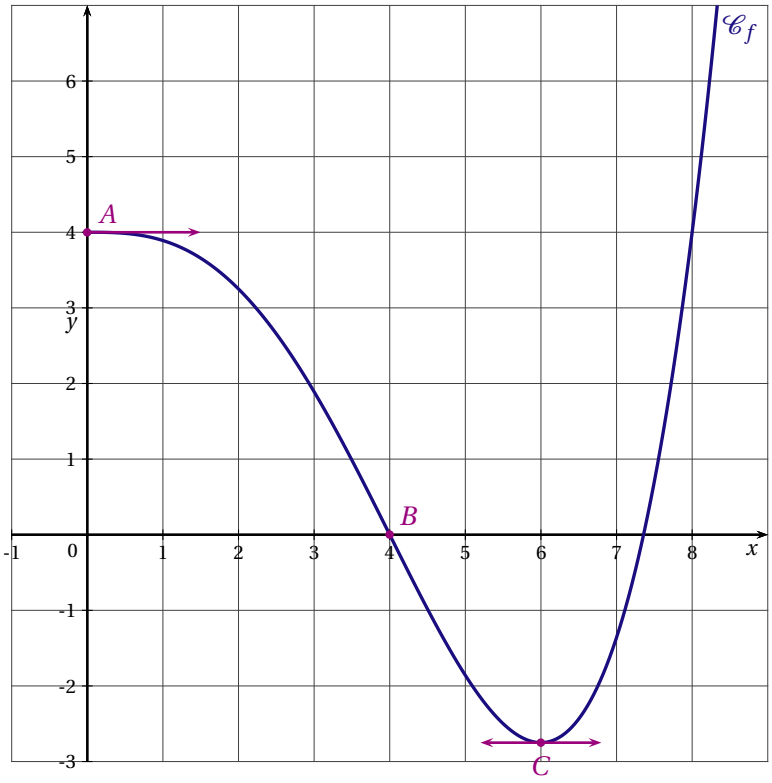
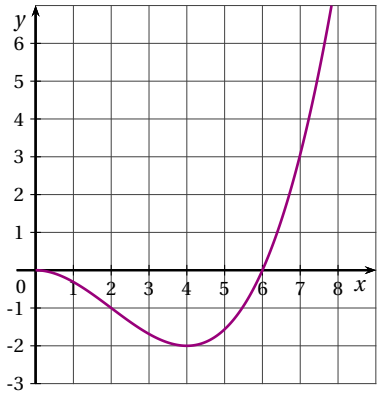
EXERCICE 1

La courbe représentative $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie et dérivable sur $[0;+\infty[$ est tracée ci-dessous.

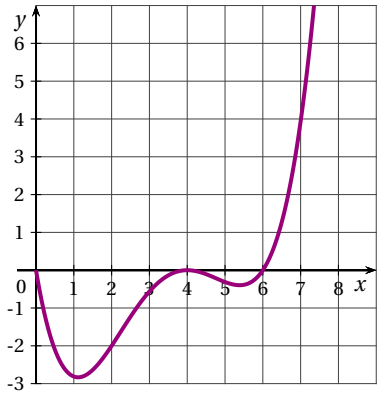


Les points $A(0;4)$, $B(4;0)$ et $C\left(6;-\dfrac{11}{4}\right)$ appartiennent à la courbe $\mathscr{C}_f$.
Le point B est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_f$.
On note f' la dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde.

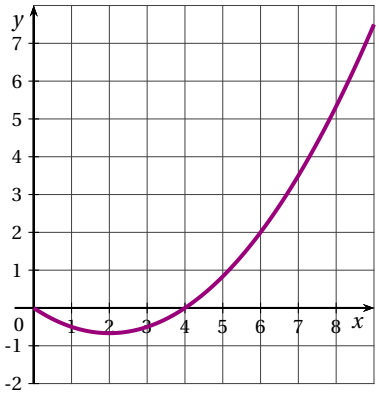
1. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle convexe?
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' et l'autre celle de f''. Déterminer la courbe qui représente la dérivée f' et celle qui représente la dérivée seconde f''.



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B.

EXERCICE 2

Simplifier les expressions suivantes :

$A(x) = \dfrac{e^{2x-3}}{e^{x-2}} \times e^{1-2x}$; $B(x) = \dfrac{1}{e^x} + (1+e^x)(1-e^{-x})$.

EXERCICE 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
   a) $(e^x+1)(e^{-x}-1) = 0$
   b) $e^{1-2x} = \dfrac{1}{e}$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
   a) $e^{2x} \times e^{x^2} \leqslant 1$
   b) $\dfrac{e^{2x}+1}{1-e^{2x}} \geqslant 0$.

EXERCICE 4

Dans chacun des cas suivants, calculer la dérivée de la fonction f

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^{x^2}}{e^{1-2x}}$
2. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{x-1} \times e^{x^2+x+1}$

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = \dfrac{3-2x}{e^x}$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f.

1. a) Montrer que pour tout nombre réel x, on a : $f'(x) = (2x-5) \times e^{-x}$.
   b) Étudier les variations de la fonction f.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 5$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-1;0]$.
   Donner la valeur arrondie à 10^{-2} près de α.
3. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.
4. a) Étudier la convexité de la fonction f.
   b) La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion? Si oui, donner ses coordonnées.