EXERCICE 1

(4,5 *points*)

Soit f la fonction définie sur $I =]0; +\infty[$ par $f(x) = 1 + \dfrac{\ln x}{x}$, dont le tableau de variations, incomplet est le suivant :

x	0		e		$+\infty$
signe de $f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
variations de f	‖ $\dots$		$\dots$	$\searrow$	1

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f et on note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. a) Déterminer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
   b) La courbe $\mathscr{C}_f$ a-t-elle des asymptotes ? Si oui lesquelles ?
2. Montrer que pour tout réel x strictement positif, $f'(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$.
3. Étudier le signe de la fonction dérivée f' sur l'intervalle I.
4. Recopier et compléter le tableau des variations de f sur I.
5. Donner la valeur arrondie à 10^{-2} près des solutions éventuelles de l'équation $f(x) = 0$.

EXERCICE 2

(3 *points*)

Simplifier les écritures suivantes :

1. $\dfrac{\left(\mathrm{e}^{x+2}\right)^2}{\mathrm{e}^{2x-1}}$
2. $\left(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}\right)^2 - \left(\mathrm{e}^x - e^{-x}\right)^2$
3. $\dfrac{\mathrm{e}^{x+\ln 8}}{\mathrm{e}^{x-\ln 2}}$

EXERCICE 3

(3,5 *points*)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $\mathrm{e}^{x+\ln 2} = 6$
2. $\mathrm{e}^{x^2+x-6} = 1$
3. $\mathrm{e}^{x+1} = x - \ln\left(\mathrm{e}^{x+1}\right)$

EXERCICE 4

(3 *points*)

Déterminer les fonctions primitives sur $\mathbb{R}$ des fonctions suivantes :

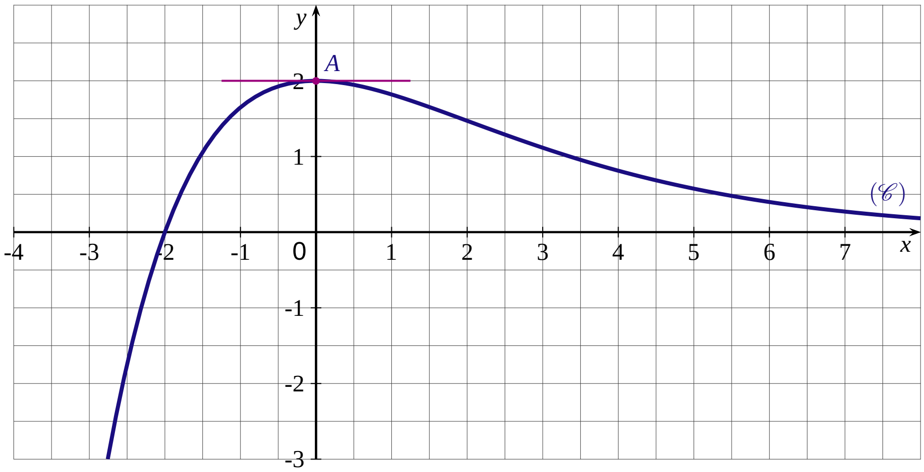
1. $f(x) = \mathrm{e}^x + 3$
2. $f(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$
3. $f(x) = 1 + 2x\mathrm{e}^{x^2}$

EXERCICE 5

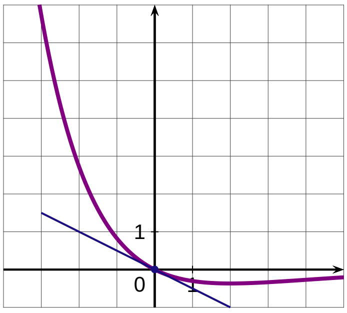
(6 *points*)

PARTIE A

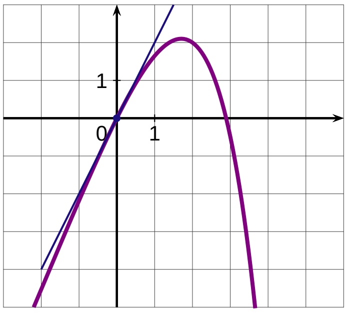
La courbe $(\mathscr{C})$ tracée ci-dessous dans un repère orthonormé est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.



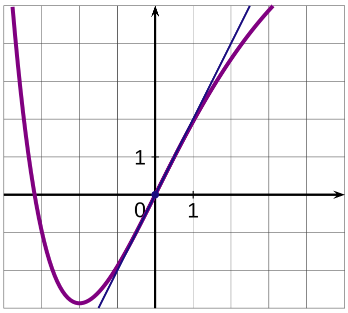
1. Au point $A(0;2)$, la courbe $(\mathscr{C})$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
   En déduire $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction f' dérivée de la fonction f et une autre une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

   Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F.
   (Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix).

PARTIE B

Pour la suite, on admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
   b) La courbe $(\mathscr{C})$ a-t-elle des asymptotes ? Si oui lesquelles ?
2. a) Calculer $f'(x)$.
   b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variation complet de f.
3. Soit F la primitive de la fonction f telle que $F(0) = 0$. On note (Γ) sa courbe représentative.
   Déterminer une équation de la tangente à la courbe (Γ) au point d'abscisse 0.