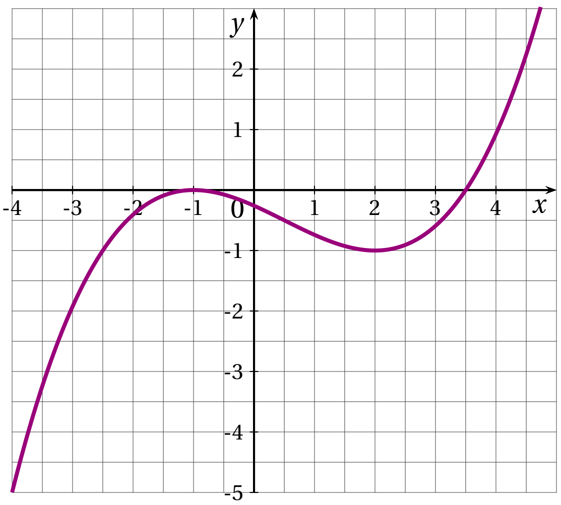
Courbe $\mathscr{C}_1$



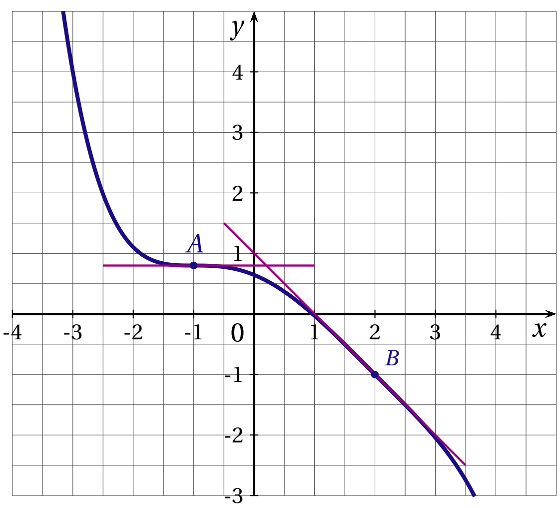
Courbe $\mathscr{C}_g$



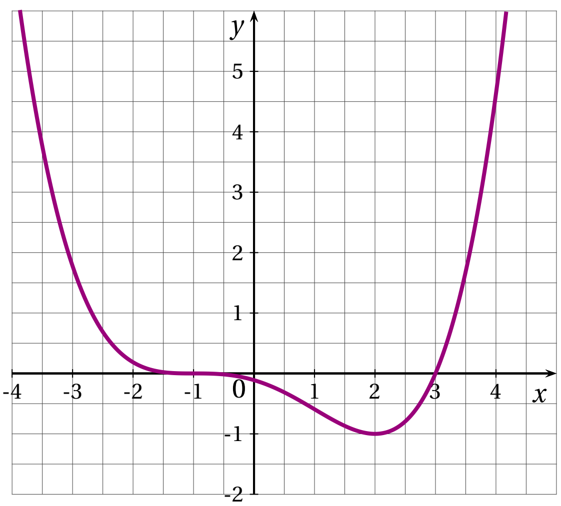
Courbe $\mathscr{C}_2$



Courbe $\mathscr{C}_h$



Courbe $\mathscr{C}_3$



1. Par lecture graphique, déterminer $f'(-1)$ et $f'(2)$.
2. Les courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ sont les représentations graphiques des fonctions f', g' et h'.
   Associer à chacune des fonctions dérivées f', g' et h' sa courbe représentative.
3. Laquelle des trois fonctions f, g ou h a pour dérivée seconde la fonction k dont le signe en fonction du réel x est donné par le tableau ci-dessous ?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$k(x)$		$-$	0	$+$	

EXERCICE 2 (8 *points*)

Soit f la fonction définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{x^2}$.
On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection éventuels de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
2. On note f' la dérivée de la fonction f.
   a) Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{2-x}{x^3}$.
   b) Donner le tableau des variations de la fonction f.
3. a) Étudier la convexité de la fonction f.
   b) La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion ?
4. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Montrer que l'équation $f'(x)=\dfrac{1}{2}$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[1;2]$.
   À l'aide de la calculatrice, donner la valeur arrondie à 10^{-2} près, de α.

EXERCICE 3 (8 *points*)

En 2012, la population d'une ville était de 40 000 habitants. Une étude portant sur l'évolution démographique, a permis d'établir que chaque année, 8 % des habitants quittent la ville et 4 000 nouvelles personnes emménagent.
On note u_n le nombre de milliers d'habitants de cette ville l'année $2012+n$; on a donc $u_0 = 40$.

1. Selon ce modèle, à combien peut-on évaluer la population de cette ville en 2013 ?
2. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}92 \times u_n + 4$.
3. On considère l'algorithme suivant :

Initialisation :	Affecter à N la valeur 0
	Affecter à U la valeur 40
Traitement :	Tant_que $U \leqslant 44$:
	Affecter à N la valeur $N+1$
	Affecter à U la valeur $0{,}92 \times U + 4$
	Fin Tant_que
Sortie :	Afficher N

   Recopier et compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats au millième près.
   Quel nombre obtient-on en sortie de l'algorithme? Interpréter ce résultat.

N	0	1	...	
U	40		...	
Test $U \leqslant 44$	Vrai		...	

4. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 50$.
   a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 50 - 10 \times 0{,}92^n$.
5. Étudier la monotonie de la suite u_n.
6. Déterminer la limite de la suite (u_n). Interpréter ce résultat.