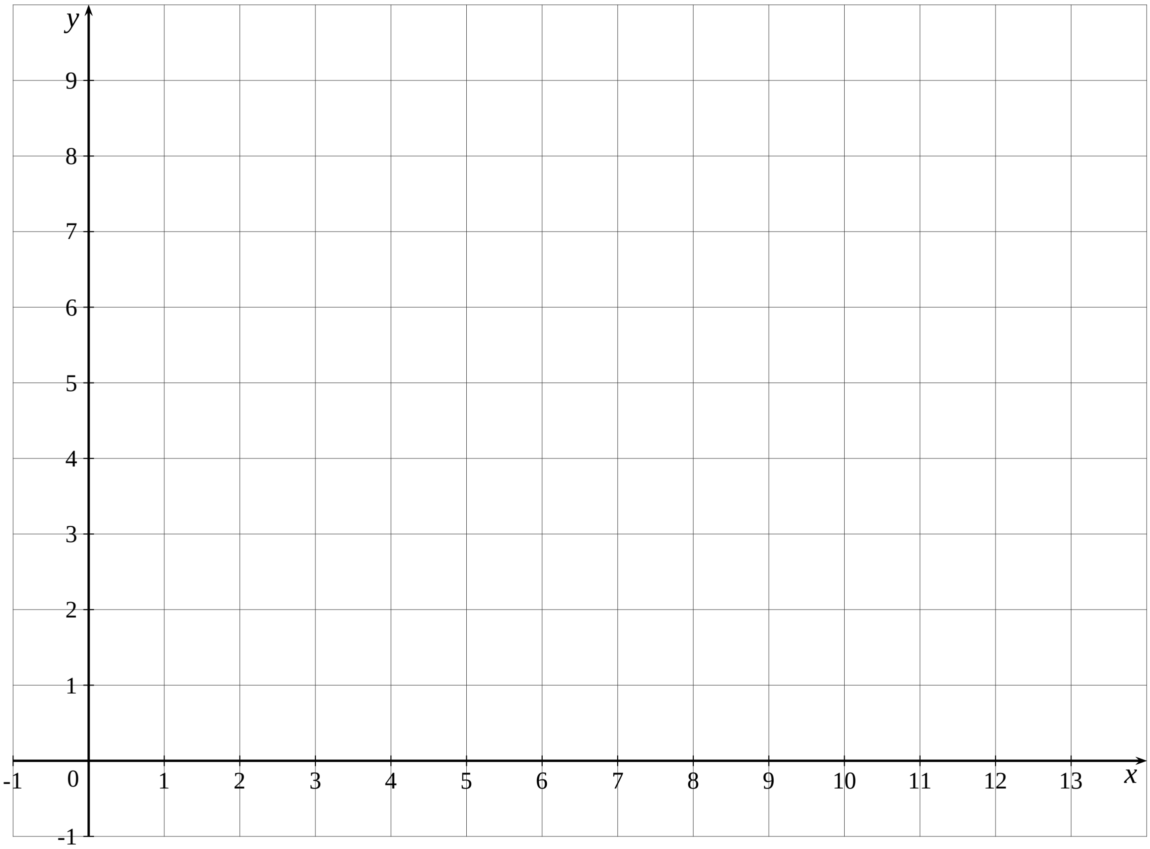
EXERCICE 1

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0;12]$, satisfaisant les conditions suivantes :
– $f(0)=3$, $f(12)=9$ $f'(0)=-1$ et $f'(12)=2$.
– Le minimum de la fonction f est 1.
– Le signe de la fonction dérivée f' de f est donné par le tableau suivant :

x	0		4		12
signe de $f'(x)$		$-$	0	$+$	

1. a) Donner le tableau de variation de la fonction f. On fera figurer les images par f de 0, de 4 et de 12.
   b) Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 12.
2. Dans le repère ci-dessous, tracer la courbe représentative d'une fonction satisfaisant toutes les conditions ci-dessus. On placera les points d'abscisses 0, 4, 12 et on tracera les tangentes à la courbe en ces points.



3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0;12]$ par $g(x)=\ln(f(x))$.
   a) Donner le tableau de variation de la fonction g. On précisera les valeurs de $g(0)$, $g(4)$ et $g(12)$.
   b) Déterminer $g'(0)$.
   c) L'affirmation « $g(12)=2\times g(0)$ donc $g'(12)=2\times g'(0)$ » est-elle vraie ou fausse ?

EXERCICE 2

1. Résoudre dans l'intervalle $]0;+\infty[$ l'équation : $2\ln(x)=\ln(3x+4)$
2. Résoudre dans l'intervalle $]-1;+\infty[$ l'inéquation : $2\ln(x+1)\leqslant 1$

EXERCICE 3

Dans chacun des cas suivants, calculer la primitive F de la fonction f qui vérifie la condition donnée.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5x + \dfrac{1}{2}$ et $F(1) = 0$.
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2 - \dfrac{1}{x}$ et $F(1) = 0$.
3. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \sin(2t)$ et $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = 0$.

EXERCICE 4

Pour respecter une nouvelle norme antipollution, un groupe industriel s'engage à réduire chaque année sa quantité de rejets de 5%.
En 2010, la quantité de rejets était de 40 000 tonnes.

1. Quel a été la quantité de rejets en 2012 ?
2. Pour tout entier naturel n, on note r_n la quantité, en tonnes, de rejets pour l'année $(2010+n)$.
   On a donc $r_0 = 40\,000$.
   a) Exprimer r_{n+1} en fonction de r_n. En déduire la nature de la suite (r_n).
   b) Pour tout entier naturel n, exprimer r_n en fonction de n.
3. Déterminer le plus petit entier n solution de l'inéquation :
   $$40\,000 \times 0{,}95^n \leqslant 24\,000$$
   Interpréter le résultat.
4. La direction du groupe industriel souhaite connaître l'année à partir de laquelle, la quantité de rejets aura diminué d'au moins 40%.
   a) Recopier et compléter les lignes 5 et 6 de l'algorithme ci-dessous afin qu'il permette de déterminer l'année à partir de laquelle, la quantité de rejets aura diminué d'au moins 40%.

1	Variables :	R est un réel
2		N est un entier
3	Initialisation :	Affecter à R la valeur 40 000
4		Affecter à N la valeur 0
5	Traitement :	Tant que $R > \cdots$
6		Affecter à R la valeur $\cdots$
7		Affecter à N la valeur $N+1$
8		Fin Tant que
9	Sortie :	Afficher $N+2010$

   b) Quelle est la valeur affichée à la sortie de cet algorithme ?

EXERCICE 5

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2}{2} - x - 2\ln x$

1. a) Calculer la limite de la fonction f en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.
   b) Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$. (*Rappel :* $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^2} = 0$)
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$ on a $f'(x) = \dfrac{x^2-x-2}{x}$.
3. a) Étudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du réel x.
   b) Donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1.