CONTRÔLE N° 2

EXERCICE 1

Une usine fabrique deux articles A et B. Chaque article est constitué de trois composants différents X, Y et Z.
La fabrication de chaque composant nécessite trois ressources travail, matières premières et énergie.
Les deux tableaux suivants présentent le nombre de composants utilisés pour produire un article A et un article B et les coûts des ressources, exprimés en euros, pour la fabrication de chaque composant.

	X	Y	Z
A	1	3	2
B	2	3	3

	Travail	Matières premières	Énergie
X	8	12	3
Y	7	18	4
Z	1	8	5

À l'aide de produits de matrices, calculer :

1. la matrice donnant les coûts de chaque ressource intervenant dans la fabrication de chaque article;
2. les coûts de production de chaque article;
3. le coût total pour la production de 15 articles A et 12 articles B.

EXERCICE 2

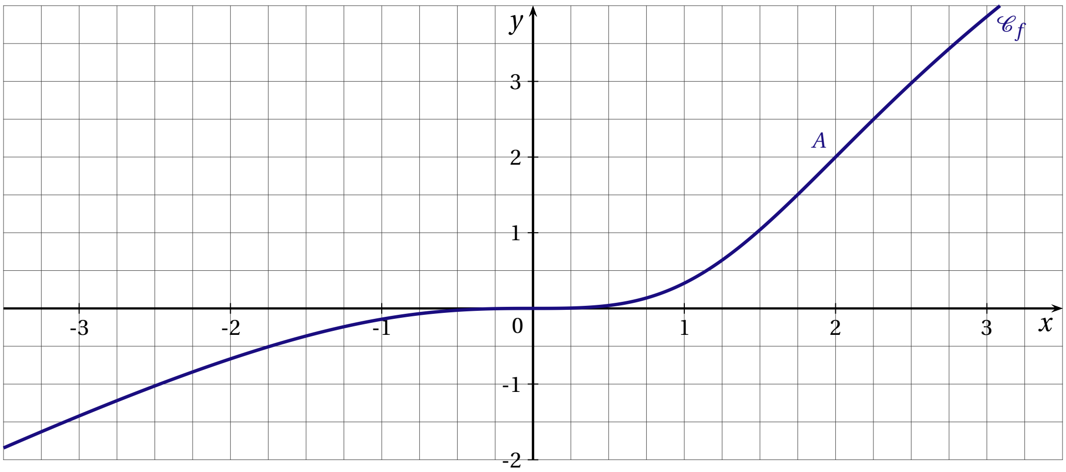
On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -\dfrac{3}{2} & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer les matrices $M = A + 2B$ et $N = A \times B$.
2. En déduire la matrice A^{-1}, inverse de la matrice A.

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-2x+4}$.

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.



1. On note f' la dérivée de la fonction f.
   a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout réel x, $f'(x)=\dfrac{x^2\left(x^2-4x+12\right)}{\left(x^2-2x+4\right)^2}$.
   b) Étudier les variations de la fonction f.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 2.
   Tracer la tangente T dans le repère précédent.
3. La dérivée seconde de la fonction f est définie pour tout réel x par $f''(x)=\dfrac{-48x^2+96x}{\left(x^2-2x+4\right)^3}$.
   a) Étudier la convexité de la fonction f.
   b) La courbe représentative de la fonction f admet-elle des points d'inflexion ?