EXERCICE 1 (4 *points*)

Dans chacun des cas suivants, calculer la primitive F de la fonction f qui vérifie la condition donnée.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$ et $F(-1) = -4$.
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x}$ et $F(1) = 0$.

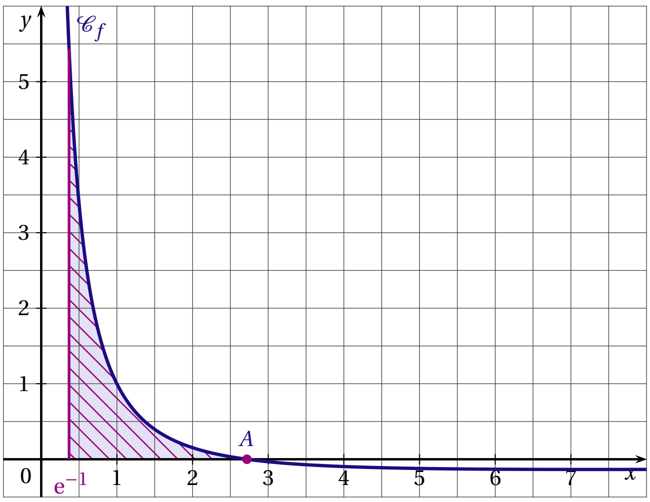
EXERCICE 2 (7 *points*)

Calculer la valeur exacte de chacune des intégrales suivantes :

$$A = \int_{-2}^{3} \left(-3x^2 + 6x + 4\right)\,\mathrm{d}x$$
$$B = \int_{-2}^{0} \left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)\,\mathrm{d}x$$
$$C = \int_{1}^{\mathrm{e}} \left(1 + \frac{1}{t}\right)\,\mathrm{d}t$$

EXERCICE 3 (9 *points*)

On considère la fonction f définie pour tout réel x strictement positif par $f(x) = \dfrac{1-\ln(x)}{x}$ et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.



1. Déterminer l'abscisse du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
2. a) La fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0;+\infty[$, on note f' sa fonction dérivée. Calculer $f'(x)$.
   b) Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
3. Le point $B(0;3)$ appartient-il à la droite T tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
4. On admet que la fonction G définie pour tout réel x strictement positif par $G(x) = \dfrac{(\ln x)^2}{2}$ est une primitive sur l'intervalle $]0;+\infty[$ de la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$.
   En déduire une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
5. Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine compris entre la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = \mathrm{e}^{-1}$ et $x = \mathrm{e}$.