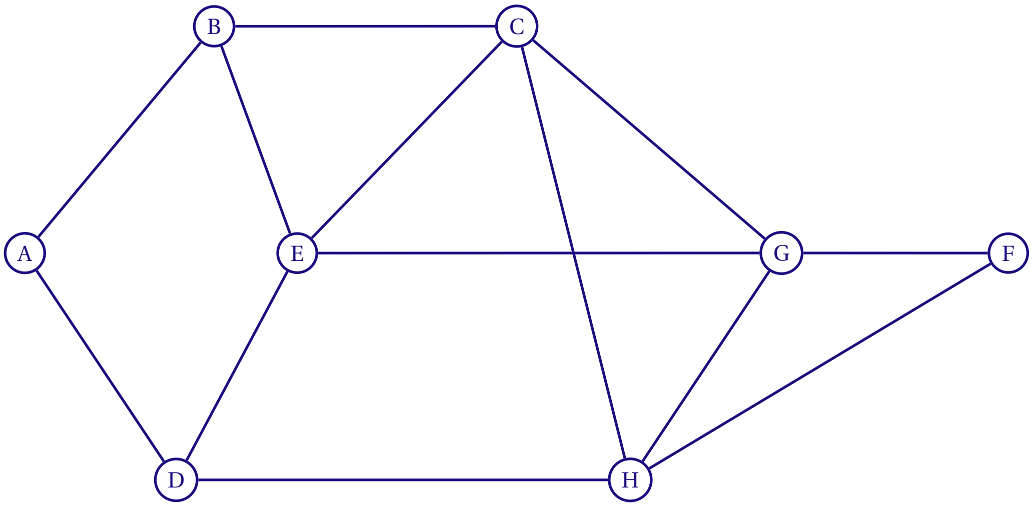
EXERCICE 1

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois nombres réels.
La courbe $\mathscr{C}_f$, représentative de la fonction f passe par les points $M(0;2)$, $N(-2;-1)$ et $P(4;5)$.

1. On cherche à déterminer la valeur des cœfficients a, b et c.
   a) À partir des données de l'énoncé, écrire un système d'équations traduisant cette situation.
   b) En déduire que le système précédent est équivalent à : $AX = B$ avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et B une matrice colonne que l'on précisera.
   c) Déterminer les valeurs des cœfficients a, b et c.
2. En déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

EXERCICE 2

On considère le graphe $\mathscr{G}$ ci-dessous :



1. Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.
2. Déterminer en justifiant si ce graphe est :
   a) complet ;
   b) connexe.
3. Déterminer en justifiant si le graphe $\mathscr{G}$ admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.
4. On range les sommets par ordre alphabétique. Donner la matrice d'adjacence M associée au graphe.
5. On donne :

$$M^3 = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 3 & 5 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 2 & 7 & 2 & 8 & 3 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 3 & 9 & 10 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 9 & 2 & 3 & 8 \\ 1 & 8 & 9 & 9 & 4 & 4 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 10 & 6 & 6 & 9 \\ 1 & 5 & 10 & 8 & 4 & 6 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

   Donner, en justifiant, le nombre de chemins de longueur 3 reliant E à H.