

EXERCICE 1

La température de refroidissement d'une pâtisserie à la sortie du four dépend du type de pâtisserie et de la température ambiante supposée constante de la pièce dans laquelle elle est entreposée.

La température d'une tarte à la sortie du four est de 180°C.

L'évolution de la température de la tarte en fonction du temps est modélisée par la suite (T_n) définie par $T_0 = 180$ et, pour tout entier naturel n , $T_{n+1} = 0,84 \times T_n + 3,2$.

Pour tout entier naturel n , le terme T_n de la suite (T_n) est égal à la température en degrés Celsius de la tarte n minutes après la sortie du four.

PARTIE A

La tarte peut être sortie de son moule dès que sa température est inférieure à 80°C

Pour déterminer au bout de combien de minutes la tarte peut être démoulée, on utilise un algorithme.

1. Recopier et compléter cet algorithme afin qu'il affiche la réponse.

VARIABLES :	N est un entier naturel T est un nombre réel
INITIALISATION :	Affecter à N la valeur 0 Affecter à T la valeur 180
TRAITEMENT :	Tant que $T \geq 80$ Affecter à T la valeur ... Affecter à N la valeur ... Fin Tant que
SORTIE :	Afficher N

2. Recopier et compléter autant que nécessaire les colonnes du tableau suivant en arrondissant les résultats à l'unité.

Valeur de N	0	1	...	
Valeur de T	180		...	
Condition $T \geq 80$	Vraie		...	

3. Donner la valeur affichée en sortie par cet algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

PARTIE B

1. Pour tout nombre entier naturel n , on définit la suite (V_n) par : $V_n = T_n - 20$.

- a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
- b) Exprimer V_n en fonction de n .
- c) En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , on a : $T_n = 160 \times 0,84^n + 20$.

2. Étudier la monotonie de la suite (T_n) .

3. Calculer la limite de la suite (T_n) et interpréter ce résultat.

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 7x - \frac{9}{x} + 15$.

On note \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans le plan.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. La courbe \mathcal{C}_f admet-elle des asymptotes ?

2. On note f' la dérivée de la fonction f . Calculer $f'(x)$ et, vérifier que pour tout réel x strictement positif,

$$f'(x) = \frac{(x-3)(2x^2-x-3)}{x^2}$$

3. a) Étudier le signe du polynôme $g(x) = 2x^2 - x - 3$.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

4. Donner le tableau de variations de la fonction f .

5. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe \mathcal{C}_f au point A d'abscisse 1.