

EXERCICE 1 (4 points)

Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Cocher sur l'énoncé la réponse choisie. Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. L'expression $A = \ln(2e^2) - \ln(4) + \ln(e)$ est égale à :
 $\ln(2e^2 - 4 + e)$ $\ln(2e^2) - \ln(4e)$ $3 - \ln(2)$ $5 - 2\ln(2)$
2. L'équation $e^{-0,5x} = 0,5$ admet pour solution :
 $x = 1,38629$ $x = -1$ $x = 2\ln 2$ $x = -\ln 2$
3. Si a et b sont deux réels strictement positifs alors :
 $\frac{\ln a}{\ln b} = \ln a - \ln b$ $2\ln a + \ln b = \ln(2ab)$ $\ln a - \frac{\ln b}{2} = \ln\left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right)$ $\ln a \times \ln b = \ln(a + b)$
4. L'ensemble S solution de l'équation $\ln(1 - x) \times \ln(1 + x) = 0$ est :
 $S = \{-1; 1\}$ $S = \{-1\}$ $S = \{1\}$ $S = \{0\}$

EXERCICE 2 (7 points)

Dans cet exercice, les résultats seront si nécessaire, arrondis au millième.

PARTIE A

L'étude réalisée pour une entreprise de matériel informatique sur l'utilisation d'un modèle A de disque dur externe de son catalogue a permis d'établir que :

- 65% des acquéreurs utilisent le disque dur avec un ordinateur portable.
- 40% des acquéreurs qui utilisent le disque dur avec un ordinateur portable le font pour un usage professionnel.
- 28% des acquéreurs utilisent le disque dur avec un ordinateur fixe et pour un usage professionnel.

On choisit au hasard la fiche d'un client ayant acheté ce modèle de disque dur et on note :

- M l'évènement : « le client utilise le disque dur avec un ordinateur portable »;
- T l'évènement : « le client utilise le disque dur pour un usage professionnel ».

1. Calculer la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui fait un usage professionnel du disque dur externe sachant qu'il l'utilise avec un ordinateur fixe.
2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui utilise le disque dur avec un ordinateur portable et pour un usage professionnel?
4. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui utilise le disque dur pour un usage professionnel?
5. La fiche est celle d'un client qui utilise le disque dur pour un usage professionnel. Quelle est la probabilité que la fiche soit celle d'un client qui utilise le disque dur avec un ordinateur fixe?

PARTIE B

Cette entreprise commercialise également un modèle B de disque dur mécanique. L'utilisation de ce modèle sur des serveurs a permis d'établir un taux de défaillance annuel de 2%.

Un client commande 50 disques durs du modèle B. Le nombre de disques durs fabriqués est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler le choix des 50 disques durs à un tirage aléatoire avec remise.

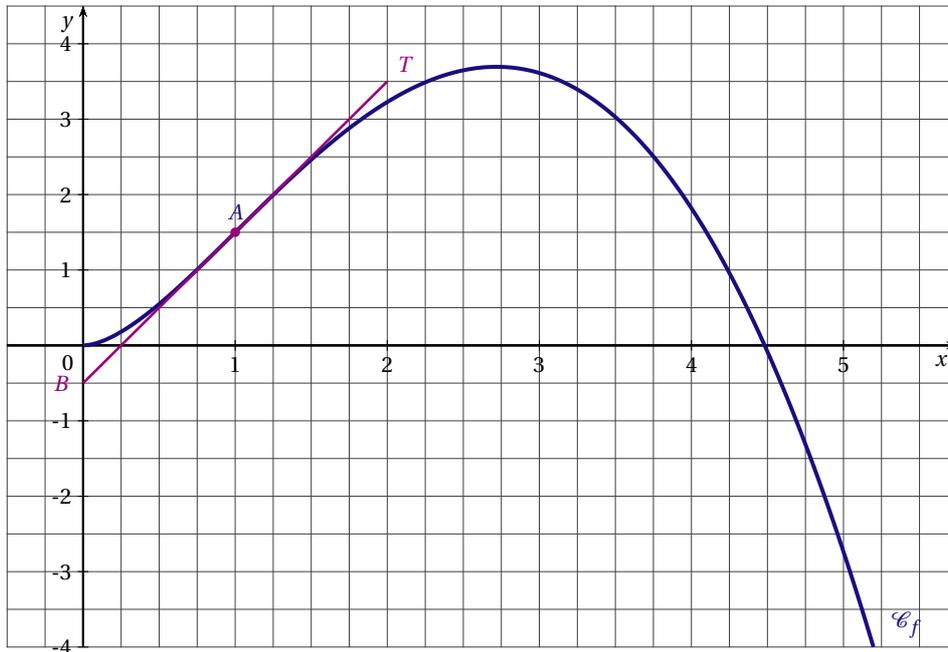
On note X la variable aléatoire égale au nombre disques durs susceptibles d'être en panne pendant l'année.

