

EXERCICE 1 (3 points)

Déterminer la fonction polynôme du second degré dont la courbe représentative est la parabole \mathcal{C}_f passant par les points $A(-1; -3)$, $B(3; -5)$ et $C(4; -13)$

EXERCICE 2 (2,5 points)

Simplifier les expressions suivantes :

$$A(x) = \frac{e^{2-x}}{e^{1-2x}};$$

$$B(x) = 2^{2x+1} \times 0,5^{2x-1};$$

$$C(x) = \frac{1}{e^x} + (1 - e^x)(1 - e^{-x}).$$

EXERCICE 3 (4 points)

Les deux questions suivantes sont indépendantes.

1. En raison de l'évaporation, un bassin contenant 95 m^3 d'eau perd chaque semaine 3 % de son volume d'eau.

Modéliser l'évolution du volume d'eau contenue dans le bassin à l'aide d'une fonction f de la forme

$$f(x) = k \times q^x$$

Préciser les valeurs de k et de q , et donner le sens de variation de la fonction f .

2. En trois mois, le cours d'une action a augmenté de 12%.

Calculer le taux d'évolution mensuel moyen du cours de cette action pendant les trois mois. (Donner le résultat arrondi à 0,01 % près)

EXERCICE 4 (4 points)

Dans chacun des cas suivants, calculer la dérivée de la fonction f

1. f est définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x + 1}{x}$

2. f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x - \frac{1}{e^x}$

3. f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{x^2-x+1}$

EXERCICE 5 (6,5 points)

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = (4 - 2x) \times e^{-0,5x}$.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f .

1. a) Montrer que pour tout nombre réel x , on a : $f'(x) = (x - 4) \times e^{-0,5x}$.

b) Étudier les variations de la fonction f .

2. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0; 2]$.

Donner une valeur arrondie à 10^{-2} près de α .

3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.

4. a) Étudier la convexité de la fonction f .

b) La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion? Si oui, donner ses coordonnées.