1. La variable aléatoire X suit une loi binomiale. Préciser les paramètres de cette loi.
2. Calculer la probabilité $P(X = 1)$ et interpréter le résultat à l'aide d'une phrase.
3. Quelle est la probabilité qu'au moins un des disques durs achetés présente une défaillance au cours de l'année?

EXERCICE 3 (9 points)

PARTIE A

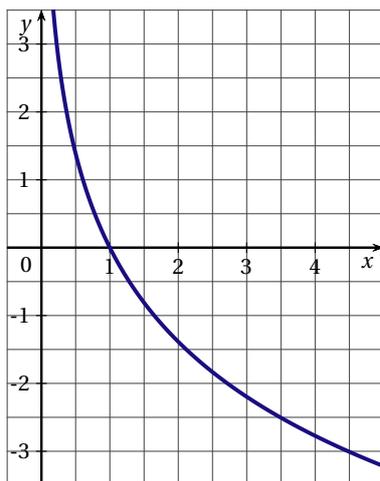
La courbe \mathcal{C}_f , tracée ci-dessous dans un repère orthogonal est la courbe représentative d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $I =]0; +\infty[$.



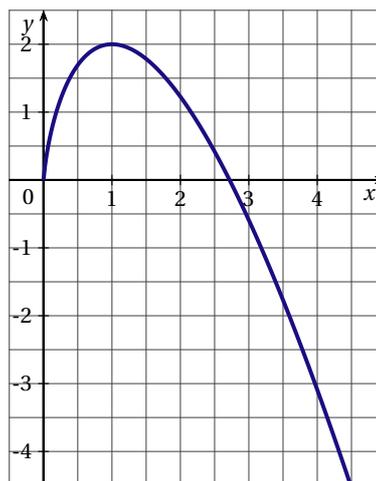
La tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point $A\left(1; \frac{3}{2}\right)$ coupe l'axe des ordonnées au point $B\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

- On note f' la dérivée de la fonction f , déterminer $f'(1)$.
- Que représente le point A pour la courbe \mathcal{C}_f ?
- Une seule des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la dérivée seconde f'' : laquelle ?

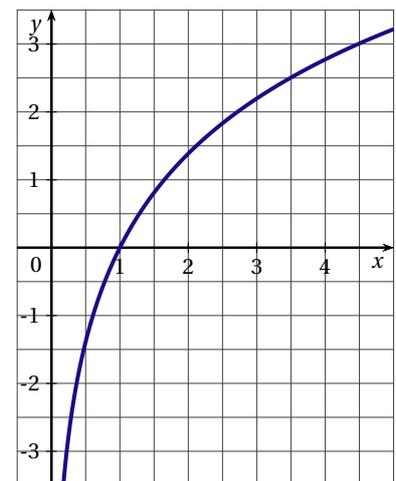
Courbe \mathcal{C}_1



Courbe \mathcal{C}_2



Courbe \mathcal{C}_3



PARTIE B

La fonction f de la partie A est définie sur $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 \times \left(\frac{3}{2} - \ln(x)\right)$.

- Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- Montrer que pour tout réel x strictement positif, $f'(x) = 2x \times (1 - \ln(x))$.
 - Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- On note f'' la dérivée seconde de f sur $]0; +\infty[$. Calculer $f''(x)$ puis, étudier la convexité de la fonction f .